UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR
Departamento de Computación y Tecnología de la Información
CI-7521
Abril-Julio 2010

Tarea 4

Observaciones:

- Recuerde redactar el examen solo. Utilice un procesador de palabras o un formateador de texto.
- Debe entregar la solución en formato PDF, mandarla por correo electrónico a meza@ldc.usb.ve y colocarla en papel el miércoles 30 de junio en mi casillero.
- Las soluciones a los problemas deben ser razonadas detalladamente.

(1) Establecer las fórmulas de inversión de la tabla 264 del capítulo 6 del Concrete Mathematics 2da. Edición.

(3 puntos)

(2) Establecer la igualdad (6.17) de la tabla 265 del capítulo 6 del Concrete Mathematics 2da. Edición.

(2 puntos)

(3) Calcular cuántos m-subconjuntos de $\{1, 2, \dots, n\}$ hay, tales que no contienen dos enteros consecutivos. (Utilice inclusión-exclusión)

(2 puntos)

(4) Sea A un conjunto y $p_1, p_2, \dots, p_n$, n propiedades sobre los elementos de A. Denotemos por $A_1, A_2, \dots, A_n$, los subconjuntos de A que satisfacen las propiedades $p_1, p_2, \dots, p_n$, respectivamente.

Sea $s_m = \sum_{\substack{J\subseteq\{1,2,\dots,n\}\\ |J|=m}} \left|\bigcap_{j\in J} A_j\right|$, sea e_m el número de objetos de A que satisfacen exactamente m propiedades.

a) Probar que $e_m = \sum_{0\le i\le n-m} (-1)^i \binom{m+i}{i} s_{m+i}$ (2 puntos)

b) Sea $E(x) = \sum_{0\le i\le n} e_i\, x^i$

(b.1) Muestre que $E(x) = \sum_{0\le i\le n} s_i\,(x-1)^i$ (3 puntos)

(b.2) Utilice (b.1) para mostrar que $\sum_{0\le i\le n, i\ par} e_i = {}^1/_2 \left(s_0 + \sum_{0\le i\le n} (-2)^i s_i\right)$ (2 puntos)

c) Aplique (b.2) en el siguiente problema: determinar una forma cerrada del número de secuencias de largo n en el alfabeto {0,1,2} que tienen un número par de ceros. Ayuda: considere las propiedades $p_i(x) \equiv$ la secuencia x tiene un cero en la posición i, i = 1, 2, … , n. (2 puntos)

(5) Muestre que el número de palabras circulares de largo n y período n en un alfabeto de m letras, M(n), es igual a $M(n) = \frac{1}{n}\sum_{I\subseteq\{p_1,p_2,\dots,p_k\}} (-1)^{|I|} m^{n/\prod_{i\in I} p_i}$, donde $n = {p_1}^{n_1} {p_2}^{n_2} \dots {p_k}^{n_k}$, es la descomposición en factores primos de n.
Para ello invierta la fórmula: $\sum_{d|n} dM(d) = m^n$.

(2 puntos)

(6) Sea X el conjunto de la n-uplas de números naturales y $\le$ la relación de orden entre n- tuplas: (x1, x2, ... , xn) $\le$ (y1, y2, ... , yn) sii xi $\le$ yi para todo i. Determine la función de Möbius para el c.p.o. (X,$\le$).

(2 puntos)