## Exercice 3:

Soit la formule suivante $\Phi_1 = (A \wedge (B \Rightarrow \neg(A \vee C))) \Rightarrow (C \vee \neg A)$.

- Calculer ses formes normales disjonctive et conjonctive (FND et FNC) par équivalences.

  Correction :

$$
\begin{array}{cc}
 & (A \wedge (B \Rightarrow \neg(A \vee C))) \Rightarrow (C \vee \neg A) \\
\equiv & \neg\,(A \wedge (B \Rightarrow \neg(A \vee C))) \vee (C \vee \neg A) \\
\equiv & (\neg A \vee \neg\,(\neg B \vee \neg(A \vee C))) \vee (C \vee \neg A) \\
\equiv & \neg A \vee (B \wedge (A \vee C)) \vee C \vee \neg A \\
\equiv & \neg A \vee ((B \wedge A) \vee (B \wedge C)) \vee C \\
\equiv & \neg A \vee (B \wedge A) \vee (B \wedge C) \vee C \\
\equiv & \neg A \vee (B \wedge A) \vee C \\
\equiv & ((\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee A)) \vee C \\
\equiv & ((\neg A \vee B) \wedge 1) \vee C \\
\equiv & \neg A \vee B \vee C
\end{array}
$$

  Alors, $FND_{\Phi_1} = FNC_{\Phi_1} = \neg A \vee B \vee C$

- Calculer ses FNC et FND par la méthode de Quine.

  Correction :

  $\underline{A = 0}$: $(0 \wedge (B \Rightarrow \neg(0 \vee C))) \Rightarrow (C \vee \neg 0)$
  $0 \Rightarrow 1$
  **true** alors : $\neg A \vee \ldots$

  $\underline{A = 1}$: $(1 \wedge (B \Rightarrow \neg(1 \vee C))) \Rightarrow (C \vee \neg 1)$
  $(B \Rightarrow \neg(1 \vee C)) \Rightarrow C$
  $\underline{B = 1}$:
  $(1 \Rightarrow 0) \Rightarrow C$
  $0 \Rightarrow C$
  **true** alors : $\neg A \vee (A \wedge B) \vee \ldots$
  $\underline{B = 0}$:
  $(0 \Rightarrow 0) \Rightarrow C$
  $1 \Rightarrow C$
  Si $C = 1$ alors **true** donc, $FND_{\Phi_1} = \neg A \vee (A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B \wedge C)$
  Si $C = 0$ alors *false*.

  En utilisant l'arbre précédent, nous pouvons voir que la seule interprétation qui fait $\Phi_1$ fausse, est la suivante :

$$A \wedge \neg B \wedge \neg C$$

  Alors, sa négation nous rend la $FNC$ de $\Phi_1$ :

$$FNC_{\Phi_1} = \neg(A \wedge \neg B \wedge \neg C) \equiv \neg A \vee B \vee C$$