

TD 12. LOGIQUE DE PREMIER ORDRE

Méthodes de *Tableau* et *Résolution*

Exercice 1 : Prouvez que $\Gamma \Rightarrow \Delta$, où :

$$\Gamma = \{\forall x [P(x) \Rightarrow (Q(x, c) \Rightarrow R(h(c)))], \forall u [P(u) \vee R(u)], \forall y \forall z [Q(z, y) \vee R(z)]\}$$
$$\Delta = \exists t R(t)$$

Correction :

Forme clausale :

$$\Gamma \cup \{\neg \Delta\} \Leftrightarrow \{\neg P(X) \vee \neg Q(X, c) \vee R(h(c)), P(U) \vee R(U), Q(Z, Y) \vee R(Z), \neg R(T)\}$$

1. $\neg P(X) \vee \neg Q(X, c) \vee R(h(c))$
2. $P(U) \vee R(U)$
3. $Q(Z, Y) \vee R(Z)$
4. $\neg R(T)$
5. $\neg P(h(c)) \vee R(h(c))$ $[1, 3] \sigma_1 = \{X = Z \leftarrow h(c), Y \leftarrow c\}$
6. $R(h(c))$ $[2, 5] \sigma_2 = \{U = X = Z \leftarrow h(c), Y \leftarrow c\}$
7. \square $[4, 6] \sigma_3 = \{T = U = X = Z \leftarrow h(c), Y \leftarrow c\}$

Exercice 2 : Formalisez et prouvez le raisonnement suivant :

1. Les douaniers fouillent chacun qui entre le pays sauf des HPEs (hautes personnes d'état)
2. Il y a quelqu'un qui est entré dans le pays et qui a transporté les drogues.
3. Personne parmi les HPEs n'a secondé la transportation des drogues.

Δ : Alors, il y a un douanier qui seconde la transportation des drogues.

Correction :

$hpe(x)$: x est une haute personne d'état

$ep(x)$: x est entré dans le pays

$fl(x, y)$: x fouille y

$dn(x)$: x est douanier

$sc(x)$: x transporte des drogues ou seconde la transportation des drogues

$$\begin{aligned}
(1) &= \forall x [ep(x) \wedge \neg hpe(x) \Rightarrow \exists y [dn(y) \wedge fl(y, x)]] \\
(2) &= \exists x [sc(x) \wedge ep(x) \wedge \forall y [fl(y, x) \Rightarrow sc(y)]] \\
(3) &= \forall x [sc(x) \Rightarrow \neg hpe(x)] \\
\Delta &= \exists x [dn(x) \wedge sc(x)]
\end{aligned}$$

Remarque : (2) veut exprimer que si un douanier fouille quelqu'un qui a entrée de la drogue, il est coupable aussi !

Forme clausale :

$$\{\neg ep(X) \vee hpe(X) \vee dn(h(X)), \neg ep(X) \vee hpe(X) \vee fl(h(X), X), sc(a), ep(a), \neg fl(Y, a) \vee sc(Y), \neg sc(X) \vee \neg hpe(X), \neg dn(X) \vee \neg sc(X)\}$$

1. $\neg ep(X_1) \vee hpe(X_1) \vee dn(h(X_1))$
2. $\neg ep(X_1) \vee hpe(X_1) \vee fl(h(X_1), X_1)$
3. $sc(a)$
4. $ep(a)$
5. $\neg fl(Y, a) \vee sc(Y)$
6. $\neg sc(X_2) \vee \neg hpe(X_2)$
7. $\neg dn(X_3) \vee \neg sc(X_3)$
8. $\neg hpe(a) \quad [3,6] \quad \sigma_1 = \{X_2 \leftarrow a\}$
9. $hpe(a) \vee dn(h(a)) \quad [1,4] \quad \sigma_2 = \{X_1 = X_2 \leftarrow a\}$
10. $dn(h(a)) \quad [8,9]$
11. $hpe(a) \vee fl(h(x), a) \quad [2,4]$
12. $fl(h(x), a) \quad [8,11]$
13. $sc(h(a)) \quad [12,5] \quad \sigma_3 = \{X_1 = X_2 \leftarrow a, Y \leftarrow h(a)\}$
14. $\neg dn(h(a)) \quad [13,7] \quad \sigma_4 = \{X_1 = X_2 \leftarrow a, X_3 = Y \leftarrow h(a)\}$
15. $\square \quad [10,14]$