



TEMA 6: Diferenciación e integración numérica

Competencias específicas disciplinares

- Aplica los diferentes métodos de integración numérica para resolver una variedad de problemas prácticos en distintos campos de la ciencia y la ingeniería, adoptando la técnica más adecuada según el tipo de datos y las características del problema.
- Determina las fórmulas que permitan dar valores aproximados de la derivada de una función en un punto.
- Reconoce que las reglas del trapecio y las de Simpson 1/3 y 3/8 representan las áreas bajo los polinomios de primero, segundo y tercer grados, respectivamente.
- Registra los diferentes efectos del error en los datos para los procesos de integración y diferenciación numéricas.

Para el desarrollo de este tema trabajaremos mediante una *clase invertida*: un modelo pedagógico que propone que los estudiantes estudien el contenido teórico de manera autónoma antes de asistir a las clases, generalmente a través de lecturas, videos, y cuestionarios. Así, el tiempo en el aula se destina principalmente a actividades prácticas, resolución de problemas y trabajos colaborativos, etc. Este enfoque fomenta el desarrollo de competencias transversales y específicas de manera más efectiva para la formación de profesionales.

INTRODUCCIÓN Y ACTIVIDADES PRE CLASE.

Antes de asistir a la clase presencial del día 03/10/2024, deberán realizar las siguientes actividades en el aula virtual:

1. **Lectura del material bibliográfico:** Se proporcionará las presentaciones que se utilizan en las clases. Además, estará disponible en el aula virtual el Capítulo 21 correspondiente a Integración Numérica del libro *Métodos numéricos* de Chapra y Canale (2007) (Pág 471 a 488) para profundizar los conceptos. El material abordará:
 - a. Introducción a la integración numérica.
 - b. Descripción y deducción de las fórmulas de Trapecio y Simpson.
 - c. Limitaciones y precisión de cada método.
2. **Cuestionario de revisión:** Completar el cuestionario disponible en el aula virtual. Este cuestionario tiene el propósito de asegurar la comprensión de los conceptos fundamentales y verificar la preparación para la clase. Entre las preguntas se incluirán:
 - a. Definición de integración numérica y cuándo se utiliza.
 - b. Explicación de la fórmula del trapecio y cómo se aplica.
 - c. Introducción a la regla de Simpson y sus características.
3. **Resolución de ejercicios básicos:** Resolver los ejercicios propuestos en Aula Moodle, donde se utilizará la fórmula de trapecios y la regla de Simpson para calcular el área bajo curvas sencillas.

PRIMERA CLASE PRESENCIAL: APLICACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Durante la clase presencial del jueves 03 de octubre, los estudiantes trabajarán en grupos para resolver problemas de aplicación con la guía del docente. La actividad se enfocará en utilizar las fórmulas de Trapecio y Simpson para resolver problemas más complejos que los vistos en la etapa virtual. El docente:

1. Revisará las dudas surgidas de la lectura y los ejercicios básicos.
2. Proporcionará un contexto práctico para los problemas, como estimación de áreas en aplicaciones de ingeniería, economía o física.
3. Guiará a los estudiantes en el desarrollo de los pasos para aplicar cada método, enfatizando en la importancia de la partición del intervalo y el uso de las fórmulas.



SEGUNDA CLASE PRESENCIAL: COMPARACIÓN Y ANÁLISIS

En esta sesión, los estudiantes:

1. Presentarán los resultados obtenidos en la primera clase y discutirán en conjunto las diferencias observadas entre los métodos de integración (Trapezio y Simpson).
2. Compararán la precisión de ambos métodos y analizarán su uso en diferentes contextos.
3. Elaborarán un breve informe comparativo, que deberán entregar a través del aula virtual al finalizar la clase.

El docente responderá a preguntas individuales y grupales, ofreciendo retroalimentación detallada y ayudando a los estudiantes a perfeccionar su análisis y conclusiones.

Entrega final en el aula virtual

Los estudiantes deberán entregar a través del aula virtual un documento (formato pdf), con carátula y nombre de los integrantes del equipo). La entrega la realizará **un** representante del equipo en el espacio previsto del aula.

1. **Resolución de los problemas propuestos** (con todos los pasos y el razonamiento utilizado).
2. **Informe comparativo:**
 - o Descripción de los métodos utilizados.
 - o Análisis de las diferencias en los resultados.
 - o Conclusiones sobre la precisión y utilidad de cada método en problemas específicos.

Fecha límite: Se anunciará en el aula virtual.

Criterios de evaluación:

- Correcta aplicación de las fórmulas.
- Claridad en el razonamiento.
- Calidad del análisis comparativo y justificación de las conclusiones.

EJERCICIOS PRE CLASE

1. Dada la siguiente tabla de valores:

x	12	13	14	15	16	17
y	0.96262	0.94718	0.93108	0.92221	0.91181	0.90151

- a) Construir la tabla de diferencias.
- b) Calcular $f'(12)$ con la fórmula de Gregory Newton Ascendente.
- c) Calcular $f'(12.4)$ ¿cuál es la diferencia al utilizar la fórmula en ambos casos?
- d) Utilizar la fórmula de Gregory Newton descendente para calcular $f''(17)$.

2. Dada la siguiente tabla de valores, calcular la $\int f(x)dx$ seleccionando adecuadamente entre las fórmulas de Trapecios y la fórmula de Simpson. Ver la posibilidad de combinar fórmulas para obtener mejores resultados.

t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
i	0.0	0.15	0.3	0.55	0.73	0.81

3. Con la misma tabla de ejercicio 1 calcular $\int_{12}^{17} f(x)dx$ seleccionando adecuadamente entre las fórmulas de los Trapecios y la de Simpson.

4. Resolver la misma integral del ejercicio anterior combinando las dos fórmulas de Simpson. Comparar los resultados obtenidos en ambos casos.



EJERCICIOS CLASE PRESENCIAL

1. La integración proporciona un medio para calcular cuanta masa entra o sale de un reactor durante un periodo específico de tiempo, así

$$M = \int_{t_1}^{t_2} Q(t)c(t)dt$$

Donde t_1 y t_2 son los tiempos inicial y final del periodo.

Use integración numérica para estimar cuanta masa sale de un reactor con base en las siguientes mediciones:

T, min	0	10	20	30	35	40	45	50
Q, m ³ /min	4	4,8	5,2	5,0	4,6	4,3	4,3	5,0
C, mg/m ³	10	35	55	52	40	37	32	34

2. Un estudio de ingeniería del transporte de mercadería requiere que usted determine el número de vehículos que pasan por un punto de control en la hora pico. Usted se para al lado de la vía y cuenta el número de vehículos que pasan cada minuto a varias horas, como se muestra en la tabla a continuación.

Tiempo (h)	7.30	7.45	8	8.15	8.45	9.15
Tasa(vehículos por minuto)	4.5	6.0	6.5	5	4.5	2.25

Utilice el mejor método numérico para determinar el número total de vehículos que pasan entre las 7.30 y las 9.15. (Combinación de trapecio y Simpson) y estime el error.

3. Durante un levantamiento, se le pide que calcule el área del terreno que se muestra en la Figura 1. Emplee reglas de integración numérica para determinar el área.

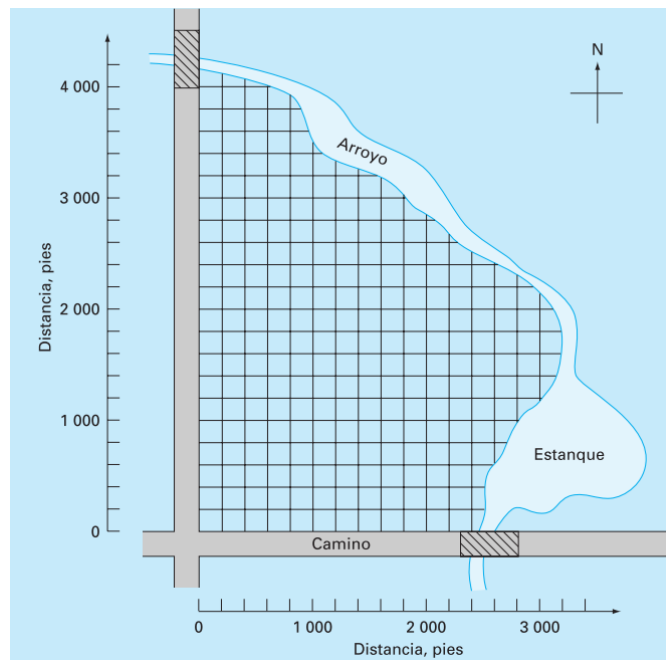


Figura 1



ACTIVIDADES POSTERIORES A LA CLASE

Informe Final

Al finalizar el trabajo práctico, cada grupo deberá redactar un **informe técnico** en el que se presenten de manera clara y detallada los resultados obtenidos durante la resolución de los ejercicios propuestos. El informe presentado, formato pdf, debe incluir los siguientes elementos:

1. **Introducción**
 - Objetivo del informe.
2. **Desarrollo**
 - Descripción de los métodos de integración numérica utilizados (Trapezio, Simpson 1/3 y Simpson 3/8).
 - Justificación de la selección de cada método en los diferentes ejercicios.
 - Presentación de los cálculos realizados, incluyendo el uso de tablas y gráficos cuando sea necesario para ilustrar los resultados.
3. **Análisis de resultados**
 - Comparación entre los métodos aplicados, discutiendo la precisión de los resultados obtenidos.
 - Identificación de los posibles errores numéricos y sus causas.
 - Análisis de los resultados en el contexto del problema planteado, explicando qué método es más adecuado para cada situación y por qué.
4. **Conclusiones**
 - Síntesis de los principales hallazgos.
5. **Referencias**
 - Citación de libros, artículos o recursos utilizados en la elaboración del informe.

Se comparte la rúbrica de evaluación que se utilizará en la corrección del informe.

Rúbrica de Evaluación

Criterio	Nivel 1: Básico	Nivel 2: Aceptable	Nivel 3: Competente	Nivel 4: Experto
Comprensión de los métodos de integración	Muestra una comprensión limitada de las fórmulas de integración y no las aplica correctamente.	Identifica las fórmulas básicas de integración pero comete errores en la aplicación.	Aplica las fórmulas de Trapecio y Simpson correctamente en la mayoría de los casos.	Demuestra una comprensión completa de las fórmulas y selecciona la más adecuada en función del problema dado.
Aplicación de las fórmulas en ejercicios	Aplica incorrectamente las fórmulas, con errores significativos en los cálculos y en el procedimiento.	Aplica las fórmulas con algunos errores, pero completa los ejercicios básicos con éxito parcial.	Resuelve ejercicios de nivel intermedio correctamente y presenta el razonamiento detrás de cada cálculo.	Resuelve ejercicios complejos y justifica claramente la elección de cada fórmula según el tipo de problema.
Análisis comparativo de los métodos	Realiza comparaciones superficiales entre los métodos, sin aportar detalles técnicos.	Compara métodos con detalles limitados y presenta conclusiones con justificación insuficiente.	Compara los métodos de integración con un análisis técnico adecuado, explicando ventajas y desventajas.	Presenta un análisis profundo y detallado, evaluando la precisión y los errores de cada método en contexto.
Claridad y coherencia en el informe	El informe presenta explicaciones vagas y carece de estructura.	El informe sigue una estructura básica, pero tiene áreas de confusión o falta de desarrollo.	El informe es claro, bien estructurado y presenta el razonamiento con coherencia.	El informe es claro, bien organizado y utiliza un lenguaje técnico preciso, con explicaciones y conclusiones sólidas.
Capacidad para resolver problemas aplicados	No puede resolver los problemas propuestos o comete errores graves en la interpretación de datos.	Resuelve problemas simples con algunos errores en la interpretación de datos y el uso de fórmulas.	Resuelve problemas aplicados con precisión y demuestra una interpretación correcta de los datos.	Resuelve problemas complejos con facilidad y presenta interpretaciones avanzadas, incluyendo variaciones y combinaciones de métodos.