

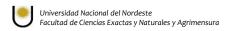


### Asignatura:

## MÉTODOS COMPUTACIONALES - MÉTODOS NUMÉRICOS

# Tema 7 Ejercicios resueltos

### 2023





1. Resolver la ecuación diferencial de primer orden y primer grado

$$y' = \frac{6x^2}{y}$$

con la condición inicial  $\,y_0=16,\;x_0=4;\,{\rm h=0.1}\,$ 

- a) Con el Método de Runge Kutta de 2do orden en (4.0; 4.3)
- b) Con el Método de Runge Kutta de 4to orden en (4.0; 4.3)

MÉTODOS COMPUTACIONALES - MÉTODOS NUMÉRICOS



Universidad Nacional del Nordeste Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura

Con el **Método de Runge-Kutta de 2do orden,** conociendo h=0.1 y  $y'=\frac{6x^2}{y}$ 



 $x_0 = 4$ 

**M**étodo de Runge Kutta de 2do Orden

$$y_0^0 = 16$$

$$k_{1} = h * f(x_{0}; y_{0}) = 0.1 * \left(\frac{6x_{0}^{2}}{y_{0}}\right) = 0.1 * \frac{4^{2}}{16} = 0.6$$

$$k_{2} = h * f(x_{0} + h; y_{0} + k_{1}) = 0.1 * f(4 + 0.1; 16 + 0.6) = 0.1 * f(4.1; 16.6) = 0.1 * \left(\frac{6 * 4.1^{2}}{16.6}\right) = 0.60759$$

$$y_{i+1} = y_{i} + \left[\frac{1}{2}(k_{1} + k_{2})\right]$$

$$k_{1} = hf(x_{i}, y_{i})$$

$$k_{2} = hf(x_{i} + h, y_{i} + k_{1})$$

$$x_1 = x_0 + h = 4 + 0.1 = 4.1$$

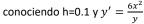
$$y_1 = y_0 + \frac{1}{2} * (k_1 + k_2) = 16 + \frac{1}{2} * (0.6 + 0.60759) = 16.60380$$

MÉTODOS COMPUTACIONALES - MÉTODOS NUMÉRICOS



Universidad Nacional del Nordeste Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura

Con el Método de Runge-Kutta de 2do orden,



$$x_1 = 4.1$$

 $y_1 = 16.60380$ 



**∠**Método de Runge Kutta de 2do Orden

$$y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{2}(k_1 + k_2)\right]$$

$$k_1 = h * f(x_1; y_1) = 0.1 * \left(\frac{6x_1^2}{y_1}\right) = 0.1 * \frac{4.1^2}{16.60380} = 0.60745$$
  $k_1 = hf(x_i, y_i)$   $k_2 = hf(x_i + h, y_i + k_1)$ 

$$k_2 = h * f(x_1 + h; y_1 + k_1) =$$
  
= 0.1 \* f(4.1 + 0.1; 16.60380 + 0.60745) =  
= 0.1 \* f(4.2; 17,21125) =

$$= 0.1 * f(4.2; 17,21125) =$$

$$= 0.1 * \left(\frac{6 * 4.2^2}{17.21125}\right) = 0.61495$$

$$x_2 = x_1 + h = 4.1 + 0.1 = 4.2$$

$$y_2 = y_1 + \frac{1}{2} * (k_1 + k_2) = 16.60380 + \frac{1}{2} * (0.60745 + 0.61495) = 17,215$$

MÉTODOS COMPUTACIONALES - MÉTODOS NUMÉRICOS



Universidad Nacional del Nordeste Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura

### Con el Método de Runge-Kutta de 2do orden,

conociendo h=0.1 y  $y' = \frac{6x^2}{y}$ 

$$x_2 = 4.2$$

 $y_2 = 17.215$ 



#### **∠**Método de Runge Kutta de 2do Orden

 $y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{2}(k_1 + k_2)\right]$ 

 $k_1 = hf(x_i, y_i)$  $k_2 = hf(x_i + h, y_i + k_1)$ 

$$k_1 = h * f(x_2; y_2) = 0.1 * \left(\frac{6x_2^2}{y_2}\right) = 0.1 * \frac{4.2^2}{17.215} = 0.61481$$

$$k_2 = h * f(x_2 + h; y_2 + k_1) =$$
  
= 0.1 \* f(4.2 + 0.1; 17.215 + 0.61481) =

$$= 0.1 * f(4.3; 17.82981) =$$

$$= 0.1 * \left(\frac{6 * 4.3^{2}}{17.82981}\right) = 0.62222$$

$$x_3 = x_2 + h = 4.2 + 0.1 = 4.3$$

$$y_3 = y_2 + \frac{1}{2} * (k_1 + k_2) = 17.215 + \frac{1}{2} * (0.61481 + 0.62222) = 17.83352$$

#### MÉTODOS COMPUTACIONALES - MÉTODOS NUMÉRICOS



Universidad Nacional del Nordeste Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura

### Con el Método de Runge-Kutta de 4to orden,

conociendo h=0.1 y 
$$y' = \frac{6x^2}{y}$$

$$x_0 = 4 \qquad y_0 = 16$$



$$k_1 = h * f(x_0; y_0) = 0.1 * f(4; 16) = 0.6$$

$$k_2 = h * f(x_0 + \frac{h}{2}; y_0 + \frac{k_1}{2}) = 0.1 * f(4,05;16,3) = 0.60377$$

$$k_3 = h * f(x_0 + \frac{h}{2}; y_0 + \frac{k_2}{2}) = 0.1 * f(4.05; 16.30189) = 0.60370$$

$$k_4 = h * f(x_0 + h; y_0 + k_3) = 0.1 * f(4.1; 16,6037) = 0.60745$$

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{6} (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) =$$

$$y_1 = 16 + \frac{1}{6} (0.6 + 2 * 0.60377 + 2 * 0.60370 + 0.60745) = 16.60373$$

#### MÉTODOS COMPUTACIONALES - MÉTODOS NUMÉRICOS



Universidad Nacional del Nordeste Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura

 $x_1 = 4.1$ 

 $y_1 = 16.60373$ 



 $k_1 = h * f(x_1; y_1) = 0.1 * f(4.1; 16.60373) = 0.60745$ 

$$k_2 = h * f(x_1 + \frac{h}{2}; y_1 + \frac{k_1}{2}) = 0.1 * f(4,15; 16,90746) = 0.61118$$

$$k_3 = h * f(x_1 + \frac{h}{2}; y_1 + \frac{k_2}{2}) = 0.1 * f(4.15; 16.90932) = 0.61111$$

$$k_4 = h * f(x_1 + h; y_1 + k_3) = 0.1 * f(4.2; 17,21484) = 0.61482$$

$$y_2 = y_1 + \frac{1}{6} * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) =$$

 $y_2 = 16.60373 + \frac{1}{6}*(0.60745 + 2 * 0.61118 + 2 * 0.61111 + 0.61482)$ = 17.21487

MÉTODOS COMPUTACIONALES – MÉTODOS NUMÉRICOS



Universidad Nacional del Nordeste Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura

$$x_2 = 4.2$$
  $y_2 = 17.21487$ 



$$k_1 = h * f(x_2; y_2) = 0.1 * f(4.2; 17.21487) = 0.61482$$

$$k_2 = h * f(x_2 + \frac{h}{2}; y_2 + \frac{k_1}{2}) = 0.1 * f(4,25; 17.52228) = 0.61850$$

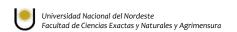
$$k_3 = h * f(x_2 + \frac{h}{2}; y_2 + \frac{k_2}{2}) = 0.1 * f(4.25; 17.52412) = 0.61843$$

$$k_4 = h * f(x_2 + h; y_2 + k_3) = 0.1 * f(4.3; 17,8333) = 0.62209$$

$$y_3 = y_2 + \frac{1}{6} (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) =$$

$$y_3 = 17.21487 + \frac{1}{6}*(0.61482 + 2*0.61850 + 2*0.61843 + 0.62209)$$
  
= 17.83333

MÉTODOS COMPUTACIONALES – MÉTODOS NUMÉRICOS



Solución exacta: 2x( x^1/2)



Se pueden organizar los datos obtenidos en una tabla como la siguiente:

i	$x_i$	$y_i$ (Mét de 2do Orden de RK	$oldsymbol{y}_i$ (Mét de 4to Orden de RK	$y_i$ (Exacto)
0	4	16	16	16
1	4.1	16.60380	16.60373	16.60373452
2	4.2	17.215	17.21487	17.21487729
3	4.3	17.83352	17.83333	17.83333956

MÉTODOS COMPUTACIONALES – MÉTODOS NUMÉRICOS