

TD 5

1 Calcul naturel – Cas positifs

Rappel. Rappelons que *positif* signifie *sans* \neg , par conséquent intuitionniste.

Exercice 1 Prouvez que :

$$a \wedge b \vdash_N a \vee b$$

Exercice 2 Prouvez que :

$$a \vee a \vdash_N a$$

Exercice 3 Prouvez que :

$$x \vdash_N x \vee (x \wedge y)$$

Exercice 4 Prouvez que :

$$x \vee (x \wedge y) \vdash_N x$$

Exercice 5 Prouvez que :

$$a \wedge (b \wedge c) \vdash_N (a \wedge b) \wedge c$$

Exercice 6 Prouvez que :

$$a \vee (b \vee c) \vdash_N (a \vee b) \vee c$$

Exercice 7 Prouvez que :

$$a \vee (b \wedge c) \vdash_N (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

Exercice 8 Prouvez que :

$$(a \vee b) \wedge (a \vee c) \vdash_N a \vee (b \wedge c)$$

Exercice 9 Prouvez que :

$$\vdash_N (a \rightarrow (b \rightarrow c)) \rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c))$$

Exercice 10 Prouvez que :

$$\vdash_N (a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c) \rightarrow ((a \vee b) \rightarrow c)$$

Exercice 11 Prouvez que :

$$b \vdash_N a \rightarrow b$$