GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS: TEMA 7

RA4: Resuelve ecuaciones diferenciales para dar solución a problemas con valores iniciales y en la frontera a través de métodos que comienzan y no comienzan por sí mismos.

CGT-1: Competencia para identificar, formular y resolver problemas de informática/ingeniería.
CGT-4: Competencia para utilizar técnicas y herramientas de aplicación en la informática
CGS-2: Competencia para comunicarse con efectividad.
CGS-1: Competencia para desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo

TEMA 7: Ecuaciones diferenciales ordinarias

Competencias específicas disciplinares
1. Comprenda las representaciones visuales de los métodos de Euler, modificado de Euler y Runge Kutta.
2. Identifique el orden y la dependencia del tamaño de paso respecto de los errores de truncamiento global, para todos los métodos descritos; y cómo dichos errores tienen que ver con la exactitud de las técnicas.
3. Conozca la forma general de los métodos de Runge-Kutta; y la deducción del método RK de segundo orden
4. Detecte la diferencia entre problemas de valor inicial y de valores en la frontera.

- **Métodos que se inician por sí mismos**

1. Dada la siguiente ecuación diferencial

$y' = x^2 + y^2$, con las condiciones iniciales $x_0 = 0$ e $y_0 = 1$, $h = 0{,}2$

a) Resolver en el intervalo (0;0,6) utilizando el Método de Euler.
b) Ídem anterior utilizando Método Modificado de Euler con E < 0,001.

2. La ecuación del crecimiento de una población se modela frecuentemente mediante la siguiente la siguiente ecuación diferencial:

$P'(t) = \gamma\, P(t) - \tau\, P(t)^2$ y $P(0) = P_0$

Donde $P(t)$ denota la población, γ es la tasa de nacimiento y τ es la mortalidad de la población. La solución exacta de la ecuación diferencial es,

$$P(t) = \frac{\gamma}{\tau + \left(\dfrac{\gamma}{P(0)} - \tau\right) e^{-\gamma . t}}$$

a) Resolver la ecuación diferencial en el intervalo (0;2) y para los parámetros $\gamma = 3$, $\tau = 0{,}1$ y $P(0) = 5$ utilizando el Método de Euler con los pasos $h = 0{,}5$, $h = 0{,}25$
b) Comparar con la solución exacta.

3. Tomar la ecuación diferencial planteada en el ítem 1, con las mismas condiciones iniciales y;
a) Hallar la solución de la misma en el intervalo (0;0,6), utilizando el Método de Runge Kutta de 2do Orden.
b) Hallar la solución de la misma en el intervalo (0;0,6), utilizando el Método de Runge Kutta de 4to Orden.
b) Compare los resultados de 3.a con los obtenidos en 1.b y emitir conclusiones con respecto a los errores calculados.

Ejercicio complementario

4. Si se drena el agua desde un tanque cilíndrico vertical por medio de abrir una válvula en la base, el líquido fluirá rápido cuando el tanque esté lleno y despacio conforme se drene. Como se ve, la tasa a la que el nivel del agua disminuye es: $\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y}$ donde k es una constante que depende de la forma del agujero y del área de la sección transversal del tanque y agujero de drenaje. La profundidad del agua y se mide en metros y el tiempo t en minutos. Si k = 0.06, determine cuánto tiempo se requiere para vaciar el tanque si el nivel del fluido se encuentra en un inicio a 3 m. a) Aplique el método de Euler con un paso de 0.5 minutos.

- **Métodos que no se inician por sí mismos**

5 . En función a los resultados obtenidos en 3.a complete la siguiente tabla:

x	y	y'
0		
0,2		
0,4		
0,6		

a) Calcule la solución en los puntos x=0,8 y x=1, aplicando el Método de Milne.

6. Resuelva la siguiente ecuación diferencial en el intervalo (0; 0,3):

$$y' = 3x + 3y \qquad \text{con} \quad y(0) = 1$$

a) Utilizar pasos $h = 0{,}1$ y $h = 0{,}05$ aplicando el Método Modificado de Euler para hallar los valores iniciales.
b) Aplique el Método de Milne para calcular y en x=0,20 y 0,25
c) Dado que se conoce la solución exacta, calcular los errores cometidos en cada paso de integración.

$$y = \frac{4}{3}e^{3x} - x - \frac{1}{3}$$