

# TD 5

## 1 Calcul naturel – Cas positifs

**Rappel.** Rappelons que *positif* signifie *sans*  $\neg$ , par conséquent intuitionniste.

**Exercice 1** Prouvez que :

$$a \wedge b \vdash_N a \vee b$$

**Exercice 2** Prouvez que :

$$a \vee a \vdash_N a$$

**Exercice 3** Prouvez que :

$$x \vdash_N x \vee (x \wedge y)$$

**Exercice 4** Prouvez que :

$$x \vee (x \wedge y) \vdash_N x$$

**Exercice 5** Prouvez que :

$$a \wedge (b \wedge c) \vdash_N (a \wedge b) \wedge c$$

**Exercice 6** Prouvez que :

$$a \vee (b \vee c) \vdash_N (a \vee b) \vee c$$

**Exercice 7** Prouvez que :

$$a \vee (b \wedge c) \vdash_N (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

**Exercice 8** Prouvez que :

$$(a \vee b) \wedge (a \vee c) \vdash_N a \vee (b \wedge c)$$

**Exercice 9** Prouvez que :

$$\vdash_N (a \rightarrow (b \rightarrow c)) \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c))$$

**Exercice 10** Prouvez que :

$$\vdash_N (a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c) \rightarrow ((a \vee b) \rightarrow c)$$

**Exercice 11** Prouvez que :

$$b \vdash_N a \rightarrow b$$

## TD 5 (bis). CALCUL NATUREL

**Exercice 1:** Prouvez que :

1.  $A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \quad \vdash_N \quad A \wedge B \Rightarrow C$
2.  $A \wedge (B \vee C) \quad \vdash_N \quad (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
3.  $A \Rightarrow B \quad \vdash_N \quad \neg A \vee B$
4.  $A \Rightarrow B \quad \vdash_N \quad \neg B \Rightarrow \neg A$
5.  $\neg A, A \vee B \quad \vdash_N \quad B$
6.  $\neg A \wedge \neg B \quad \vdash_N \quad \neg(A \vee B)$
7.  $\vdash_N \quad (A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$

**Exercice 2:** Prouvez que :

1.  $a \quad \vdash_N \quad \neg\neg a$
2.  $\vdash_N \quad a \vee \neg a$