

# CAPÍTULO

4

## Pronósticos

### Esquema del capítulo

#### Perfil global de una compañía: Disney World

¿Qué es pronosticar? 106

Horizontes de tiempo del pronóstico 106  
La influencia del ciclo de vida del producto 107

Tipos de pronósticos 107

La importancia estratégica del pronóstico 107

Recursos humanos 107  
Capacidad 107

Administración de la cadena de suministro 107

Siete pasos en el sistema de pronóstico 108

Enfoques de pronósticos 108

Pronósticos cualitativos 108  
Panorama de los métodos cuantitativos 109

Pronósticos de series de tiempo 109

Descomposición de una serie de tiempo 110  
Enfoque intuitivo 110

Promedios móviles 111

Suavizamiento exponencial 113

Medición del error de pronóstico 115

Suavizamiento exponencial con ajuste  
de tendencia 118

Proyecciones de tendencia 121

Variaciones estacionales en los datos 123

Variaciones cíclicas en los datos 128

Métodos asociativos de pronóstico:

Análisis de regresión y correlación 128

Uso del análisis de regresión para  
pronosticar 128

Error estándar de la estimación 130

Coeficientes de correlación para rectas  
de regresión 131

Ánalisis de regresión múltiple 133

Monitoreo y control de pronósticos 133

Suavizamiento adaptable 135

Pronóstico enfocado 135

Pronósticos en el sector servicios 136

Resumen 137

Términos clave 139

Uso de software en los pronósticos 139

Problemas resueltos 140

Ejercicios de modelo activo 142

Autoevaluación 143

Ejercicios para el estudiante 143

Preguntas para análisis 143

Dilema ético 144

Problemas 144

Estudio de casos: Southwestern University: (B);

Digital Cell Phone, Inc. 151

Caso en video: Pronósticos en Hard Rock Café  
152

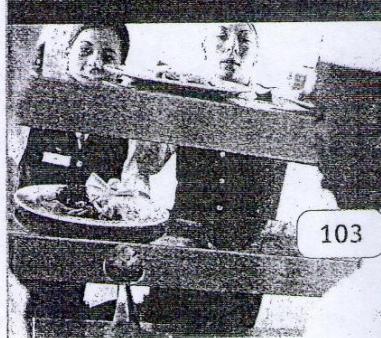
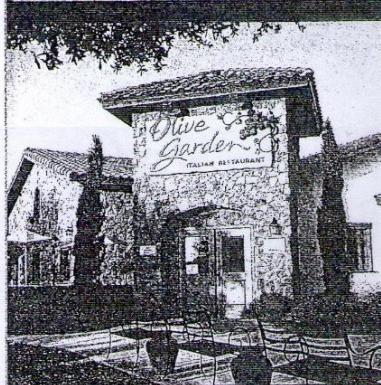
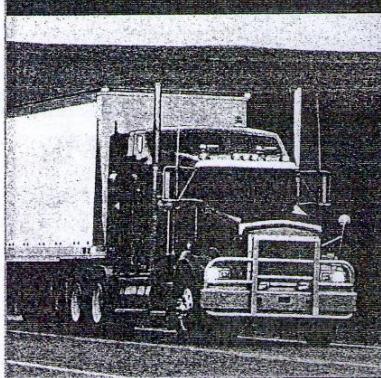
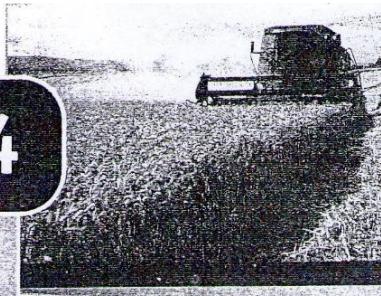
Estudio de casos adicionales 153

Bibliografía 153

Recursos en Internet 153

Al terminar de estudiar este capítulo, usted será capaz de

1. Entender los tres horizontes de tiempo  
y cuáles modelos se aplican a cada  
uno
2. Explicar cuándo debe usarse cada  
uno de los cuatro modelos  
cuantitativos
3. Aplicar los métodos intuitivo, de  
promedios móviles, de suavizamiento  
exponencial, y de análisis de tendencia
4. Calcular tres medidas de la exactitud  
del pronóstico
5. Desarrollar índices estacionales
6. Realizar un análisis de regresión y  
correlación
7. Usar una señal de control



Disney Parks  
Fuerza tu vida con Disney

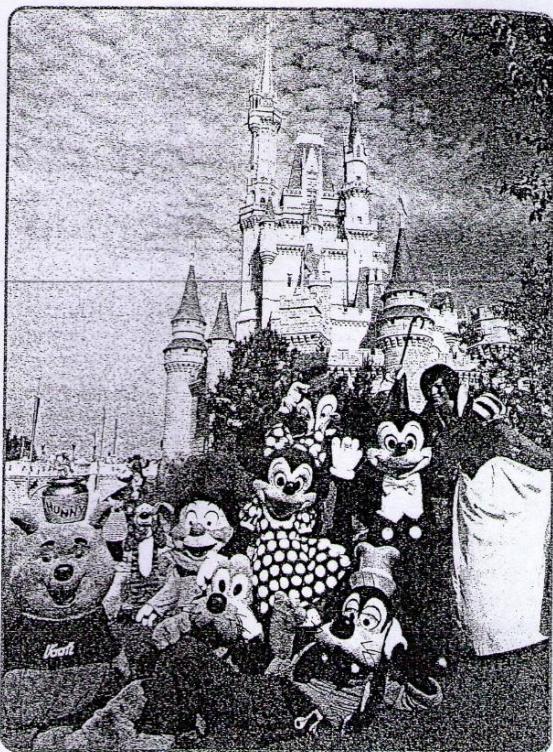
## Los pronósticos proporcionan una ventaja competitiva para Disney

Cuando se trata de las marcas globales más respetadas en el mundo, Disney Parks & Resorts es un líder evidente. Aunque el monarca de este reino mágico no es un hombre sino un ratón —Mickey Mouse—, su director general, Robert Iger, es quien administra cotidianamente al gigante del entretenimiento.

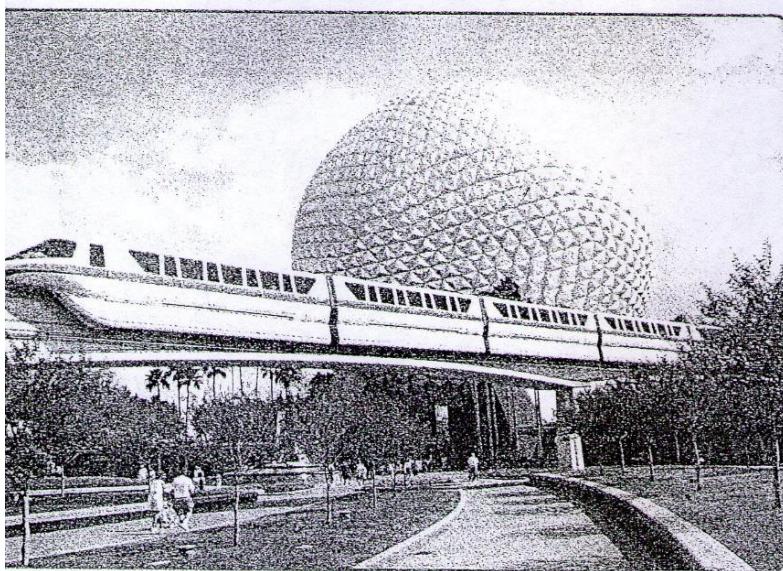
El portafolio global de Disney incluye Disneylandia Hong Kong (abierto en 2005), Disneylandia París (1992), y Disneylandia Tokio (1983). Pero son Disney World (en Florida) y Disneylandia (en California) las que impulsan las ganancias en esta corporación de 32 mil millones de dólares, la cual se encuentra en el lugar 54 de la lista *Fortune 500* y en el sitio 79 de la lista Global 500 del *Financial Times*.

En Disney las utilidades están relacionadas directamente con la gente —cuántas personas visitan los parques y cómo gastan su dinero mientras están ahí. Cuando Iger recibe un informe diario de sus seis parques temáticos localizados en Orlando, el reporte contiene sólo dos números: el *pronóstico* de asistencia a los parques (Reino Mágico, Epcot, Reino Animal, Estudios MGM, Laguna Tifón y Playa Brisa) dado el día anterior y la asistencia *real*. Se espera un error cercano a cero. Iger toma muy en serio sus pronósticos.

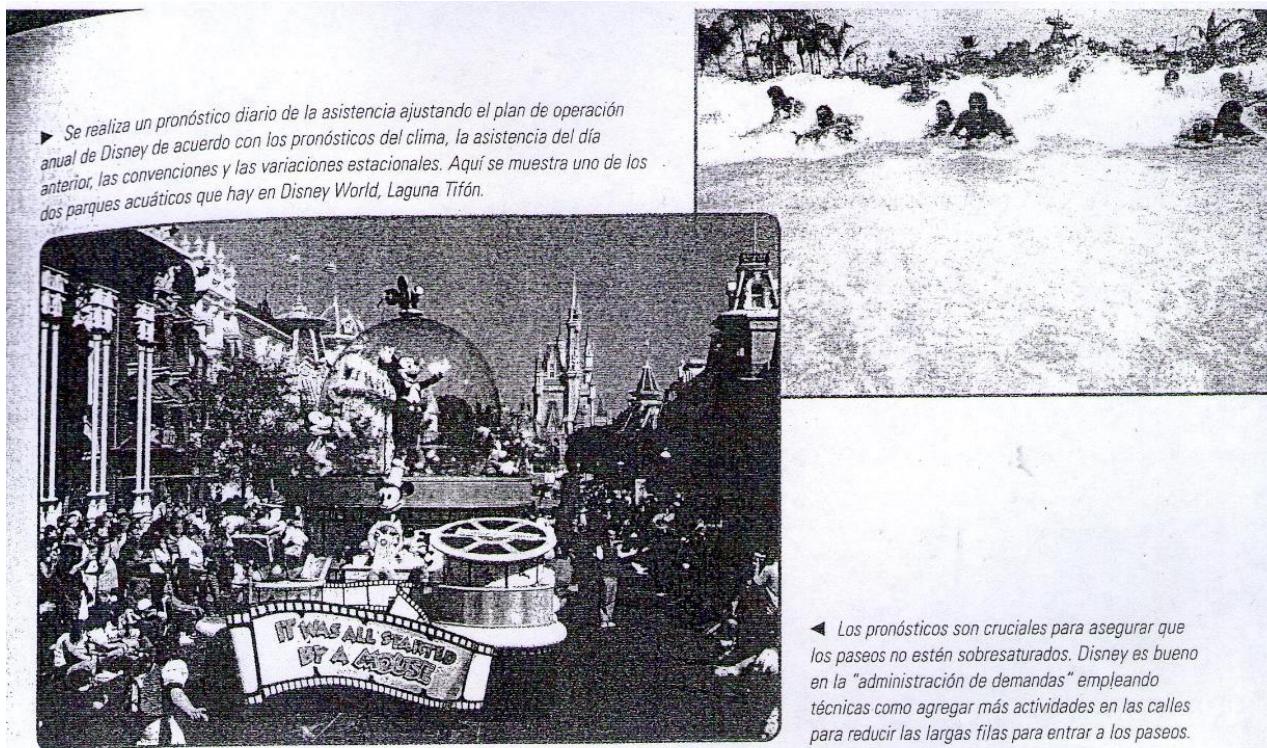
No obstante, el equipo de pronósticos de Disney World no hace sólo una predicción diaria, e Iger no es su único cliente. Dicho equipo también proporciona pronósticos diarios, semanales, mensuales, anuales y



▲ Mickey y Minnie Mouse, y otros personajes de Disney, con el castillo de Cenicienta como fondo, proporcionan la imagen pública de Disney para el mundo. Los pronósticos guían los programas de trabajo de 56,000 actores que laboran en los parques de Disney World en Orlando.



◀ La esfera gigante es el símbolo de Epcot, uno de los seis parques de Disney localizados en Orlando, para el cual deben elaborarse pronósticos de comidas, hospedaje, entretenimiento y transporte. Este monorriel de Disney transporta a los invitados entre los parques y los 20 hoteles en la gran propiedad de 47 millas cuadradas (aproximadamente el tamaño de San Francisco y dos veces el tamaño de Manhattan).



quinquenales a los departamentos de administración de la mano de obra, mantenimiento, operaciones, finanzas y programación del parque. Los miembros del equipo de pronósticos usan modelos críticos, económicos, de promedios móviles y de análisis de regresión.

Puesto que un 20% de los clientes que Disney tiene en el mundo provienen del exterior de Estados Unidos, su modelo económico incluye variables como producto interno bruto, tasas de cambio y llegadas a Estados Unidos. Asimismo, Disney emplea 35 analistas y 70 trabajadores de campo para encuestar a 1 millón de personas al año. Las encuestas, administradas a los clientes en los parques y en sus 20 hoteles, a los empleados y a los profesionales de la industria de los viajes, examinan los planes futuros de viaje y las experiencias vividas en los parques. Lo anterior ayuda a pronosticar no sólo la asistencia sino el comportamiento en cada atracción (por ejemplo, cuántas personas estarán esperando, cuántas veces realizarán el paseo). Las entradas al modelo de pronóstico mensual incluyen ofertas de las aerolíneas, discursos de la dirección de la Reserva Federal estadounidense, y las tendencias en Wall Street. Disney revisa incluso 3,000 distritos escolares dentro y fuera de Estados Unidos en relación con sus programas de vacaciones y días festivos. Con este método, el pronóstico quinquenal de asistencia de Disney produce un error de sólo el 5% en promedio. Sus pronósticos anuales tienen un error que va del 0 al 3 por ciento.

Los pronósticos de asistencia elaborados para los parques guían toda una serie de decisiones administrativas. Por ejemplo, en un día la capacidad puede aumentarse al abrir a las 8 A.M. en vez de hacerlo a la hora usual de las 9 A.M., al abrir más espectáculos o paseos, al agregar más carritos de

**► Los pronósticos son cruciales para asegurar que los paseos no estén sobresaturados. Disney es bueno en la "administración de demandas" empleando técnicas como agregar más actividades en las calles para reducir las largas filas para entrar a los paseos.**



**▲ Disney usa personajes como Minnie Mouse para entretenir a los clientes cuando se pronostican filas demasiado largas. En días tranquilos, asiste a trabajar una menor cantidad de actores.**

comida y bebidas (¡cada año se venden 9 millones de hamburguesas y 50 millones de refrescos!), y al convocar a más empleados a trabajar (llamados "miembros del reparto"). Para lograr flexibilidad, los miembros del reparto se programan en intervalos de 15 minutos a través de los parques. La demanda puede administrarse al limitar el número de clientes admitidos en los parques, con el sistema de reservación "pase rápido", y al trasladar las aglomeraciones detectadas en los paseos hacia desfiles en las calles.

En Disney, los pronósticos son una guía clave para el éxito y la ventaja competitiva de la compañía.

Todos los días, administradores como los de Disney toman decisiones sin saber lo que ocurrirá en el futuro. Ordenan inventarios sin saber cuánto se venderá, compran equipos nuevos a pesar de la incertidumbre de la demanda de los productos, y realizan inversiones sin saber las ganancias que tendrán. Los administradores tratan de hacer siempre mejores estimaciones sobre lo que ocurrirá en el futuro, a pesar de la incertidumbre. El propósito principal de los pronósticos es hacer buenas estimaciones.

En este capítulo, examinamos diferentes tipos de pronósticos y presentamos una variedad de modelos de pronóstico. Nuestro propósito es mostrar que los administradores disponen de muchas formas para pronosticar. Asimismo, proporcionamos un panorama sobre el pronóstico de las ventas del negocio y describimos la forma de preparar, supervisar y juzgar la exactitud del pronóstico. Los buenos pronósticos representan una parte *esencial* de las operaciones de servicios y manufactura eficientes.

## ¿QUÉ ES PRONOSTICAR?

### Pronosticar

Arte y ciencia de predecir eventos futuros.

**Pronosticar** es el arte y la ciencia de predecir los eventos futuros. Puede implicar el empleo de datos históricos y su proyección hacia el futuro mediante algún tipo de modelo matemático. Puede ser una predicción subjetiva o intuitiva; o puede ser una combinación de éstas —es decir, un modelo matemático ajustado mediante el buen juicio del administrador.

Conforme se introduzcan las distintas técnicas de pronóstico en este capítulo, el lector se dará cuenta de que no existe un método superior. Lo que funciona mejor en una empresa con una serie de condiciones puede ser un completo desastre en otra, o incluso en otro departamento de la misma compañía. Además, se observará que hay límites a lo que puede esperarse de los pronósticos, puesto que casi nunca son perfectos. Su monitoreo y preparación también son costosos y consumen tiempo.

Sin embargo, pocos negocios se dan el lujo de evadir el proceso de pronosticar y sólo esperar a ver qué sucede para después correr sus riesgos. La planeación efectiva a corto y largo plazos depende del pronóstico de la demanda para los productos de la compañía.

## Horizontes de tiempo del pronóstico

### Objetivo de aprendizaje

1. Entender los tres horizontes de tiempo y cuáles modelos se aplican a cada uno

Por lo general, un pronóstico se clasifica por el *horizonte de tiempo futuro* que cubre. El horizonte de tiempo se clasifica en tres categorías:

1. *Pronóstico a corto plazo*: Este pronóstico tiene una extensión de tiempo de hasta 1 año, pero casi siempre es menor a 3 meses. Se usa para planear las compras, programar el trabajo, determinar niveles de mano de obra, asignar el trabajo, y decidir los niveles de producción.
2. *Pronóstico a mediano plazo*: Por lo general, un pronóstico a mediano plazo, o a plazo intermedio, tiene una extensión de entre 3 meses y 3 años. Se utiliza para planear las ventas, la producción, el presupuesto y el flujo de efectivo, así como para analizar diferentes planes operativos.
3. *Pronóstico a largo plazo*. Casi siempre su extensión es de 3 años o más. Los pronósticos a largo plazo se emplean para planear la fabricación de nuevos productos, gastos de capital, ubicación o expansión de las instalaciones, y para investigación y desarrollo.

Los pronósticos a mediano y largo plazos se distinguen de los pronósticos a corto plazo por tres características:

1. Primero, los pronósticos a mediano y largo plazos *manejan aspectos más generales* y apoyan decisiones administrativas relativas a la planeación y los productos, plantas y procesos. La implementación de algunas decisiones sobre instalaciones, como la decisión que tomó GM de abrir una nueva planta de manufactura en Brasilia, puede tomar de 5 a 8 años desde su concepción hasta su terminación.
2. Segundo, el pronóstico a corto plazo usualmente *emplea metodologías diferentes* que el pronóstico a más largo plazo. Las técnicas matemáticas, como promedios móviles, suavizado exponencial y extrapolación de tendencias (que examinaremos en breve), son comunes en las proyecciones a corto plazo. Los métodos más amplios y *menos cuantitativos* resultan útiles para predecir asuntos tales como si un nuevo producto, por ejemplo una grabadora de discos ópticos, debe introducirse en la línea de productos de una compañía.
3. Por último, como podría esperarse, los pronósticos a corto plazo *tienden a ser más precisos* que los de largo plazo. Los factores que influyen en la demanda cambian todos los días. Por lo tanto, a medida que el horizonte de tiempo se alarga, es más probable que la exactitud del pronóstico disminuya. Entonces, es necesario afirmar que los pronósticos de ventas deben actualizarse regularmente para mantener su valor e integridad. Después de cada periodo de ventas, los pronósticos deben revisarse y corregirse.

Nuestra capacidad para pronosticar ha mejorado, pero ha sido rebasada por una economía mundial cada vez más compleja.

### **La influencia del ciclo de vida del producto**

Otro factor que debe considerarse cuando se desarrollan pronósticos de ventas, en especial los largos, es el ciclo de vida del producto. Los productos, e incluso los servicios, no se venden a un nivel constante a lo largo de su vida. Los productos más exitosos pasan por cuatro etapas: (1) introducción; (2) crecimiento; (3) madurez, y (4) declinación.

Los productos situados en las primeras dos etapas de su ciclo de vida (como la realidad virtual y los televisores con pantalla de cristal líquido) necesitan pronósticos más largos que aquellos ubicados en las etapas de madurez y declinación (como los discos de 3½" y las patinetas). Los pronósticos que reflejan los ciclos de vida son útiles para proyectar los distintos niveles de personal, niveles de inventario y capacidad de planta mientras el producto pasa de la primera a la última etapa. El reto de introducir productos nuevos se tratará con mayor detalle en el capítulo 5.

## **TIPOS DE PRONÓSTICOS**

Las organizaciones utilizan tres tipos principales de pronósticos en la planeación de operaciones futuras:

1. Los **pronósticos económicos** abordan el ciclo del negocio al predecir tasas de inflación, suministros de dinero, construcción de viviendas, y otros indicadores de planeación.
2. Los **pronósticos tecnológicos** se refieren a las tasas de progreso tecnológico, las cuales pueden resultar en el nacimiento de nuevos e interesantes productos, que requerirán nuevas plantas y equipo.
3. Los **pronósticos de la demanda** son proyecciones de la demanda de productos o servicios de una compañía. Estos pronósticos, también llamados *pronósticos de ventas*, orientan la producción, la capacidad y los sistemas de programación de la empresa, y sirven como entradas en la planeación financiera, de marketing y de personal.

Los pronósticos tecnológicos y económicos son técnicas especializadas que tal vez no formen parte de la función del administrador de operaciones. Por tal razón, en este libro se pone énfasis en los pronósticos de la demanda.

## **LA IMPORTANCIA ESTRATÉGICA DEL PRONÓSTICO**

Los buenos pronósticos son de importancia crucial para todos los aspectos del negocio: *El pronóstico es la única estimación de la demanda hasta que se conoce la demanda real*. Por lo tanto, los pronósticos de la demanda guían las decisiones en muchas áreas. A continuación se verá el efecto del pronóstico del producto en tres actividades: (1) recursos humanos; (2) capacidad, y (3) administración de la cadena de suministro.

### **Recursos humanos**

La contratación, la capacitación y el despido de los trabajadores dependen de la demanda anticipada. Si el departamento de recursos humanos debe contratar trabajadores adicionales sin previo aviso, la cantidad de capacitación declina y se afecta la calidad de la fuerza de trabajo. Una gran fábrica de productos químicos de Louisiana casi perdió a su principal cliente cuando una expansión súbita a 24 horas de operación condujo al desplome del control de la calidad en el segundo y tercer turnos.

### **Capacidad**

Cuando la capacidad es inadecuada, los faltantes que resultan pueden significar entregas poco confiables, pérdida de clientes y pérdida de la participación en el mercado. Esto es exactamente lo que le pasó a Nabisco cuando subestimó la enorme demanda de sus nuevas galletas bajas en grasa, Snackwell Devil's Food Cookies. Incluso con las líneas de producción trabajando tiempo extra, Nabisco no pudo cubrir la demanda y perdió clientes. Por otro lado, si se construye una capacidad en exceso, los costos se dispararán.

### **Administración de la cadena de suministro**

Las buenas relaciones con el proveedor y, por ende, las ventajas de precio en materiales y partes dependen de pronósticos adecuados. Por ejemplo, los fabricantes de automóviles que deseen que TRW Corp., les garantice suficiente capacidad de producción de bolsas de aire deben proporcionarle los pronósticos adecuados que justifiquen la ampliación de su planta. En el mercado global, donde se manufacturan los costosos componentes de los jet Boeing 787 en docenas de países, la coordinación impulsada por los pronósticos es crucial. La programación de su transporte a Seattle para el ensamblaje final al menor costo posible significa que no habrá sorpresas de último minuto que puedan dañar los ya bajos márgenes de utilidad.

#### **Pronósticos económicos**

Indicadores de planeación que son valiosos por ayudar a las organizaciones en la preparación de pronósticos de mediano y largo plazos.

#### **Pronósticos tecnológicos**

Pronósticos a largo plazo relacionados con las tasas de progreso tecnológico.

#### **Pronósticos de la demanda**

Proyecciones de las ventas de la compañía para cada período situado en el horizonte de planeación.



**Video 4.1**

Pronósticos en Hard Rock Café

## SIETE PASOS EN EL SISTEMA DE PRONÓSTICO

El pronóstico sigue siete pasos básicos. Usaremos a Disney World, el centro de atención del *Perfil global de una compañía* en este capítulo, como ejemplo de cada paso.

1. *Determinar el uso del pronóstico:* Disney usa los pronósticos de la asistencia al parque para dirigir el personal, las horas de entrada, la disponibilidad de paseos y los suministros de comida.
2. *Seleccionar los aspectos que se deben pronosticar:* Para Disney World hay seis parques principales. La cifra primordial que determina la mano de obra, el mantenimiento y la programación es la asistencia diaria.
3. *Determinar el horizonte de tiempo del pronóstico:* ¿Es a corto, mediano o largo plazos? Disney desarrolla pronósticos diarios, semanales, mensuales, anuales y quinquenales.
4. *Seleccionar los modelos de pronóstico:* Disney usa una variedad de modelos estadísticos que analizaremos, incluyendo promedios móviles, suavizamiento exponencial y análisis de regresión. También emplea modelos de juicio, o no cuantitativos.
5. *Recopilar los datos necesarios para elaborar el pronóstico:* El equipo de pronósticos de Disney emplea a 35 analistas y 70 trabajadores de campo para encuestar a 1 millón de personas y/o negocios cada año. También utiliza una compañía llamada Global Insights para elaborar los pronósticos de la industria de los viajes y recopilar datos sobre tasas de cambio, llegadas a Estados Unidos, ofertas de aerolíneas, tendencias en Wall Street, y programas vacacionales en las escuelas.
6. *Realizar el pronóstico.*
7. *Validar e implementar los resultados:* En Disney, los pronósticos se revisan diariamente a los niveles más altos para asegurar la validez del modelo, de los supuestos y de los datos. Se aplican las medidas de error, y después se usan los pronósticos en la programación del personal a intervalos de 15 minutos.

Estos siete pasos presentan una forma sistemática para iniciar, diseñar e implementar un sistema de pronósticos. Cuando el sistema se va a usar para generar pronósticos regulares a lo largo del tiempo, la recopilación de datos debe ser rutinaria. Los cálculos reales casi siempre se realizan por computadora.

Sin importar qué sistema usen las empresas como Disney, cada compañía enfrenta varias realidades:

1. Los pronósticos casi nunca son perfectos. Esto significa que factores externos no predecibles o controlables suelen afectar el pronóstico. Las compañías deben admitir esta realidad.
2. La mayoría de las técnicas de pronóstico suponen la existencia de cierta estabilidad subyacente en el sistema. En consecuencia, algunas empresas automatizan sus predicciones a través de software para pronósticos computarizados y después sólo vigilan de cerca aquellos productos cuya demanda es errática.
3. Tanto los pronósticos de familias de productos como los de productos agregados son más precisos que los pronósticos para productos individuales. Disney, por ejemplo, agrega los pronósticos de asistencia diaria por parque. Este enfoque ayuda a contrarrestar la sobre o subestimación de cada una de las seis atracciones.

## ENFOQUES DE PRONÓSTICOS

Hay dos enfoques generales para pronosticar, de la misma forma que existen dos maneras de abordar todos los modelos de decisión. Un enfoque es el análisis cuantitativo; el otro es el enfoque cualitativo. Los **pronósticos cuantitativos** utilizan una variedad de modelos matemáticos que se apoyan en datos históricos y/o en variables causales para pronosticar la demanda. Los **pronósticos cualitativos** o subjetivos incorporan factores como la intuición, las emociones, las experiencias personales y el sistema de valores de quien toma las decisiones para llegar a un pronóstico. Algunas empresas emplean un enfoque y otras el otro. En la práctica, la combinación de ambos resulta más efectiva en la mayoría de los casos.

### Panorama de los métodos cualitativos

En esta sección consideraremos cuatro técnicas de pronósticos *cualitativos*.

1. **Jurado de opinión ejecutiva:** Bajo este método, las opiniones de un grupo de expertos o administradores de alto nivel, a menudo en combinación con modelos estadísticos, se combinan para llegar a una estimación grupal de la demanda. Por ejemplo, Bristol-Meyers Squibb Company emplea 220 científicos investigadores destacados, como jurado de opinión ejecutiva, con el fin de tener una idea de las tendencias futuras en el mundo de la investigación médica.
2. **Método Delphi:** Hay tres tipos de participantes en el método Delphi: los que toman las decisiones, el personal, y los entrevistados. Los que toman las decisiones suelen formar un grupo de

### Pronósticos cuantitativos

Pronósticos que emplean uno o más modelos matemáticos basados en datos históricos y/o en variables causales para pronosticar la demanda.

### Pronósticos cualitativos

Pronósticos que incorporan factores como la intuición, las emociones, las experiencias personales y el sistema de valores de quien toma las decisiones.

### Jurado de opinión ejecutiva

Técnica de pronósticos que toma en cuenta la opinión de un pequeño grupo de administradores de alto nivel para obtener una estimación grupal de la demanda.

### Método Delphi

Técnica de pronósticos que emplea un proceso grupal con el fin de que los expertos puedan hacer pronósticos.

5 a 10 expertos que estarán elaborando el pronóstico real. El personal ayuda a éstos al preparar, distribuir, recopilar y resumir la serie de cuestionarios y los resultados de las encuestas. Los entrevistados forman un grupo de personas, a menudo localizadas en distintos sitios, cuyos juicios se valoran. Este grupo proporciona entradas a los que toman las decisiones antes de hacer el pronóstico.

El estado de Alaska, por ejemplo, ha usado el método Delphi para desarrollar su pronóstico económico a largo plazo. Un sorprendente 90% del presupuesto estatal deriva de los 1.5 millones de barriles de petróleo bombeados diariamente a través de un oleoducto localizado en Prudhoe Bay. El enorme panel de expertos de Delphi debe representar a todos los grupos de opinión del estado y a todas las áreas geográficas. Delphi fue la herramienta de pronóstico ideal porque pudo evitarse el viaje de los panelistas. También significó que los líderes de opinión de Alaska pudieran participar sin que las reuniones y distancias afectaran sus horarios.

3. **Composición de la fuerza de ventas:** En este enfoque, cada vendedor estima cuáles serán las ventas en su región. Después, estos pronósticos se revisan para asegurar que sean realistas. Luego se combinan en los niveles distrital y nacional para llegar a un pronóstico global. Una variación de este enfoque ocurre en Lexus, donde los distribuidores de la compañía tienen una reunión trimestral en la que hablan de lo que se está vendiendo, en qué colores y con qué alternativas, a fin de que la fábrica sepa qué construir.<sup>1</sup>
4. **Encuesta en el mercado de consumo:** Este método solicita información a los clientes o posibles consumidores acerca de sus planes de compra futuros. Puede ayudar no sólo a preparar el pronóstico, sino también a mejorar el diseño del producto y la planeación de nuevos productos. Sin embargo, los métodos de encuesta en el mercado de consumo y composición de la fuerza de ventas adolecen de un optimismo exagerado que surge de la información de los clientes. En 2001, la caída de la industria de las telecomunicaciones fue resultado de la sobreexpansión que pretendía satisfacer una "demanda explosiva por parte de los clientes". ¿De dónde provino esta información? Oplink Communications, un proveedor de Nortel Networks, dice que "durante los últimos años, los pronósticos de su compañía se basaron principalmente en conversaciones informales con sus clientes".<sup>2</sup>

## Panorama de los métodos cuantitativos

En este capítulo se describen cinco métodos de pronósticos cuantitativos que emplean datos históricos. Los métodos caen en dos categorías:

- |  |                                 |
|--|---------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Enfoque intuitivo</li> <li>2. Promedios móviles</li> <li>3. Suavizamiento exponencial</li> <li>4. Proyección de tendencias</li> <li>5. Regresión lineal</li> </ol> | {      }      modelo asociativo |
| }      modelos de series de tiempo   |                                 |

**Modelos de series de tiempo** Los modelos de **series de tiempo** predicen bajo el supuesto de que el futuro es una función del pasado. En otras palabras, observan lo que ha ocurrido durante un periodo y usan una serie de datos históricos para hacer un pronóstico. Si estamos pronosticando las ventas semanales de cortadoras de césped, utilizamos datos de las ventas pasadas de cortadoras de césped para hacer el pronóstico.

**Modelos asociativos** Los modelos asociativos, como la regresión lineal, incorporan las variables o los factores que pueden influir en la cantidad por pronosticar. Por ejemplo, un modelo asociativo sobre las ventas de cortadoras de césped incluye factores como la construcción de nuevas viviendas, el presupuesto de publicidad y los precios de los competidores.

## PRONÓSTICOS DE SERIES DE TIEMPO

Una serie de tiempo se basa en una secuencia de datos puntuales igualmente espaciados (semanales, mensuales, trimestrales, etc.). Los ejemplos incluyen las ventas semanales de Nike Air Jordans, los informes de ingresos trimestrales en Microsoft, los embarques diarios de cerveza Coors, y los índices anuales de precios al consumidor. Los datos para pronósticos de series de tiempo implican que los va-

### Objetivo de aprendizaje

2. Explicar cuándo debe usarse cada uno de los cuatro modelos cualitativos

### Composición de la fuerza de ventas

Técnica de pronóstico basada en las estimaciones de las ventas esperadas por parte de los vendedores.

### Encuesta en el mercado de consumo

Método de pronóstico que solicita información a los clientes o posibles consumidores en relación con sus planes de compra futuros.

### Series de tiempo

Técnica de pronóstico que usa una serie de datos puntuales del pasado para realizar un pronóstico.

<sup>1</sup>Jonathan Fahey, "The Lexus Nexus", *Forbes* (21 de junio de 2004): 68-70.

<sup>2</sup>"Lousy Sales Forecasts Helped Fuel the Telecom Mess", *The Wall Street Journal* (9 de julio de 2001): B1-B4.

*Dos citas famosas:*

"Nunca podrás planear el futuro a partir del pasado".

Sir Edmund Burke  
"No conozco otra forma de juzgar el futuro sino a partir del pasado".

Patrick Henry

lores futuros se predicen *sóamente* a partir de los valores pasados y que se pueden ignorar otras variables, sin importar qué tan potencialmente valiosas sean.

### Descomposición de una serie de tiempo

Analizar una serie de tiempo significa desglosar los datos históricos en componentes y después proyectarlos al futuro. Una serie de tiempo tiene cuatro componentes:

1. La *tendencia* es el movimiento gradual, hacia arriba o hacia abajo, de los datos en el tiempo. Los cambios en el ingreso, la población, la distribución de edades o los puntos de vista culturales pueden ser causantes del movimiento en una tendencia.
2. La *estacionalidad* es un patrón de datos que se repite después de un periodo de días, semanas, meses o trimestres. Existen seis patrones comunes de estacionalidad:

Periodo del patrón	Longitud de la "estación"	Número de "estaciones" en el patrón
Semana	Día	7
Mes	Semana	4-4½
Mes	Día	28-31
Año	Trimestre	4
Año	Mes	12
Año	Semana	52

Los restaurantes y las peluquerías, por ejemplo, experimentan estaciones semanales, donde los sábados son el pico del negocio. Vea el recuadro *AO en acción* "Pronósticos en Olive Garden y Red Lobster". Los distribuidores de cerveza pronostican patrones anuales, con estaciones mensuales. Cada una de las tres "estaciones" —mayo, julio y septiembre— contiene un día festivo en el que se ingiere mucha cerveza.

3. Los *ciclos* son patrones, detectados en los datos, que ocurren cada cierta cantidad de años. Usualmente están sujetos al ciclo comercial y son de gran importancia para el análisis y la planeación del negocio a corto plazo. La predicción de los ciclos de negocio es difícil porque éstos pueden verse afectados por los acontecimientos políticos o la turbulencia internacional.
4. Las *variaciones aleatorias* son "señales" generadas en los datos por casualidad o por situaciones inusuales. No siguen ningún patrón discernible y, por lo tanto, no se pueden predecir.

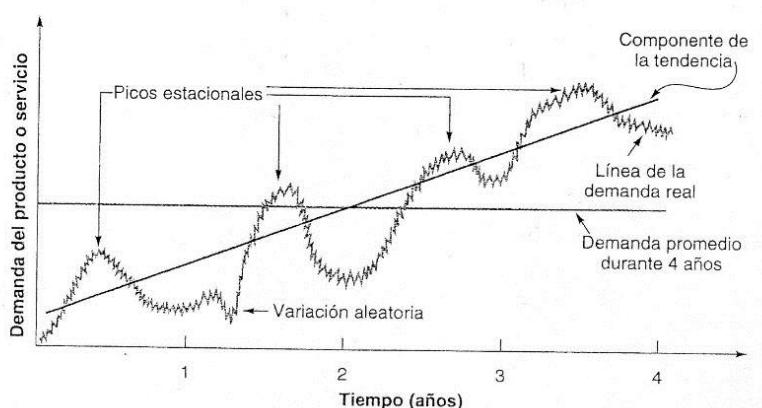
En la figura 4.1 se ilustra una demanda en un periodo de 4 años. Se muestra el promedio, la tendencia, las componentes estacionales y las variaciones aleatorias alrededor de la curva de demanda. La demanda promedio es la suma de la demanda medida en cada periodo y dividida entre el número de periodos con datos.

### Enfoque intuitivo

La forma más simple de pronosticar es suponer que la demanda del siguiente periodo será igual a la demanda del periodo más reciente. En otras palabras, si las ventas de un producto —digamos, teléfonos celulares Nokia— fueron de 68 unidades en enero, podemos pronosticar que en febrero las ven-

► Figura 4.1

Gráfica de la demanda de un producto durante cuatro años, la cual indica una tendencia creciente y una estacionalidad



## Pronósticos en Olive Garden y Red Lobster

Es viernes por la noche en el pueblo universitario de Gainesville, Florida, y el restaurante local Olive Garden está en ebullicón. Los clientes deben esperar un promedio de 30 minutos por una mesa, entre tanto pueden probar vinos y quesos nuevos y admirar pinturas con escenas de pueblos italianos en las paredes del restaurante. Después sigue la cena con porciones tan grandes que muchas personas piden una parte para llevar a casa. La cuenta típicamente es de 15 dólares por persona.

Grandes cantidades de personas acuden a la cadena de restaurantes de Darden, Olive Garden, Red Lobster, Season 52, y Bahama Breeze en busca de valor y consistencia y la encuentran.

Cada noche, las computadoras de Darden realizan pronósticos que les dicen a los administradores de almacén qué demanda anticipar para el día siguiente. El software de pronóstico genera un pronóstico completo de comidas y entradas que resultan en elementos específicos del menú. Por ejemplo, el sistema le dice a un administrador que si se servirán 625 comidas el día siguiente, "servirás estos platillos en estas cantidades. Entonces, antes de irte a casa, saca 25 libras de camarones



y 30 libras de cangrejo, y dile a los empleados encargados de las operaciones que preparen 42 paquetes de porciones de pollo, 75 platos de camarones, 8 pescados rellenos, etc." Con frecuencia, los administradores pueden conocer

con certeza las cantidades con base en las condiciones locales, como el clima o una convención, pero además saben lo que sus clientes van a ordenar.

Con base en la historia de la demanda, el sistema de pronósticos ha ayudado a ahorrar millones de dólares en desperdicios. El pronóstico también reduce los costos de mano de obra al proporcionar la información necesaria para mejorar la programación. Los costos de mano de obra disminuyeron casi en un porcentaje total el primer año, traduciéndose en millones adicionales de ahorro para la cadena Darden. En el negocio de los restaurantes con bajo margen de utilidad, cada dólar cuenta.

Fuente: Entrevistas con ejecutivos de Darden, 2006, 2007.

tas también serán de 68 teléfonos. ¿Tiene esto algún sentido? Resulta que para algunas líneas de productos, este **enfoque intuitivo** es el modelo de pronóstico más efectivo en costos y más eficiente con respecto al objetivo. Al menos ofrece un punto de partida contra el cual comparar otros modelos más sofisticados que se utilicen después.

### Enfoque intuitivo

Técnica de pronósticos que supone que en el siguiente período la demanda será igual a la del período más reciente.

## Promedios móviles

El pronóstico de **promedios móviles** usa un número de valores de datos históricos reales para generar un pronóstico. Los promedios móviles son útiles si podemos suponer que la demanda del mercado permanecerá relativamente estable en el tiempo. Un promedio móvil de 4 meses se encuentra simplemente al sumar la demanda medida durante los últimos 4 meses y dividiéndola entre cuatro. Al concluir cada mes, los datos del mes más reciente se agregan a la suma de los 3 meses previos y se elimina el dato del mes más antiguo. Esta práctica tiende a suavizar las irregularidades del corto plazo en las series de datos.

Matemáticamente, el promedio móvil simple (que sirve como estimación de la demanda del siguiente período) se expresa como

$$\text{Promedio móvil} = \frac{\sum \text{Demanda en los } n \text{ períodos previos}}{n} \quad (4-1)$$

donde  $n$  es el número de períodos incluidos en el promedio móvil —por ejemplo, 4, 5 o 6 meses, respectivamente, para un promedio móvil de 4, 5 o 6 períodos.

En el ejemplo 1 se muestra cómo calcular los promedios móviles.

### Promedios móviles

Método de pronósticos que utiliza un promedio de los  $n$  períodos más recientes de datos para pronosticar el siguiente período.

### Objetivo de aprendizaje

3. Aplicar los métodos intuitivo, de promedios móviles, de suavizamiento exponencial, y de análisis de tendencia

La tienda de suministros para jardín de Donna quiere hacer un pronóstico con el promedio móvil de 3 meses, incluyendo un pronóstico para las ventas de cobertizos el próximo enero.

**Método:** Las ventas de cobertizos para almacenamiento se muestran en la columna media de la tabla que se encuentra en la parte superior de la próxima página. A la derecha se presenta un promedio móvil de 3 meses.

### EJEMPLO 1

#### Determinación del promedio móvil

Archivo de datos para  
Excel OM Ch04Ex1.xls

Mes	Ventas reales de cobertizos	Promedio móvil de tres meses
Enero	10	
Febrero	12	
Marzo	13	
Abril	16	$(10 + 12 + 13)/3 = 11\frac{2}{3}$
Mayo	19	$(12 + 13 + 16)/3 = 13\frac{2}{3}$
Junio	23	$(13 + 16 + 19)/3 = 16$
Julio	26	$(16 + 19 + 23)/3 = 19\frac{1}{3}$
Agosto	30	$(19 + 23 + 26)/3 = 22\frac{2}{3}$
Septiembre	28	$(23 + 26 + 30)/3 = 26\frac{1}{3}$
Octubre	18	$(26 + 30 + 28)/3 = 28$
Noviembre	16	$(30 + 28 + 18)/3 = 25\frac{1}{3}$
Diciembre	14	$(28 + 18 + 16)/3 = 20\frac{2}{3}$

**Solución:** El pronóstico para diciembre es de  $20\frac{2}{3}$ . Para proyectar la demanda de cobertizos en el próximo enero, sumamos las ventas de octubre, noviembre y diciembre y dividimos entre 3: pronóstico de enero =  $(18 + 16 + 14)/3 = 16$ .

**Razonamiento:** Ahora la administración tiene un pronóstico que promedia las ventas para los últimos 3 meses. Es fácil de usar y entender.

**Ejercicio de aprendizaje:** Si las ventas reales en diciembre fueran de 18 (en vez de 14), ¿cuál es el nuevo pronóstico para enero? [Respuesta:  $17\frac{1}{3}$ ].

**Problemas relacionados:** 4.1a, 4.2b, 4.5a, 4.6, 4.8a,b, 4.10a, 4.13b, 4.15, 4.47

**Modelo activo 4.1**

El ejemplo 1 se ilustra con mayor profundidad como Modelo activo 4.1 en el CD-ROM del estudiante.

Cuando se presenta una tendencia o un patrón localizable, pueden utilizarse ponderaciones para dar más énfasis a los valores recientes. Esta práctica permite que las técnicas de pronóstico respondan más rápido a los cambios, puesto que puede darse mayor peso a los períodos más recientes. La elección de las ponderaciones es un tanto arbitraria porque no existe una fórmula establecida para determinarlas. Por lo tanto, decidir qué ponderaciones emplear requiere cierta experiencia. Por ejemplo, si el último mes o período se pondera demasiado alto, el pronóstico puede reflejar un cambio grande inusual, demasiado rápido en el patrón de demanda o de ventas.

Un promedio móvil ponderado puede expresarse matemáticamente como:

$$\text{Promedio móvil ponderado} = \frac{\sum (\text{Ponderación para el período } n)(\text{Demanda en el período } n)}{\sum \text{Ponderaciones}} \quad (4-2)$$

El ejemplo 2 muestra cómo calcular un promedio móvil ponderado.

**EJEMPLO 2****Determinación del promedio móvil ponderado**Archivo de datos para  
Excel OM Ch04Ex2.xls

La tienda de suministros para jardín de Donna (vea el ejemplo 1) quiere pronosticar las ventas de cobertizos ponderando los últimos 3 meses, dando más peso a los datos recientes para hacerlos más significativos.

**Método:** Se asigna más ponderación a los datos recientes, de la siguiente manera:

Ponderación aplicada	Período
3	Último mes
2	Hace dos meses
1	Hace tres meses
6	Suma de ponderaciones
Pronóstico para este mes =	
$\frac{3 \times \text{Ventas del último mes} + 2 \times \text{Ventas de hace 2 meses} + 1 \times \text{Ventas de hace 3 meses}}{\text{Suma de las ponderaciones}}$	

*Solución:* Los resultados de este pronóstico de promedio ponderado son los siguientes:

Mes	Ventas reales de cobertizos	Promedio móvil ponderado de tres meses
Enero	10	
Febrero	12	
Marzo	13	
Abril	16	$[(3 \times 13) + (2 \times 12) + (10)]/6 = 12\frac{1}{6}$
Mayo	19	$[(3 \times 16) + (2 \times 13) + (12)]/6 = 14\frac{1}{3}$
Junio	23	$[(3 \times 19) + (2 \times 16) + (13)]/6 = 17$
Julio	26	$[(3 \times 23) + (2 \times 19) + (16)]/6 = 20\frac{1}{2}$
Agosto	30	$[(3 \times 26) + (2 \times 23) + (19)]/6 = 23\frac{5}{6}$
Septiembre	28	$[(3 \times 30) + (2 \times 26) + (23)]/6 = 27\frac{1}{2}$
Octubre	18	$[(3 \times 28) + (2 \times 30) + (26)]/6 = 28\frac{1}{3}$
Noviembre	16	$[(3 \times 18) + (2 \times 28) + (30)]/6 = 23\frac{1}{3}$
Diciembre	14	$[(3 \times 16) + (2 \times 18) + (28)]/6 = 18\frac{2}{3}$

*Razonamiento:* En esta situación particular de pronóstico, se observa que cuanto más se pondera el último mes, la proyección que se obtiene es mucho más precisa.

*Ejercicio de aprendizaje:* Si las ponderaciones asignadas fueran 4, 2 y 1 (en lugar de 3, 2 y 1), ¿cuál es el pronóstico para enero con el promedio móvil ponderado? [Respuesta:  $15\frac{1}{2}$ ].

*Problemas relacionados:* 4.1b, 4.2c, 4.5c, 4.6, 4.7, 4.10b

Tanto los promedios móviles simples como los ponderados son efectivos para suavizar las fluctuaciones repentinas en el patrón de la demanda con el fin de obtener estimaciones estables. Sin embargo, los promedios móviles presentan tres problemas:

1. Aumentar el tamaño de  $n$  (el número de períodos promediados) suaviza de mejor manera las fluctuaciones, pero resta sensibilidad al método ante cambios *reales* en los datos.
2. Los promedios móviles no reflejan muy bien las tendencias. Porque son promedios, siempre se quedarán en niveles pasados, no predicen los cambios hacia niveles más altos ni más bajos. Es decir, *retrasan* los valores reales.
3. Los promedios móviles requieren amplios registros de datos históricos.

*El empleo de datos de hace 20 años quizás no sea tan útil. No siempre es necesario usar todos los datos.*

En la figura 4.2, una gráfica de los datos de los ejemplos 1 y 2, se ilustra el efecto de retraso de los modelos de promedios móviles. Observe que tanto las líneas de los promedios móviles simples como las de promedios móviles ponderados retrasan la demanda real. Sin embargo, los promedios móviles ponderados usualmente reaccionan más rápido ante los cambios detectados en la demanda. Incluso en períodos a la baja (vea noviembre y diciembre), siguen la demanda de manera más cercana.

## Suavizamiento exponencial

El suavizamiento exponencial es un sofisticado método de pronóstico de promedios móviles ponderado que sigue siendo bastante fácil de usar. Implica mantener muy *pocos* registros de datos históricos. La fórmula básica para el suavizamiento exponencial se expresa como sigue:

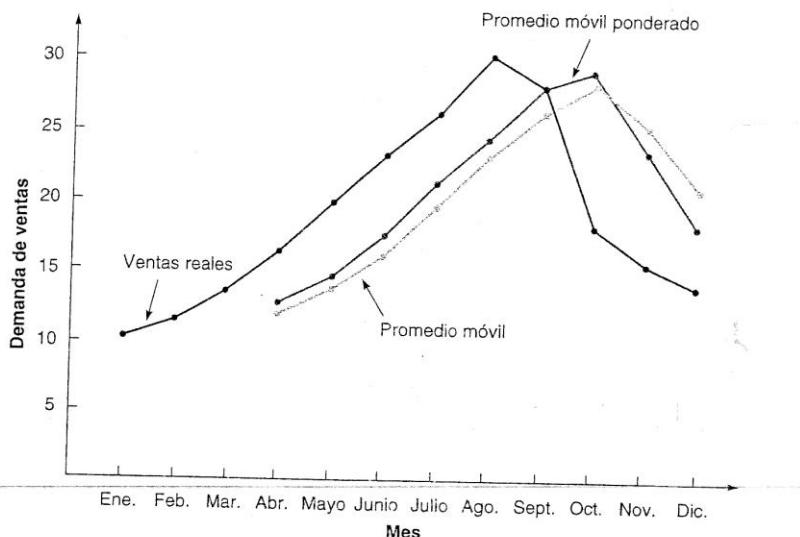
$$\begin{aligned} \text{Nuevo pronóstico} &= \text{Pronóstico del periodo anterior} \\ &+ \alpha (\text{Demanda real del mes anterior} - \text{Pronóstico del periodo anterior}) \quad (4-3) \end{aligned}$$

## Suavizamiento exponencial

Técnica de pronóstico de promedios móviles ponderados donde los datos se ponderan mediante una función exponencial.

► Figura 4.2

Demanda real contra métodos de promedios móviles y promedios móviles ponderados para la tienda de suministros para jardín de Donna



**Constante de suavizamiento**  
Factor de ponderación usado en un pronóstico de suavizamiento exponencial, es un número ubicado entre 0 y 1.

donde  $\alpha$  es la ponderación, o **constante de suavizamiento**, elegida por quien pronostica, que tiene un valor de entre 0 y 1. La ecuación (4-3) también puede escribirse matemáticamente como:

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(A_{t-1} - F_{t-1}) \quad (4-4)$$

donde  
 $F_t$  = nuevo pronóstico  
 $F_{t-1}$  = pronóstico del periodo anterior  
 $\alpha$  = constante de suavizamiento (o ponderación) ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )  
 $A_{t-1}$  = demanda real en el periodo anterior

El concepto no es complicado. La última estimación de la demanda es igual a la estimación anterior ajustada por una fracción de la diferencia entre la demanda real del último periodo y la estimación anterior. En el ejemplo 3 se muestra cómo usar el suavizamiento exponencial para obtener un pronóstico.

### EJEMPLO 3

#### Determinación de un pronóstico mediante suavizamiento exponencial

En enero, un vendedor de automóviles predijo que la demanda para febrero sería de 142 Ford Mustang. La demanda real en febrero fue de 153 automóviles. Usando la constante de suavizamiento que eligió la administración de  $\alpha = .20$ , el vendedor quiere pronosticar la demanda para marzo usando el modelo de suavizamiento exponencial.

**Método:** Se puede aplicar el modelo de suavizamiento exponencial de las ecuaciones 4-3 y 4-4.

**Solución:** Al sustituir en la fórmula los datos de la muestra, se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{Nuevo pronóstico (para la demanda de marzo)} &= 142 + .2(153 - 142) = 142 + 2.2 \\ &= 144.2 \end{aligned}$$

Así, el pronóstico de la demanda de marzo para los Ford Mustang se redondea a 144.

**Razonamiento:** Usando sólo dos elementos de datos, el pronóstico y la demanda real, más una constante de suavizamiento, se desarrolló un pronóstico de 144 Ford Mustang para marzo.

**Ejercicio de aprendizaje:** Si la constante de suavizamiento se cambia a 0.30, ¿cuál es el nuevo pronóstico? [Respuesta: 145.3].

**Problemas relacionados:** 4.1c, 4.3, 4.4, 4.5d, 4.6, 4.9d, 4.11, 4.12, 4.13a, 4.17, 4.18, 4.37, 4.43, 4.47, 4.49

La constante de suavizamiento,  $\alpha$ , se encuentra generalmente en un intervalo de .05 a .50 para aplicaciones de negocios. Puede cambiarse para dar más peso a datos recientes (cuando  $\alpha$  es alta) o más peso a datos anteriores (si  $\alpha$  es baja). Cuando  $\alpha$  llega al extremo de 1.0, entonces en la ecuación (4-4),  $F_t = 1.0A_{t-1}$ . Todos los valores anteriores se desechan y el pronóstico se vuelve idéntico al modelo

intuitivo, el cual se mencionó anteriormente en este capítulo. Es decir, el pronóstico para el siguiente periodo es considerar exactamente la misma demanda del periodo actual.

La tabla siguiente ayuda a ilustrar este concepto. Por ejemplo, cuando  $\alpha = .5$ , podemos ver que el nuevo pronóstico se basa casi por completo en la demanda de los últimos tres o cuatro periodos. Cuando  $\alpha = .1$ , el pronóstico pone poco peso en la demanda reciente y toma en cuenta los valores históricos de muchos períodos (casi 19).

Constante de suavizamiento ( $\alpha$ )	Ponderación asignada a				
	Periodo más reciente	2º periodo más reciente	3er. periodo más reciente	4º periodo más reciente	5º periodo más reciente
	$\alpha(1 - \alpha)$	$\alpha(1 - \alpha)^2$	$\alpha(1 - \alpha)^3$	$\alpha(1 - \alpha)^4$	
$\alpha = .1$	.1	.09	.081	.073	.066
$\alpha = .5$	.5	.25	.125	.063	.031

**Selección de la constante de suavizamiento** El enfoque de suavizamiento exponencial es fácil de usar y se ha aplicado con éxito en prácticamente todo tipo de negocios. Sin embargo, el valor apropiado de la constante de suavizamiento,  $\alpha$ , puede hacer la diferencia entre un pronóstico preciso y uno impreciso. Se eligen valores altos de  $\alpha$  cuando el promedio subyacente tiene probabilidades de cambiar. Se emplean valores bajos de  $\alpha$  cuando el promedio en que se basa es bastante estable. Al elegir los valores de la constante de suavizamiento, el objetivo es obtener el pronóstico más preciso.

## Medición del error de pronóstico

La exactitud general de cualquier modelo de pronóstico —promedios móviles, suavizamiento exponencial u otro— puede determinarse al comparar los valores pronosticados con los valores reales u observados. Si  $F_t$  denota el pronóstico en el periodo  $t$ , y  $A_t$  denota la demanda real del periodo  $t$ , el *error de pronóstico* (o desviación) se define como:

$$\begin{aligned} \text{Error de pronóstico} &= \text{Demanda real} - \text{Valor pronosticado} \\ &= A_t - F_t \end{aligned}$$

En la práctica se usan varias medidas para calcular el error global de pronóstico. Estas medidas pueden usarse para comparar distintos modelos de pronóstico, así como para vigilar los pronósticos y asegurar su buen desempeño. Las tres medidas más populares son la MAD (*mean absolute deviation*; desviación absoluta media), el MSE (*mean squared error*; error cuadrático medio), y el MAPE (*mean absolute percent error*; error porcentual absoluto medio). A continuación se describen estas medidas y se da un ejemplo de cada una.

**Desviación absoluta media** La primera medición del error global de pronóstico para un modelo es la **desviación absoluta media (MAD)**. Su valor se calcula sumando los valores absolutos de los errores individuales del pronóstico y dividiendo el resultado entre el número de períodos con datos ( $n$ ):

$$\text{MAD} = \frac{\sum |\text{Real} - \text{Pronóstico}|}{n} \quad (4-5)$$

En el ejemplo 4 se aplica la MAD, como una medida global del error de pronóstico, al probar dos valores de  $\alpha$ .

Durante los últimos 8 trimestres, en el puerto de Baltimore se han descargado de los barcos grandes cantidades de grano. El administrador de operaciones del puerto quiere probar el uso de suavizamiento exponencial para ver qué tan bien funciona la técnica para predecir el tonelaje descargado. Supone que el pronóstico de grano descargado durante el primer trimestre fue de 175 toneladas. Se examinan dos valores de  $\alpha$ :  $\alpha = .10$  y  $\alpha = .50$ .

**Método:** Compare los datos reales con los pronosticados (usando cada uno de los dos valores de  $\alpha$ ) y después encuentre la desviación absoluta y las MAD.

El término suavizamiento exponencial se usa ampliamente en los negocios y es una parte importante de muchos sistemas computarizados para el control de inventarios.

El error de pronóstico nos dice qué tan buen desempeño tiene el modelo al compararlo consigo mismo usando datos históricos.

### Objetivo de aprendizaje

- Calcular tres medidas de la exactitud del pronóstico

### Desviación absoluta media (MAD)

Medida del error global de pronóstico para un modelo.

### EJEMPLO 4

## Determinación de la desviación absoluta media (MAD)



Archivos de datos  
Excel OM Ch04Ex4a.xls,  
Ch04Ex4b.xls.

**Solución:** La tabla siguiente muestra los cálculos *detallados* sólo para  $\alpha = .10$ :

Trimestre	Tonelaje real descargado	Pronóstico con $\alpha = .10$	Pronóstico con $\alpha = .50$
1	180	175	175
2	168	$175.50 = 175.00 + .10(180 - 175)$	177.50
3	159	$174.75 = 175.50 + .10(168 - 175.50)$	172.75
4	175	$173.18 = 174.75 + .10(159 - 174.75)$	165.88
5	190	$173.36 = 173.18 + .10(175 - 173.18)$	170.44
6	205	$175.02 = 173.36 + .10(190 - 173.36)$	180.22
7	180	$178.02 = 175.02 + .10(205 - 175.02)$	192.61
8	182	$178.22 = 178.02 + .10(180 - 178.02)$	186.30
9	?	$178.59 = 178.22 + .10(182 - 178.22)$	184.15

Para evaluar la exactitud de cada constante de suavizamiento, podemos calcular los errores de pronóstico en términos de desviaciones absolutas y MAD.



#### Modelo activo 4.2

El ejemplo 4 se ilustra con mayor detalle en el Modelo activo 4.2 del CD-ROM y en el ejercicio de la página 142.

Trimestre	Tonelaje real descargado	Pronóstico con $\alpha = .10$	Desviación absoluta para $\alpha = .10$	Pronóstico con $\alpha = .50$	Desviación absoluta para $\alpha = .50$
1	180	175	5.00	175	5.00
2	168	175.50	7.50	177.50	9.50
3	159	174.75	15.75	172.75	13.75
4	175	173.18	1.82	165.88	9.12
5	190	173.36	16.64	170.44	19.56
6	205	175.02	29.98	180.22	24.78
7	180	178.02	1.98	192.61	12.61
8	182	178.22	3.78	186.30	4.30
Suma de desviaciones absolutas:			82.45		98.62
$MAD = \frac{\sum  Deviaciones }{n}$			10.31		12.33

**Razonamiento:** Con base en esta comparación de las dos MAD, se prefiere una constante de suavizamiento  $\alpha = .10$  en lugar de una  $\alpha = .50$  porque su MAD es más pequeña.

**Ejercicio de aprendizaje:** Si la constante de suavizamiento se cambia de  $\alpha = .10$  a  $\alpha = .20$ , ¿cuál es la nueva MAD? [Respuesta: 10.21].

**Problemas relacionados:** 4.5b, 4.8c, 4.9c, 4.14, 4.23, 4.37a

La mayor parte del software para pronósticos computarizados incluye una característica que automáticamente encuentra la constante de suavizamiento que tiene el menor error de pronóstico. Otros programas modifican el valor de  $\alpha$  cuando los errores aumentan por encima del límite aceptable.

#### Error cuadrático medio (MSE)

Promedio de los cuadrados de las diferencias encontradas entre los valores pronosticados y los observados.

**Error cuadrático medio** El **error cuadrático medio (MSE)** es una segunda forma de medir el error global de pronóstico. El MSE es el promedio de los cuadrados de las diferencias encontradas entre los valores pronosticados y los observados. Su fórmula es:

$$MSE = \frac{\sum (\text{Errores de pronóstico})^2}{n} \quad (4-6)$$

En el ejemplo 5 se determina el MSE para el puerto de Baltimore presentado en el ejemplo 4.

**EJEMPLO 5****Determinación del error cuadrático medio (MSE)**

El administrador de operaciones del puerto de Baltimore quiere calcular ahora el MSE para  $\alpha = .10$ .

**Método:** Se usan los mismos datos pronosticados para  $\alpha = .10$  en el ejemplo 4, después se calcula el MSE usando la ecuación (4-6).

**Solución:**

Trimestre	Tonelaje real descargado	Pronóstico para $\alpha = .10$	$(\text{Error})^2$
1	180	175	$5^2 = 25$
2	168	175.50	$(-7.5)^2 = 56.25$
3	159	174.75	$(-15.75)^2 = 248.06$
4	175	173.18	$(1.82)^2 = 3.33$
5	190	173.36	$(16.64)^2 = 276.89$
6	205	175.02	$(29.98)^2 = 898.70$
7	180	178.02	$(1.98)^2 = 3.92$
8	182	178.22	$(3.78)^2 = 14.31$
Suma de errores al cuadrado = 1,526.46			

$$\text{MSE} = \frac{\sum(\text{Error de pronóstico})^2}{n} = 1,526.54/8 = 190.8$$

**Razonamiento:** ¿Este MSE = 190.8 es bueno o malo? Todo depende de los MSE calculados para otros métodos de pronóstico. Un MSE más bajo es mejor porque es un valor que queremos minimizar. El MSE exagera los errores porque los eleva al cuadrado.

**Ejercicio de aprendizaje:** Encuentre el MSE para  $\alpha = .50$ . [Respuesta: MSE = 195.24. El resultado indica que  $\alpha = .10$  es una mejor elección porque se busca el MSE más bajo. Por coincidencia, esto confirma la conclusión a que se llegó empleando la MAD en el ejemplo 4].

**Problemas relacionados:** 4.8d, 4.14, 4.20

Una desventaja de emplear el MSE es que tiende a acentuar las desviaciones importantes debido al término al cuadrado. Por ejemplo, si el error de pronóstico para el periodo 1 es dos veces más grande que el error para el periodo 2, entonces el error al cuadrado en el periodo 1 es cuatro veces más grande que el del periodo 2. Por lo tanto, el uso del MSE como medición del error de pronóstico usualmente indica que se prefiere tener varias desviaciones pequeñas en lugar de una sola desviación grande.

**Error porcentual absoluto medio** Un problema tanto con la MAD como con el MSE es que sus valores dependen de la magnitud del elemento que se pronostica. Si el elemento pronosticado se mide en millares, los valores de la MAD y del MSE pueden ser muy grandes. Para evitar este problema, podemos usar el **error porcentual absoluto medio (MAPE)**. Éste se calcula como el promedio de las diferencias absolutas encontradas entre los valores pronosticados y los reales, y se expresa como un porcentaje de los valores reales. Es decir, si hemos pronosticado  $n$  períodos y los valores reales corresponden a esa misma cantidad de períodos, el MAPE se calcula como:

$$\text{MAPE} = \frac{\sum_{i=1}^n 100 |\text{Real}_i - \text{Pronóstico}_i| / \text{Real}_i}{n} \quad (4-7)$$

**Error porcentual absoluto medio (MAPE)**

Promedio de las diferencias absolutas encontradas entre los valores pronosticados y los reales, expresado como un porcentaje de los valores reales.

El ejemplo 6 ilustra los cálculos con los datos de los ejemplos 4 y 5.

**EJEMPLO****Determinación del error porcentual absoluto medio (MAPE)**

El puerto de Baltimore ahora quiere calcular el MAPE cuando  $\alpha = .10$ .

**Método:** Se aplica la ecuación (4-7) a los datos pronosticados que se calcularon en el ejemplo 4.

**Solución:**

Trimestre	Tonelaje real descargado	Pronóstico para $\alpha = .10$	Error porcentual absoluto 100 (error/actual)
1	180	175.00	$100(5/180) = 2.78\%$
2	168	175.50	$100(7.5/168) = 4.46\%$
3	159	174.75	$100(15.75/159) = 9.90\%$
4	175	173.18	$100(1.82/175) = 1.05\%$
5	190	173.36	$100(16.64/190) = 8.76\%$
6	205	175.02	$100(29.98/205) = 14.62\%$
7	180	178.02	$100(1.98/180) = 1.10\%$
8	182	178.22	$100(3.78/182) = 2.08\%$
			Suma de errores = 44.75%

$$\text{MAPE} = \frac{\sum \text{Errores porcentuales absolutos}}{n} = \frac{44.75\%}{8} = 5.59\%$$

**Razonamiento:** El MAPE expresa el error como un porcentaje de los errores reales, sin que esté distorsionado por un solo valor muy grande.

**Ejercicio de aprendizaje:** ¿Cuál es el MAPE cuando  $\alpha$  es igual a .50? [Respuesta: MAPE = 6.75%. De igual forma que con la MAD y el MSE, el  $\alpha = .1$  es preferible para esta serie de datos].

**Problemas relacionados:** 4.8e, 4.33c

El MAPE es quizás la medida más fácil de interpretar. Por ejemplo, un resultado cuyo MAPE es del 6% indica claramente que no depende de aspectos como la magnitud de los datos de entrada.

**Suavizamiento exponencial con ajuste de tendencia**

El suavizamiento exponencial simple, la técnica ilustrada en los ejemplos 3 a 6, como cualquier técnica de promedios móviles, falla en su respuesta a las tendencias. También existen otras técnicas de pronóstico que permiten manejar mejor las tendencias. Sin embargo, como el suavizamiento exponencial es un enfoque tan común en los negocios, lo estudiaremos con mayor detalle.

A continuación se presenta la razón por la que el suavizamiento exponencial debe modificarse cuando está presente una tendencia. Suponga que la demanda de un producto o servicio ha venido aumentando en 100 unidades cada mes y que hemos obtenido pronósticos con  $\alpha = 0.4$  en el modelo de suavizamiento exponencial. La tabla siguiente muestra un retraso considerable en los meses 2, 3, 4 y 5, aun cuando nuestra estimación inicial para el mes 1 es perfecta.

Mes	Demanda real	Pronóstico para el mes $T(F_T)$
1	100	$F_1 = 100$ (dada)
2	200	$F_2 = F_1 + \alpha (A_1 - F_1) = 100 + .4(100 - 100) = 100$
3	300	$F_3 = F_2 + \alpha (A_2 - F_2) = 100 + .4(200 - 100) = 140$
4	400	$F_4 = F_3 + \alpha (A_3 - F_3) = 140 + .4(300 - 140) = 204$
5	500	$F_5 = F_4 + \alpha (A_4 - F_4) = 204 + .4(400 - 204) = 282$

Para mejorar nuestro pronóstico, ilustraremos un modelo de suavizamiento exponencial más complejo, uno que hace ajustes de tendencia. La idea es calcular un promedio suavizado exponencialmente de los datos y después ajustar el retraso positivo o negativo encontrado en la tendencia. La nueva fórmula es:

$$\begin{aligned} \text{Pronóstico incluyendo la tendencia}(FIT_t) &= \text{Pronóstico suavizado exponencialmente } (F_t) \\ &\quad + \text{tendencia suavizada exponencialmente } (T_t) \end{aligned} \quad (4-8)$$

Con el suavizamiento exponencial ajustado por la tendencia, las estimaciones del promedio y de la tendencia se suavizan. Este procedimiento requiere dos constantes de suavizamiento:  $\alpha$  para el promedio y  $\beta$  para la tendencia. Despues calculamos el promedio y la tendencia para cada periodo:

$$F_t = \alpha(\text{Demanda real del último periodo}) + (1 - \alpha)(\text{Pronóstico del último periodo} + \text{Tendencia estimada para el último periodo})$$

o:

$$F_t = \alpha(A_{t-1}) + (1 - \alpha)(F_{t-1} + T_{t-1}) \quad (4-9)$$

$$T_t = \beta(\text{Pronóstico de este periodo} - \text{Pronóstico del último periodo} + (1 - \beta)(\text{Tendencia estimada para el último periodo}))$$

o:

$$T_t = \beta(F_t - F_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (4-10)$$

donde  $F_t$  = pronóstico suavizado exponencialmente de la serie de datos incluidos en el periodo  $t$ .

$T_t$  = tendencia suavizada exponencialmente en el periodo  $t$

$A_t$  = demanda real en el periodo  $t$

$\alpha$  = constante de suavizamiento para el promedio ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )

$\beta$  = constante de suavizamiento para la tendencia ( $0 \leq \beta \leq 1$ )

Así, los tres pasos para calcular el pronóstico con ajuste de tendencia son:

**Paso 1:** Calcule  $F_t$ , el pronóstico suavizado exponencialmente para el periodo  $t$ , usando la ecuación (4-9).

**Paso 2:** Calcule la tendencia suavizada,  $T_t$ , usando la ecuación (4-10).

**Paso 3:** Calcule el pronóstico incluyendo la tendencia,  $FIT_t$ , con la fórmula  $FIT_t = F_t + T_t$ .

En el ejemplo 7 se muestra cómo aplicar el suavizamiento exponencial con ajuste de la tendencia.

Un importante fabricante de Portland quiere pronosticar la demanda de un equipo para control de la contaminación. Una revisión de las ventas histórica, como se muestra a continuación, indica que hay una tendencia creciente.

Mes ( $t$ )	Demanda real ( $A_t$ )	Mes ( $t$ )	Demanda real ( $A_t$ )
1	12	6	21
2	17	7	31
3	20	8	28
4	19	9	36
5	24	10	?

A las constantes de suavizamiento se les asignan los valores  $\alpha = .2$  y  $\beta = .4$ . La compañía supone que el pronóstico inicial para el mes 1 ( $F_1$ ) fue de 11 unidades y que la tendencia durante el mismo periodo ( $T_1$ ) fue de 2 unidades.

**Método:** Se emplea un modelo de suavizamiento exponencial con ajuste de la tendencia aplicando las ecuaciones (4-9) y (4-10) y los tres pasos descritos antes.

**Solución:**

**Paso 1:** Pronostique para el mes 2:

$$\begin{aligned} F_2 &= \alpha A_1 + (1 - \alpha)(F_1 + T_1) \\ F_2 &= (.2)(12) + (1 - .2)(11 + 2) \\ &= 2.4 + (.8)(13) = 2.4 + 10.4 = 12.8 \text{ unidades} \end{aligned}$$

**Paso 2:** Calcule la tendencia en el periodo 2:

$$\begin{aligned} T_2 &= \beta(F_2 - F_1) + (1 - \beta)T_1 \\ &= .4(12.8 - 11) + (1 - .4)(2) \\ &= (.4)(1.8) + (.6)(2) = .72 + 1.2 = 1.92 \end{aligned}$$

**Paso 3:** Calcule el pronóstico incluyendo la tendencia ( $FIT_t$ ):

$$\begin{aligned} FIT_2 &= F_2 + T_2 \\ &= 12.8 + 1.92 \\ &= 14.72 \text{ unidades} \end{aligned}$$

### EJEMPLO 7

#### Cálculo de un pronóstico de suavizamiento exponencial con ajuste de la tendencia



Modelo activo 4.3

El ejemplo 7 se ilustra con más detalle en el Modelo activo 4.3 del CD-ROM.

También realizamos los mismos cálculos para el tercer mes:

$$\text{Paso 1. } F_3 = \alpha A_2 + (1 - \alpha)(F_2 + T_2) = (.2)(17) + (1 - .2)(12.8 + 1.92) \\ = 3.4 + (.8)(14.72) = 3.4 + 11.78 = 15.18$$

$$\text{Paso 2. } T_3 = \beta(F_3 - F_2) + (1 - \beta)T_2 = (.4)(15.18 - 12.8) + (1 - .4)(1.92) \\ = (.4)(2.38) + (.6)(1.92) = .952 + 1.152 = 2.10$$

$$\text{Paso 3. } FIT_3 = F_3 + T_3 \\ = 15.18 + 2.10 = 17.28.$$

En la tabla 4.1 se completa el pronóstico para el periodo de 10 meses.

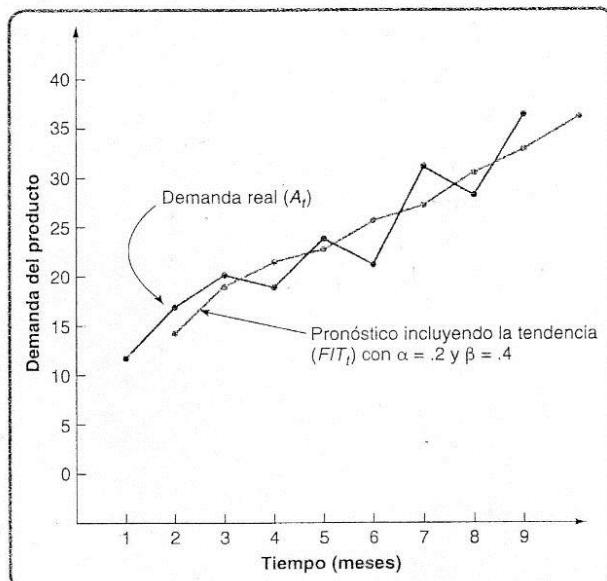
► Tabla 4.1

Pronóstico con  $\alpha = .2$   
y  $\beta = .4$

Mes	Demanda real	Pronóstico suavizado, $F_t$	Tendencia suavizada, $T_t$	Pronóstico incluyendo la tendencia $FIT_t$
1	12	11	2	13.00
2	17	12.80	1.92	14.72
3	20	15.18	2.10	17.28
4	19	17.82	2.32	20.14
5	24	19.91	2.23	22.14
6	21	22.51	2.38	24.89
7	31	24.11	2.07	26.18
8	28	27.14	2.45	29.59
9	36	29.28	2.32	31.60
10	—	32.48	2.68	35.16

**Razonamiento:** En la figura 4.3 se compara la demanda real ( $A_t$ ) contra un pronóstico de suavizado exponencial que incluye la tendencia ( $FIT_t$ ). El  $FIT$  incorpora la tendencia en la demanda real. Un modelo de suavizado exponencial simple (tal como lo vimos en los ejemplos 3 y 4) tiene un retraso importante.

► Figura 4.3  
Comparación de los pronósticos con suavizado exponencial y ajuste de la tendencia contra los datos de la demanda real



**Ejercicio de aprendizaje:** Usando los datos de la demanda real para los 9 meses, calcule el pronóstico de suavizado exponencial sin la tendencia (empleando la ecuación (4-4) como lo hicimos en los ejemplos 3 y 4). Aplique  $\alpha = .2$  y suponga un pronóstico inicial para el mes 1 de 11 unidades. Luego grafique los valores pronosticados para los meses 2 a 10 en la figura 4.3. ¿Qué se puede observar? [Respuesta: Pronóstico del mes 10 = 24.65. Todos los puntos están por debajo y atrasados con respecto al pronóstico con ajuste de la tendencia].

**Problemas relacionados:** 4.19, 4.20, 4.21, 4.22, 4.44

El valor de la constante de suavizado de la tendencia,  $\beta$ , se parece a la constante  $\alpha$  porque una  $\beta$  alta responde más rápido a cambios recientes de una tendencia. Una  $\beta$  baja da menos peso a las tendencias más recientes y tiende a suavizar la tendencia actual. Los valores de  $\beta$  pueden encontrarse por prueba y error o utilizando algún software comercial sofisticado para calcular pronósticos, con la MAD como medida de comparación.

A menudo, el suavizado exponencial simple se denomina *suavizado de primer orden*, y al suavizado con ajuste de la tendencia se le llama *suavizado de segundo orden* o *suavizado doble*. También se utilizan otros modelos de suavizado exponencial, como el suavizado ajustado a la estación y el suavizado triple, los cuales están fuera de los alcances de este libro.<sup>3</sup>

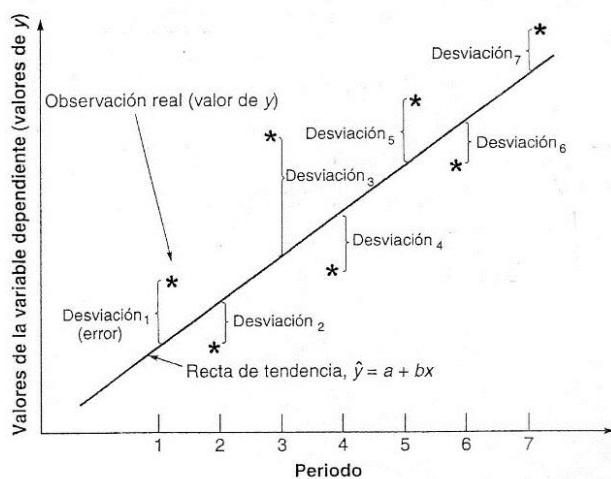
## Proyecciones de tendencia

El último método de pronósticos de series de tiempo que analizaremos es la **proyección de la tendencia**. Esta técnica ajusta una recta de tendencia a una serie de datos puntuales históricos, y después proyecta dicha recta al futuro para obtener pronósticos de mediano y largo plazos. Se pueden desarrollar varias ecuaciones matemáticas (por ejemplo, exponencial y cuadrática), pero en esta sección veremos sólo tendencias lineales (en línea recta).

Si decidimos desarrollar una recta de tendencia lineal mediante un método estadístico preciso, podemos aplicar el *método de mínimos cuadrados*. Este enfoque resulta en una línea recta que minimiza la suma de los cuadrados de las diferencias verticales o desviaciones de la recta hacia cada una de las observaciones reales. En la figura 4.4 se ilustra el método de mínimos cuadrados.

Una recta de mínimos cuadrados se describe en términos de su intersección con el eje y (la altura a la cual cruza al eje y) y su pendiente (el ángulo de la recta). Si podemos calcular la intersección con el eje y y la pendiente, podremos expresar la recta con la siguiente ecuación:

$$\hat{y} = a + bx \quad (4-11)$$



### Proyección de la tendencia

Método de pronóstico de series de tiempo que ajusta una recta de tendencia a una serie de datos históricos y después proyecta la recta al futuro para obtener pronósticos.

◀ Figura 4.4  
Método de mínimos cuadrados para encontrar la recta que mejor se ajuste, donde los asteriscos son las ubicaciones de las siete observaciones reales o de los puntos de datos

<sup>3</sup>Para más detalles, véase D. Groebner, P. Shannon, P. Fry y K. Smith, *Business Statistics*, 7ma. ed. (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2008).

donde  $\hat{y}$  (que se lee "y gorro") = valor calculado de la variable que debe predecirse (llamada *variable dependiente*)

$a$  = intersección con el eje  $y$

$b$  = pendiente de la recta de regresión (o la tasa de cambio en  $y$  para los cambios dados en  $x$ )

$x$  = variable independiente (que en este caso es el *tiempo*)

Los estadísticos han desarrollado ecuaciones que se utilizan para encontrar los valores de  $a$  y  $b$  para cualquier recta de regresión. La pendiente  $b$  se encuentra mediante:

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2} \quad (4-12)$$

donde  $b$  = pendiente de la recta de regresión

$\Sigma$  = signo de sumatoria

$x$  = valores conocidos de la variable independiente

$y$  = valores conocidos de la variable dependiente

$\bar{x}$  = promedio de los valores de  $x$

$\bar{y}$  = promedio de los valores de  $y$

$n$  = número de puntos de datos u observaciones

La intersección con el eje  $y$ ,  $a$ , puede calcularse como sigue:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (4-13)$$

En el ejemplo 8 se muestra cómo aplicar estos conceptos.

### EJEMPLO 8

#### Pronósticos con mínimos cuadrados

 Archivo de datos para Excel OM Ch04Ex8.xls

 **Modelo activo 4.4**

El ejemplo 8 se ilustra con más detalle en el Modelo activo 4.4 en el CD-ROM.

En la tabla siguiente se muestra la demanda de energía eléctrica en N. Y. Edison durante el período 2001 a 2007, en megawatts. La empresa quiere pronosticar la demanda para 2008 ajustando una recta de tendencia a estos datos.

Año	Demanda de energía eléctrica	Año	Demanda de energía eléctrica
2001	74	2005	105
2002	79	2006	142
2003	80	2007	122
2004	90		

**Método:** Con una serie de datos en función del tiempo, podemos minimizar los cálculos transformando los valores de  $x$  (tiempo) en números más simples. En este caso podemos designar el año 2001 como año 1, 2002 como año 2, etc. Después pueden usarse las ecuaciones (4-12) y (4-13) para crear el modelo de proyección de la tendencia.

**Solución:**

Año	Periodo ( $x$ )	Demanda de energía eléctrica ( $y$ )	$x^2$	$xy$
2001	1	74	1	74
2002	2	79	4	158
2003	3	80	9	240
2004	4	90	16	360
2005	5	105	25	525
2006	6	142	36	852
2007	7	122	49	854
	$\Sigma x = 28$	$\Sigma y = 692$	$\Sigma x^2 = 140$	$\Sigma xy = 3,063$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{28}{7} = 4 \quad \bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{692}{7} = 98.86$$

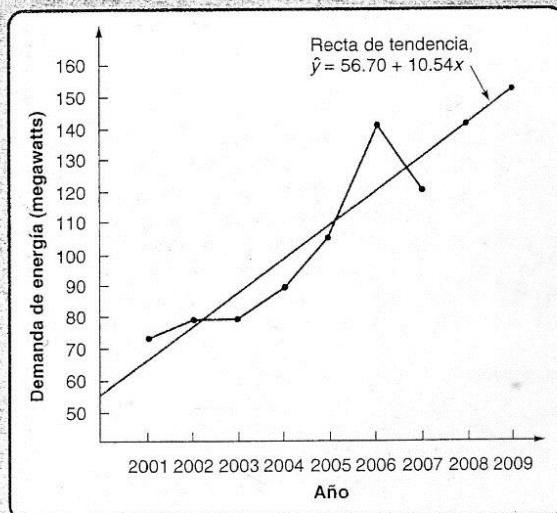
$$b = \frac{\Sigma xy - n\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x^2 - n\bar{x}^2} = \frac{3,063 - (7)(4)(98.86)}{140 - (7)(4^2)} = \frac{295}{28} = 10.54$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 98.86 - 10.54(4) = 56.70$$

Así, la ecuación de mínimos cuadrados para la tendencia es  $\hat{y} = 56.70 + 10.54x$ . Para proyectar la demanda en 2008, primero denotamos el año 2008 en nuestro nuevo sistema de código como  $x = 8$ :

$$\begin{aligned}\text{Demanda en 2008} &= 56.70 + 10.54(8) \\ &= 141.02, \text{ o } 141 \text{ megawatts.}\end{aligned}$$

**Razonamiento:** Para evaluar el modelo, graficamos la demanda histórica y la recta de tendencia en la figura 4.5. En este caso, debemos tener cuidado y tratar de comprender el cambio en la demanda de 2006 a 2007.



**Ejercicio de aprendizaje:** Estime la demanda para 2009. [Respuesta: 151.56 o 152 megawatts].

**Problemas relacionados:** 4.6, 4.13c, 4.16, 4.25, 4.39, 4.49

◀ Figura 4.5  
Energía eléctrica y la recta de tendencia calculada

**Notas sobre el uso del método de mínimos cuadrados** El empleo del método de mínimos cuadrados implica que se han cumplido tres requisitos:

1. Siempre deben graficarse los datos porque los datos de mínimos cuadrados suponen una relación lineal. Si parece que existe una curva presente, probablemente sea necesario el análisis curvilinear.
2. No se predicen períodos lejanos a la base de datos dada. Por ejemplo, si tenemos los precios promedio de las existencias de Microsoft durante 20 meses, sólo podemos pronosticar 3 o 4 meses hacia el futuro. Los pronósticos de más tiempo tienen poca validez estadística. Por lo tanto, no pueden tomarse datos de 5 años de ventas y proyectar 10 años hacia el futuro. El mundo es demasiado incierto.
3. Se supone que las desviaciones calculadas alrededor de la recta de mínimos cuadrados son aleatorias (vea la figura 4.4). Por lo general, están distribuidas normalmente, con la mayoría de las observaciones cerca de la recta y sólo unas cuantas más lejos.

## Variaciones estacionales en los datos

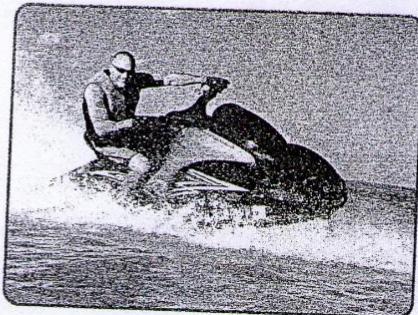
Las **variaciones estacionales** en los datos son movimientos regulares ascendentes o descendentes localizados en una serie de tiempo y que se relacionan con acontecimientos recurrentes como el clima o las vacaciones. La demanda de carbón o petróleo aumenta durante los meses de invierno. La demanda de clubes de golf o bronceadores puede ser mayor durante el verano.

La estacionalidad puede aplicarse en forma horaria, diaria, semanal, mensual o en otros patrones recurrentes. Los restaurantes de comida rápida registran *diariamente* repuntes al medio día y nuevamente después de las 5 P.M. Los cines aumentan su demanda los viernes y sábados por la noche. La oficina de correos, Toys "R" Us, The Christmas Store y las tiendas de tarjetas Hallmark también registran variaciones estacionales tanto en el tráfico de clientes como en las ventas.

**Variaciones estacionales**  
Movimientos regulares ascendentes o descendentes localizados en las series de tiempo asociadas con eventos recurrentes.

► La demanda de muchos productos es estacional.

Yamaha, el fabricante de estos jet esquies y carros para nieve, fabrica más productos según la demanda complementaria para satisfacer las fluctuaciones estacionales.



#### Objetivo de aprendizaje

- Desarrollar índices estacionales

Como John Deere entiende las variaciones estacionales en las ventas, ha sido capaz de obtener el 70% de sus pedidos antes de las temporadas de mayor uso (mediante reducciones en los precios e incentivos como 0% de interés) por lo que puede suavizar su producción.

De manera similar, comprender las variaciones estacionales es importante para planear la capacidad en las organizaciones que manejan picos en la carga de trabajo. Esto incluye a las compañías de energía eléctrica durante los períodos de frío o calor intensos, a los bancos los viernes por la tarde, y a trenes subterráneos y autobuses durante las horas de tráfico matutino o vespertino.

El pronóstico de series de tiempo como el efectuado en el ejemplo 8 implica la revisión de la tendencia de los datos a lo largo de una serie de tiempo. La presencia de estacionalidad hace necesario ajustar los pronósticos con una recta de tendencia. Las estaciones se expresan en términos de la cantidad en que difieren los valores reales de los valores promedio en la serie de tiempo. Analizar los datos en términos de meses o trimestres suele facilitar la detección de los patrones estacionales. Los índices estacionales pueden desarrollarse mediante varios métodos comunes.

En lo que se denomina *modelo estacional multiplicativo*, los factores estacionales se multiplican por una estimación de la demanda promedio para producir un pronóstico estacional. Nuestro supuesto en esta sección es que la tendencia se ha eliminado de los datos. De otra forma, la magnitud de los datos estacionales estaría distorsionada por la tendencia.

A continuación se presentan los pasos que seguiría una compañía que tiene "estaciones" de un mes:

- Encontrar la *demandas históricas promedio de cada estación* (o mes en este caso) sumando la demanda medida en ese mes de cada año y dividiéndola entre el número de años con datos disponibles. Por ejemplo, si en enero hubo ventas de 8, 6 y 10 durante los últimos tres años, la demanda promedio de enero es igual a  $(8 + 6 + 10)/3 = 8$  unidades.
- Calcular la *demandas promedio de todos los meses* dividiendo el promedio total de la demanda anual entre el número de estaciones. Por ejemplo, si el promedio total de la demanda de un año es de 120 unidades y hay 12 estaciones (una por mes), la demanda mensual promedio es de  $120/12 = 10$  unidades.
- Calcular un índice estacional para cada estación dividiendo la demanda histórica real de ese mes (del paso 1) entre la demanda promedio de todos los meses (del paso 2). Por ejemplo, si la demanda promedio histórica en enero durante los últimos 3 años es de 8 unidades y la demanda promedio de todos los meses es de 10 unidades, el índice estacional para enero es de  $8/10 = .80$ . De igual forma, un índice estacional de 1.20 para febrero significaría que la demanda de febrero es 20% mayor que la demanda promedio de todos los meses.
- Estimar la demanda total anual para el siguiente año.
- Dividir esta estimación de la demanda total anual entre el número de estaciones, después multiplicarla por el índice estacional para ese mes. Esto proporciona el *pronóstico estacional*.

El ejemplo 9 ilustra este procedimiento y calcula los factores estacionales a partir de los datos históricos.

#### EJEMPLO 9

#### Determinación de índices estacionales

Un distribuidor Des Moines de computadoras portátiles Sony quiere desarrollar índices mensuales para las ventas. Se dispone de los datos mensuales para los años 2005 a 2007.

**Método:** Siga los cinco pasos mencionados anteriormente.

 Archivo de datos para Excel OM Ch04Ex9.xls
**Solución:**

Mes	Demanda			Demanda promedio 2005-2007	Demanda promedio mensual <sup>a</sup>	Índice estacional <sup>b</sup>
	2005	2006	2007			
Enero	80	85	105	90	94	.957 (= 90/94)
Febrero	70	85	85	80	94	.851 (= 80/94)
Marzo	80	93	82	85	94	.904 (= 85/94)
Abril	90	95	115	100	94	1.064 (= 100/94)
Mayo	113	125	131	123	94	1.309 (= 123/94)
Junio	110	115	120	115	94	1.223 (= 115/94)
Julio	100	102	113	105	94	1.117 (= 105/94)
Agosto	88	102	110	100	94	1.064 (= 100/94)
Septiembre	85	90	95	90	94	.957 (= 90/94)
Octubre	77	78	85	80	94	.851 (= 80/94)
Noviembre	75	82	83	80	94	.851 (= 80/94)
Diciembre	82	78	80	80	94	.851 (= 80/94)

Promedio total de demanda anual = 1,128

$$\text{Demanda promedio mensual} = \frac{1,128}{12 \text{ meses}} = 94 \quad \text{Índice estacional} = \frac{\text{Demanda promedio mensual 2005-2007}}{\text{Demanda promedio mensual}}$$

Si esperamos que la demanda de computadoras para 2008 sea de 1,200 unidades, usaríamos estos índices estacionales para pronosticar la demanda mensual como sigue:

Mes	Demanda	Mes	Demanda
Enero	$\frac{1,200}{12} \times .957 = 96$	Julio	$\frac{1,200}{12} \times 1.117 = 112$
Febrero	$\frac{1,200}{12} \times .851 = 85$	Agosto	$\frac{1,200}{12} \times 1.064 = 106$
Marzo	$\frac{1,200}{12} \times .904 = 90$	Septiembre	$\frac{1,200}{12} \times .957 = 96$
Abril	$\frac{1,200}{12} \times 1.064 = 106$	Octubre	$\frac{1,200}{12} \times .851 = 85$
Mayo	$\frac{1,200}{12} \times 1.309 = 131$	Noviembre	$\frac{1,200}{12} \times .851 = 85$
Junio	$\frac{1,200}{12} \times 1.223 = 122$	Diciembre	$\frac{1,200}{12} \times .851 = 85$

**Razonamiento:** Piense en estos índices como porcentajes de las ventas promedio. Las ventas promedio (sin estacionalidad) serían de 94, pero con estacionalidad, las ventas fluctúan entre 85% y 131% del promedio.

**Ejercicio de aprendizaje:** Si la demanda anual para 2008 es de 1,150 computadoras portátiles (en vez de 1,200), ¿cuáles serán los pronósticos para enero, febrero y marzo? [Respuesta: 92, 82 y 87, respectivamente].

**Problemas relacionados:** 4.27, 4.28

Por simplicidad, en el ejemplo anterior sólo se usaron 3 períodos para cada índice mensual. En el ejemplo 10 se ilustra la forma en que los índices ya preparados pueden aplicarse para ajustar los pronósticos de la recta de tendencia a la estacionalidad.

El hospital San Diego quiere mejorar sus pronósticos aplicando tanto tendencia como índices estacionales a datos recopilados durante 66 meses. Se pronosticarán los "días-paciente" para el año próximo.

**Método:** Se crea una recta de tendencia; después se calculan los índices estacionales. Por último, se usa un modelo estacional multiplicativo para pronosticar los meses del 67 al 78.

**EJEMPLO 10**

**Aplicación de tendencia e índices estacionales**

**solución:** Usando los datos recopilados en 66 meses de los días que pasa cada paciente adulto en el hospital, se calculó la siguiente ecuación:

$$\hat{y} = 8,090 + 21.5x$$

donde

$\hat{y}$  = días-paciente

$x$  = tiempo, en meses.

Con base en este modelo, que refleja sólo datos de tendencia, el hospital pronostica que para el siguiente mes (periodo 67) los días-paciente serán:

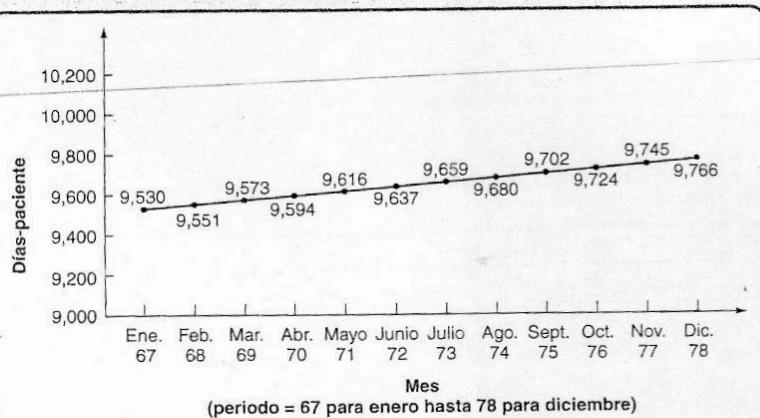
$$\text{Días-paciente} = 8,090 + (21.5)(67) = 9,530 \text{ (sólo tendencia).}$$

Aunque este modelo, como se observa en la figura 4.6, reconoce la recta de tendencia ascendente en la demanda de servicios a pacientes hospitalizados, ignora la estacionalidad que el administrador sabía estaba presente.

#### ► Figura 4.6

##### Datos de tendencia para el hospital San Diego

Fuente: Tomado de "Modern Methods Improve Hospital Forecasting", elaborado por W. E. Sterk y E. G. Shryock de *Healthcare Financial Management*, vol. 41, núm. 3, p. 97. Reimpreso con autorización de Healthcare Financial Management Association.



La tabla siguiente proporciona los índices estacionales basados en los mismos 66 meses. A propósito, esos datos estacionales resultaron típicos para los hospitales de todo Estados Unidos.

Índices estacionales para los días-paciente de un adulto internado en el hospital San Diego

Mes	Índice de estacionalidad	Mes	Índice de estacionalidad
Enero	1.04	Julio	1.03
Febrero	0.97	Agosto	1.04
Marzo	1.02	Septiembre	0.97
Abri	1.01	Octubre	1.00
Mayo	0.99	Noviembre	0.96
Junio	0.99	Diciembre	0.98

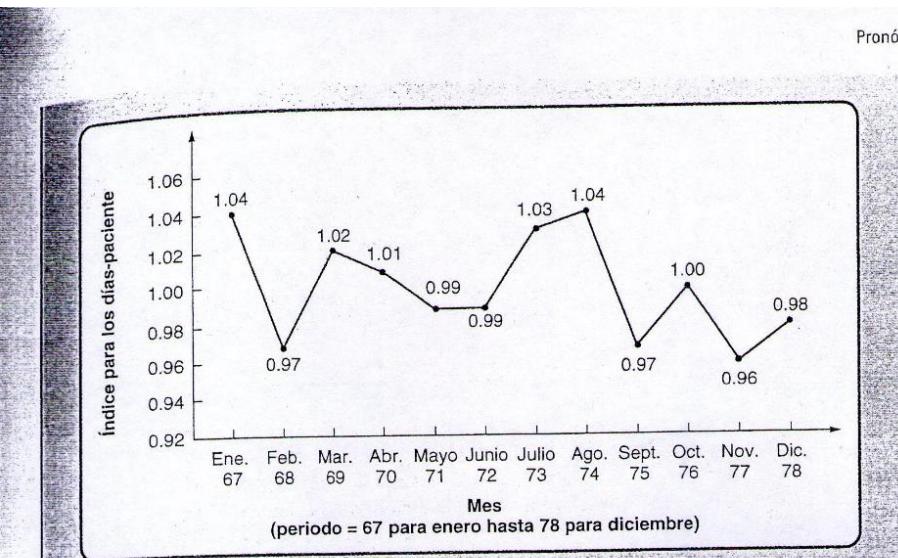
Estos índices estacionales se grafican en la figura 4.7. Observe que enero, marzo, julio y agosto parecen mostrar un promedio significativamente más alto que el promedio de días paciente hospitalizado, mientras que febrero, septiembre, noviembre y diciembre presentan menos días-paciente internado.

Sin embargo, ni los datos de la tendencia ni los estacionales proporcionan por sí mismos un pronóstico razonable para el hospital. Sólo cuando se multiplicaron los datos ajustados a la tendencia por el índice estacional apropiado fue que el hospital pudo obtener buenos pronósticos. Por lo tanto, para el periodo 67 (enero):

$$\text{Días-paciente} = (\text{Pronóstico con ajuste de tendencia})(\text{Índice estacional mensual}) = (9,530)(1.04) = 9,911$$

Los días-paciente para cada mes son:

Periodo	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
Mes	Ene.	Feb.	Marzo	Abri	Mayo	Junio	Julio	Ago.	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.
Pronóstico con tendencia y estacionalidad	9,911	9,265	9,764	9,691	9,520	9,542	9,949	10,068	9,411	9,724	9,355	9,572



◀ Figura 4.7  
Índice estacional para el hospital San Diego

La gráfica que muestra el pronóstico con tendencia y estacionalidad se presenta en la figura 4.8.



◀ Figura 4.8  
Pronóstico con tendencia y estacionalidad combinadas

**Razonamiento:** Observe que usando sólo la tendencia, el pronóstico para septiembre es de 9,702, pero con el ajuste de tendencia y estacionalidad el pronóstico es de 9,411. Al combinar los datos de tendencia y estacionalidad el hospital pudo pronosticar mejor los días-paciente internado, el personal requerido, y el presupuesto vital para garantizar la efectividad de las operaciones.

**Ejercicio de aprendizaje:** Si la pendiente de la recta de tendencia para los días-paciente es de 22.0 (en vez de 21.5) y el índice para diciembre es de .99 (en lugar de .98), ¿cuál es el nuevo pronóstico para los días-paciente en diciembre? [Respuesta: 9,708].

**Problemas relacionados:** 4.26, 4.29

El ejemplo 11 ilustra con detalle la estacionalidad detectada en los datos trimestrales de una tienda departamental.

La administración de Davi's Department Store usó regresión de series de tiempo para pronosticar las ventas al menudeo de los siguientes cuatro trimestres. Las ventas estimadas son de 100,000; 120,000; 140,000 y 160,000 dólares para los trimestres respectivos. Se ha encontrado que los índices estacionales para los cuatro trimestres son de 1.30, .90, .70 y 1.15, respectivamente.

**Método:** Para calcular un pronóstico de ventas con ajuste estacional, sólo multiplicamos cada índice estacional por el pronóstico de tendencia apropiado.

$$\hat{y}_{estacional} = \text{Índice} \times \hat{y}_{pronóstico de tendencia}$$

### EMPLEO DE

Ajuste de datos de tendencia con índices estacionales

**Solución:** Trimestre I:  $\hat{y}_I = (1.30)(\$100,000) = \$130,000$   
 Trimestre II:  $\hat{y}_{II} = (.90)(\$120,000) = \$108,000$   
 Trimestre III:  $\hat{y}_{III} = (.70)(\$140,000) = \$98,000$   
 Trimestre IV:  $\hat{y}_{IV} = (1.10)(\$160,000) = \$176,000$

**Razonamiento:** Ahora el pronóstico con tendencia en línea recta está ajustado para reflejar los cambios estacionales.

**Ejercicio de aprendizaje:** Si el pronóstico de ventas para el trimestre IV fuera de 180,000 (en vez de 160,000), ¿cuál sería el pronóstico ajustado estacionalmente? [Respuesta: \$207,000].

**Problemas relacionados:** 4.26, 4.29

## Variaciones cíclicas en los datos

### Ciclos

Patrones detectados en los datos, ocurren cada varios años.

Los ciclos son como las variaciones estacionales de los datos, pero ocurren cada varios *años*, no semanas, meses o trimestres. El pronóstico de variaciones cíclicas en una serie de tiempo es difícil. Esto se debe a que los ciclos incluyen una variedad de factores que causan que la economía vaya de la recesión a la expansión y de regreso a la recesión luego de un periodo de años. Estos factores incluyen la sobreexpansión nacional o industrial en tiempos de euforia y la contracción en las épocas preocupantes. El pronóstico de los ciclos de demanda para productos individuales también puede estar guiado por los ciclos de vida del producto — las etapas de los productos van de la introducción a la declinación. Existen ciclos de vida para prácticamente todos los productos; algunos ejemplos sorprendentes son los discos flexibles, las videocámaras y el Game Boy original. Dejamos el análisis cíclico a los textos especializados en pronósticos.

El tema siguiente a estudiar es el desarrollo de técnicas asociativas para variables que tienen impacto entre sí.

## MÉTODOS ASOCIATIVOS DE PRONÓSTICO: ANÁLISIS DE REGRESIÓN Y CORRELACIÓN

A diferencia del pronóstico de series de tiempo, los modelos de *pronóstico asociativo* casi siempre consideran *varias* variables relacionadas con la cantidad que se desea predecir. Una vez determinadas dichas variables, se construye un modelo estadístico que se usa para pronosticar el elemento de interés. Este enfoque es más poderoso que los métodos de series de tiempo que incluyen sólo valores históricos para la variable a pronosticar.

En un análisis asociativo pueden considerarse muchos factores. Por ejemplo, las ventas de computadoras personales Dell se relacionan con el presupuesto para publicidad de Dell, los precios de la compañía, los precios y estrategias promocionales de la competencia, e incluso con la economía nacional y los índices de desempleo. En este caso, las ventas de computadoras personales se denominan como la *variable dependiente* y las otras variables son las *variables independientes*. El trabajo del administrador es desarrollar la mejor relación estadística entre las ventas de computadoras personales y las variables independientes. El modelo de pronósticos asociativo cuantitativo más común es el **análisis de regresión lineal**.

**Análisis de regresión lineal**  
 Modelo matemático de línea recta usado para describir las relaciones funcionales que hay entre las variables dependiente e independiente.

6. Realizar un análisis de regresión y correlación

### Uso del análisis de regresión para pronosticar

Con el fin de realizar un análisis de regresión lineal, podemos usar el mismo modelo matemático que empleamos con el método de mínimos cuadrados para efectuar la proyección de tendencias. Las variables dependientes que deseamos pronosticar seguirán siendo  $\hat{y}$ . Pero la variable independiente,  $x$ , ya no necesita ser el tiempo. Usamos la ecuación

$$\hat{y} = a + bx$$

cuando

$\hat{y}$  = valor de la variable dependiente (en nuestro ejemplo, ventas)  
 $a$  = intersección con el eje  $y$   
 $b$  = pendiente de la recta de regresión  
 $x$  = variable independiente

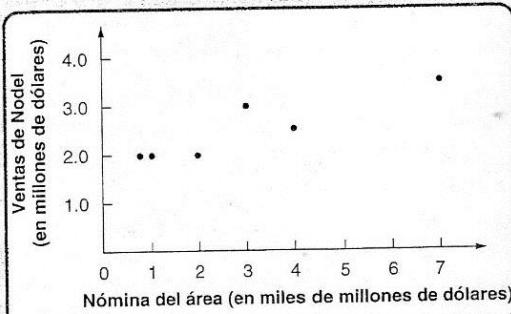
En el ejemplo 12 se muestra cómo usar la regresión lineal.

La compañía constructora Nodel renueva casas antiguas en West Bloomfield, Michigan. Con el tiempo, la compañía ha encontrado que su volumen de dólares por trabajos de renovación depende de la nómina del área de West Bloomfield. La administración quiere establecer una relación matemática para ayudarse a predecir las ventas.

**Método:** El Vicepresidente de Operaciones de Nodel ha preparado la tabla siguiente, la cual muestra los ingresos de Nodel y la cantidad de dinero percibido por los trabajadores en West Bloomfield durante los últimos 6 años.

Ventas de Nodel (en millones de dólares), y	Nómina local (en miles de millones de dólares), x	Ventas de Nodel (en millones de dólares), y	Nómina local (en miles de millones de dólares), x
2.0	1	2.0	2
3.0	3	2.0	1
2.5	4	3.5	7

El Vice-presidente necesita determinar si existe una relación lineal (en línea recta) entre la nómina del área y las ventas. Para ello, grafica los datos conocidos en un diagrama de dispersión:



A partir de los seis puntos de datos, parece haber una ligera relación positiva entre la variable independiente (nómina) y la variable dependiente (ventas): A medida que se incrementa la nómina, las ventas de Nodel tienden a ser más altas.

**Solución:** Podemos encontrar una ecuación matemática si usamos el enfoque de regresión de mínimos cuadrados.

Ventas, y	Nómina, x	$x^2$	xy
2.0	1	1	2.0
3.0	3	9	9.0
2.5	4	16	10.0
2.0	2	4	4.0
2.0	1	1	2.0
3.5	7	49	24.5
$\Sigma y = 15.0$	$\Sigma x = 18$	$\Sigma x^2 = 80$	$\Sigma xy = 51.5$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{6} = \frac{15}{6} = 2.5$$

$$b = \frac{\Sigma xy - n\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x^2 - n\bar{x}^2} = \frac{51.5 - (6)(3)(2.5)}{80 - (6)(3^2)} = .25$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 2.5 - (.25)(3) = 1.75$$

Por lo tanto, la ecuación de regresión estimada es:

$$\hat{y} = 1.75 + .25x$$

### EJEMPLO 12

#### Cálculo de una ecuación de regresión lineal

y Archivo de datos para Excel OM Ch04Ex12.xls

o bien:

$$\text{Ventas} = 1.75 + .25 \text{ (nómina)}.$$

Si la cámara de comercio local predice que la nómina para el área de West Bloomfield será de 6,000 millones de dólares el próximo año, podemos estimar las ventas de Nodel con la ecuación de regresión:

$$\begin{aligned}\text{Ventas (en \$ millones)} &= 1.75 + .25(6) \\ &= 1.75 + 1.50 = 3.25\end{aligned}$$

o bien:

$$\text{Ventas} = \$3,250,000.00$$

**Razonamiento:** Dado el supuesto de una relación rectilínea entre la nómina y las ventas, ahora tenemos una indicación de la pendiente de esa relación: Las ventas se incrementan a una tasa de un millón de dólares por cada 250 millones pagados en la nómina local. Esto es porque  $b = .25$ .

**Ejercicio de aprendizaje:** ¿A cuánto ascienden las ventas de Nodel cuando la nómina local es de 8 mil millones de dólares? [Respuesta: A 3.75 millones de dólares].

**Problemas relacionados:** 4.24, 4.30, 4.31, 4.32, 4.33, 4.35, 4.38, 4.40, 4.41, 4.46, 4.48, 4.49

La parte final del ejemplo 12 muestra una debilidad central de los métodos de pronóstico asociativo como el de regresión. Aun cuando calculamos una ecuación de regresión, debemos dar un pronóstico para la variable independiente  $x$  —en este caso, la nómina— antes de estimar la variable dependiente  $y$  para el siguiente periodo. Aunque éste no es un problema para todos los pronósticos, es posible imaginar la dificultad que implica determinar los valores futuros de *algunas* variables independientes comunes (como índices de desempleo, producto nacional bruto, índices de precios, y otros).

## Error estándar de la estimación

El pronóstico de ventas para Nodel de 3,250,000 dólares determinado en el ejemplo 12 se conoce como *estimación puntual* de  $y$ . La estimación puntual es en realidad la *media*, o el *valor esperado*, de una distribución de valores posibles de ventas. En la figura 4.9 se ilustra este concepto.

Para medir la exactitud de las estimaciones de regresión, debemos calcular el **error estándar de la estimación**,  $S_{y,x}$ . Este cálculo se llama *desviación estándar de la regresión*, y mide el error desde la variable dependiente,  $y$ , hasta la recta de regresión, en lugar de hasta la media. La ecuación (4-14) es una expresión similar a la encontrada en la mayoría de los libros de estadística para calcular la desviación estándar de una media aritmética:

$$S_{y,x} = \sqrt{\frac{\sum(y - y_c)^2}{n-2}} \quad (4-14)$$

donde

$y$  = valor de  $y$  de cada dato puntual

$y_c$  = valor calculado de la variable dependiente, a partir de la ecuación de regresión

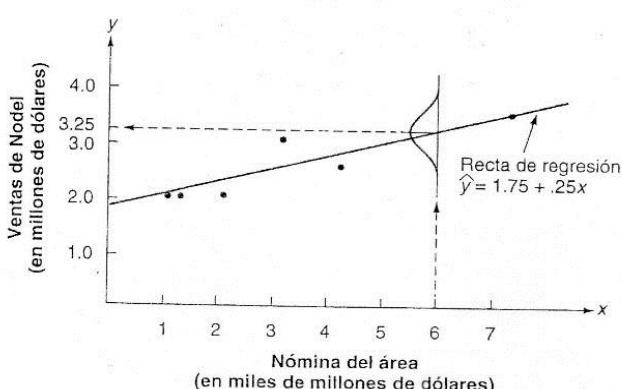
$n$  = número de datos puntuales

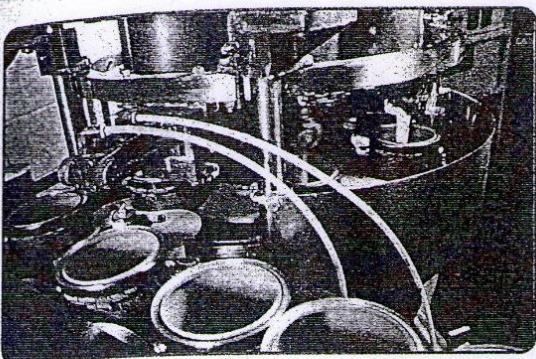
### Error estándar de la estimación

Medida de la variabilidad que se presenta alrededor de la recta de regresión —su desviación estándar.

► Figura 4.9

Distribución alrededor de la estimación puntual de 3.25 millones de dólares en ventas





► Las líneas de ensamble de Glidden Paints llenan miles de latas cada hora. Para predecir la demanda, la empresa usa métodos asociativos de pronóstico, como regresión lineal, con variables independientes como el ingreso del personal y el PNB. Aun cuando la construcción de vivienda sería una variable natural, Glidden encontró que había poca correlación con las ventas pasadas. Esto se debe a que gran parte de las pinturas Glidden se vende al menudeo a clientes que ya poseen casas o negocios.

La ecuación (4-15) puede parecer más complicada, pero de hecho es una versión fácil de usar de la ecuación (4-14). Ambas fórmulas proporcionan la misma respuesta y son útiles para establecer intervalos de predicción alrededor de la estimación puntual.<sup>4</sup>

$$S_{y,x} = \sqrt{\frac{\sum y^2 - a\sum y - b\sum xy}{n-2}} \quad (4-15)$$

En el ejemplo 13 se muestra cómo podría calcularse el error estándar de la estimación del ejemplo 12.

El Vice-presidente de operaciones de Nodel quiere conocer el error asociado con la recta de regresión calculada en el ejemplo 12.

**Método:** Calcule el error estándar de la estimación,  $S_{y,x}$ , usando la ecuación (4-15).

**Solución:** La única cifra que necesitamos y que no es posible despejar para calcular  $S_{y,x}$  es  $\sum y^2$ . Algunas sumas rápidas revelan que  $\sum y^2 = 39.5$ . Por lo tanto:

$$\begin{aligned} S_{y,x} &= \sqrt{\frac{\sum y^2 - a\sum y - b\sum xy}{n-2}} \\ &= \sqrt{\frac{39.5 - 1.75(15.0) - .25(51.5)}{6-2}} \\ &= \sqrt{.09375} = .306 \text{ (en millones de dólares)} \end{aligned}$$

Entonces el error estándar de la estimación es de 306,000 dólares en ventas.

**Razonamiento:** La interpretación del error estándar de la estimación es similar a la desviación estándar; a saber,  $\pm 1$  desviación estándar = .6827. Entonces existe una posibilidad del 68.27% de estar a  $\pm \$306,000$  de la estimación puntual de  $\$3,250,000$ .

**Ejercicio de aprendizaje:** ¿Cuál es la probabilidad de que las ventas excedan de \$3,556,000? [Respuesta: Aproximadamente un 16%].

**Problemas relacionados:** 4.41e, 4.48b

### EJEMPLO 13

#### Cálculo del error estándar de la estimación

### Coeficientes de correlación para rectas de regresión

La ecuación de regresión es una forma de expresar la naturaleza de la relación que hay entre dos variables. Las rectas de regresión no son relaciones de "causa y efecto". Simplemente describen relaciones entre las variables. La ecuación de regresión muestra la forma en que una variable se relaciona con el valor y los cambios de otra variable.

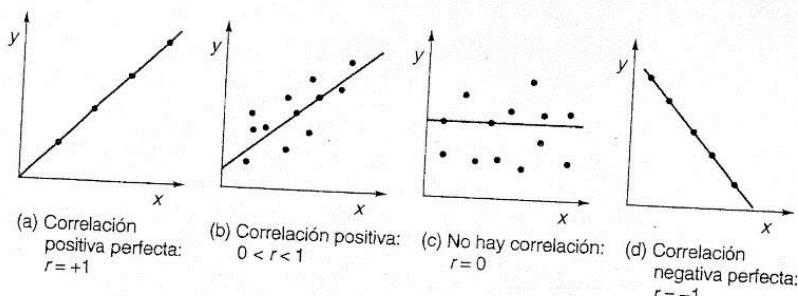
Otra forma de evaluar la relación entre dos variables consiste en calcular el **coeficiente de correlación**. Esta medida expresa el grado o la fuerza de la relación lineal. Usualmente identificado

**Coeficiente de correlación**  
Medida de la fuerza de la relación que hay entre dos variables.

<sup>4</sup>Cuando el tamaño de la muestra es grande ( $n > 30$ ), el intervalo de predicción del valor de  $y$  se calcula usando tablas de distribución normal. Cuando el número de observaciones es pequeño, la distribución-t es apropiada. Vea D. Groebner et al., *Business Statistics*, 7ma. ed. (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2008).

► Figura 4.10

Cuatro valores del coeficiente de correlación



como  $r$ , el coeficiente de correlación puede ser cualquier número entre  $+1$  y  $-1$ . En la figura 4.10 se ilustra cómo se ven los distintos valores de  $r$ .

Para calcular  $r$ , usamos casi los mismos datos necesarios para calcular  $a$  y  $b$  para la recta de regresión. La ecuación para  $r$  resulta más larga, y es:

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\sum y)^2]}} \quad (4-16)$$

En el ejemplo 14 se muestra cómo calcular el coeficiente de correlación para los datos dados en los ejemplos 12 y 13.

### EJEMPLO 14

#### Determinación del coeficiente de correlación

Una  $r$  alta no siempre significa que una variable será un buen pronosticador de la otra. El largo de las faldas y los precios del mercado de valores quizás estén correlacionados, pero el que uno crezca no significa necesariamente que el otro también lo hará.

En el ejemplo 12, observamos la relación que hay entre las ventas de renovación de casas de la compañía constructora Nodel y la nómina pagada en el área de West Bloomfield. El vicepresidente ahora quiere conocer la fuerza de la asociación entre la nómina local y las ventas.

**Método:** Calculamos el valor de  $r$  usando la ecuación 4-16. Primero necesitamos agregar una columna de cálculos más —para  $y^2$ .

**Solución:** A continuación de presentan los datos, incluyendo la columna para  $y^2$  y los cálculos:

$y$	$x$	$x^2$	$xy$	$y^2$
2.0	1	1	2.0	4.0
3.0	3	9	9.0	9.0
2.5	4	16	10.0	6.25
2.0	2	4	4.0	4.0
2.0	1	1	2.0	4.0
3.5			24.5	4.0
$\Sigma y = 15.0$	$\Sigma x = 18$	$\Sigma x^2 = 80$	$\Sigma xy = 51.5$	$\Sigma y^2 = 39.5$

$$\begin{aligned} r &= \frac{(6)(51.5) - (18)(15.0)}{\sqrt{[(6)(80) - (18)^2][(6)(39.5) - (15.0)^2]}} \\ &= \frac{309 - 270}{\sqrt{(156)(12)}} = \frac{39}{\sqrt{1,872}} \\ &= \frac{39}{43.3} = .901 \end{aligned}$$

**Razonamiento:** Esta  $r$  de .901 parece indicar que hay una correlación significativa y ayuda a confirmar la relación estrecha que existe entre las dos variables.

**Ejercicio de aprendizaje:** Si el coeficiente de correlación fuera de  $- .901$  en vez de  $+ .901$ , ¿qué significaría? [Respuesta: La correlación negativa indicaría que a medida que la nómina se elevara, las ventas disminuirían —una posibilidad bastante improbable que le sugeriría revisar sus cálculos].

**Problemas relacionados:** 4.24d, 4.35d, 4.38c, 4.41f, 4.48b

Aunque el coeficiente de correlación es la medida más comúnmente usada para describir las relaciones entre dos variables, existe otra medida. Se llama **coeficiente de determinación** y es simplemente el cuadrado del coeficiente de correlación —a saber,  $r^2$ . El valor de  $r^2$  siempre será un número positivo en el intervalo de  $0 \leq r^2 \leq 1$ . El coeficiente de determinación es el porcentaje de variación presente en la variable dependiente ( $y$ ) explicado por la ecuación de regresión. En el caso de Nodel, el valor de  $r^2$  es .81, lo cual significa que un 81% de la variación total se explica mediante la ecuación de regresión.

### Análisis de regresión múltiple

La regresión múltiple es una extensión práctica del modelo de regresión que acabamos de ver. Nos permite construir un modelo con varias variables independientes en vez de sólo una variable. Por ejemplo, si la constructora Nodel desea incluir el promedio de las tasas de interés anual en su modelo para el pronóstico de ventas de remodelación, la ecuación apropiada sería:

$$\hat{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2 \quad (4-17)$$

donde

$\hat{y}$  = variable dependiente, ventas

$a$  = una constante, la intersección  $y$

$x_1$  y  $x_2$  = valores de las dos variables independientes, nómina del área  
y tasas de interés, respectivamente

$b_1$  y  $b_2$  = coeficientes de las dos variables independientes

Las matemáticas de la regresión múltiple se vuelven bastante complejas (y lo usual es que los cálculos se realicen en computadora), por lo cual dejamos las fórmulas para  $a$ ,  $b_1$  y  $b_2$  a los libros de estadística. Sin embargo, el ejemplo 15 muestra cómo interpretar la ecuación (4-17) para el pronóstico de las ventas de Nodel.

### Coeficiente de determinación

Medida de la cantidad de variación presente en la variable dependiente, con respecto de su media, que se explica mediante la ecuación de regresión.

### Regresión múltiple

Método de pronóstico asociativo con más de una variable independiente.

La constructora Nodel quiere ver el impacto de una segunda variable independiente, tasas de interés, sobre sus ventas.

**Método:** La nueva recta de regresión múltiple para Nodel, calculada con un programa de computadora, es

$$\hat{y} = 1.80 + .30x_1 - 5.0x_2$$

También encontramos que el nuevo coeficiente de correlación es .96, lo cual implica que la inclusión de la variable  $x_2$ , tasas de interés, agrega aún más fuerza a la relación lineal.

**Solución:** Ahora podemos estimar las ventas de Nodel si sustituimos los valores de la nómina y de la tasa de interés para el próximo año. Si la nómina de West Bloomfield va a ser de 6 mil millones de dólares y la tasa de interés de .12 (12%), entonces las ventas se pronostican como:

$$\begin{aligned} \text{Ventas (\$ millones)} &= 1.80 + .30(6) - 5.0(.12) \\ &= 1.8 + 1.8 - .6 \\ &= 3.00 \end{aligned}$$

o bien:

$$\text{Ventas} = \$3,000,000.00$$

**Razonamiento:** Al usar ambas variables, nómina y tasas de interés, Nodel tiene ahora un pronóstico de ventas de 3 millones de dólares y un coeficiente de correlación más alto. Esto sugiere una relación más fuerte entre las dos variables y una estimación más precisa de las ventas.

**Ejercicio de aprendizaje:** Si las tasas de interés fueran sólo del 6%, ¿cuál sería el pronóstico de ventas? [Respuesta: \\$3,300,000.00].

**Problemas relacionados:** 4.34, 4.36

### REPASO

### Uso de una ecuación de regresión múltiple

## MONITOREO Y CONTROL DE PRONÓSTICOS

Una vez que se obtiene un pronóstico, no debe olvidarse. Ningún administrador desea que se le recuerde que su pronóstico fue terriblemente impreciso, pero la empresa necesita saber por qué la demanda real (cuálquiera que sea la variable que se examina) difiere de manera significativa de lo

**Señal de control**

Medida de qué tan bien predicen el pronóstico los valores reales.

**Sesgo**

Pronóstico que está consistentemente arriba o consistentemente abajo de los valores reales de una serie de tiempo.

**Objetivo de aprendizaje**

7. Usar una señal de control

proyectado. Si quien pronostica es preciso, esa persona casi siempre se asegura de que todos conozcan su talento. Pocas veces se leen artículos en *Fortune*, *Forbes* o el *Wall Street Journal* acerca de gerentes de finanzas que constantemente se alejen un 25% en sus pronósticos del mercado de valores.

Una manera de supervisar los pronósticos para asegurar que sean buenos es emplear una señal de control. Una **señal de control** es una medida de qué tan bien predicen los pronósticos los valores reales. Conforme los pronósticos se actualizan semanal, mensual o trimestralmente, los nuevos datos disponibles de la demanda se comparan con los valores pronosticados.

La señal de control se calcula como la *RSFE* (*running sum of the forecast errors; suma continua de errores del pronóstico*) dividida entre la *MAD* (*mean absolute deviation; desviación absoluta media*):

$$\begin{aligned} \left( \text{Señal de control} \right) &= \frac{\text{RSFE}}{\text{MAD}} \\ &= \frac{\Sigma (\text{Demanda real del periodo } i - \text{Demanda pronosticada del periodo } i)}{\text{MAD}} \quad (4-18) \end{aligned}$$

$$\text{donde } \text{MAD} = \frac{\Sigma |\text{Real} - \text{Pronóstico}|}{n}$$

como se vio anteriormente en la ecuación (4-5).

Las señales de control *positivas* indican que la demanda es *mayor* que el pronóstico. Las señales de control *negativas* indican que la demanda es *menor* que el pronóstico. Una buena señal de control —es decir, una con RSFE baja— tiene casi tanto error positivo como error negativo. En otras palabras, una pequeña desviación está bien, pero los errores negativos y positivos deben equilibrarse entre sí para que la señal de control se centre muy cerca de cero. Una tendencia consistente de los pronósticos a ser mayores o menores que los valores reales (es decir, con RSFE alta) se llama *error de sesgo*. El sesgo ocurre cuando, por ejemplo, se usan las variables o la recta de tendencia incorrectas, o si se aplica de manera incorrecta un índice estacional.

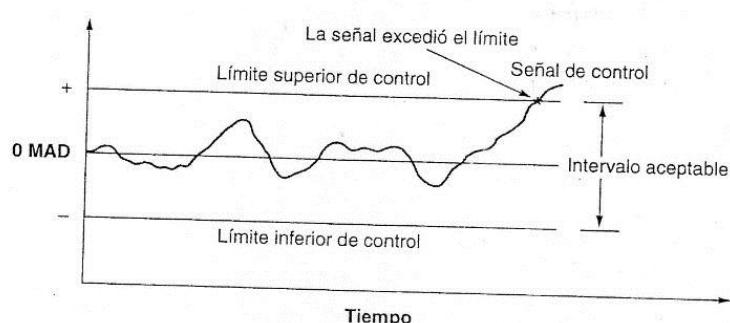
Una vez calculadas las señales de control, se comparan para determinar los límites de control. Cuando una señal de control excede el límite inferior o superior, existe un problema con el método de pronósticos y la administración querrá reevaluar la forma en que pronostica la demanda. En la figura 4.11 se muestra la gráfica de una señal de control que excede el intervalo de variación aceptable. Si el modelo en uso es de suavizamiento exponencial, quizás la constante de suavizamiento necesite readjustarse.

¿Cómo deciden las empresas cuáles deben ser los límites de control superior e inferior? No existe una respuesta única, pero intentan encontrar valores razonables —en otras palabras, límites que no sean tan bajos como para enviar la señal con el mínimo error de pronóstico ni tan altos que dejen pasar pronósticos malos de manera regular. Una MAD equivale aproximadamente a .8 desviaciones estándar,  $\pm 2 \text{ MAD} = \pm 1.6$  desviaciones estándar,  $\pm 3 \text{ MAD} = \pm 2.4$  desviaciones estándar, y  $\pm 4 \text{ MAD} = \pm 3.2$  desviaciones estándar; lo cual sugiere que para que un pronóstico esté “bajo control”, se espera que el 89% de los errores caiga dentro de  $\pm 2 \text{ MAD}$ , el 98% dentro de  $\pm 3 \text{ MAD}$ , o el 99.9% dentro de  $\pm 4 \text{ MAD}$ .<sup>5</sup>

En el ejemplo 16 se muestra la forma de calcular la señal de control y la RSFE.

**Figura 4.11**

Gráfica de señales de control



<sup>5</sup>Para que usted mismo compruebe estos porcentajes, sólo establezca una curva normal para  $\pm 1.6$  desviaciones estándar (valores de  $z$ ). Usando la tabla de distribución normal del apéndice I, encontrará que el área bajo la curva es de .89. Esto representa  $\pm 2 \text{ MAD}$ . De la misma forma,  $\pm 3 \text{ MAD} = \pm 2.4$  desviaciones estándar comprenden el 98% del área, y así sucesivamente para  $\pm 4 \text{ MAD}$ .







