Universidad Simón Bolívar
División de Física y Matemáticas
Departamento de Computación y Tecnología de la Información
CI-7521, abril-julio 2010

Tarea 3

Observaciones:

- Recuerde redactar el examen solo. Utilice un procesador de palabras o un formateador de texto.
- Debe entregar la solución en formato PDF, mandarla por correo electrónico a meza@ldc.usb.ve y entregarla en papel el jueves 14/06 en mi casillero antes de las 3:30pm o en horas de clase.
- Las soluciones a los problemas deben ser razonadas detalladamente.

1) Conteo:

a) Halle una interpretación combinatoria del factorial ascendente $m^{\overline{n}} = m(m+1)\ldots(m+n-1)$. (2 puntos)
b) Determinar el número de patrones correspondientes a las funciones de un conjunto A de n elementos del tipo $1^{\lambda_1}2^{\lambda_2}\ldots n^{\lambda_n}$ a un conjunto B de m elementos del tipo 1^m. Aplique los principios elementales de conteo para determinar a qué otro tipo de configuración equivale un patrón, y luego determinar el número de esas configuraciones. (2 puntos). (Que A sea del tipo $1^{\lambda_1}2^{\lambda_2}\ldots n^{\lambda_n}$, significa que hay λ_i subconjuntos de elementos de A con i elementos indistinguibles entre si)

2) Coeficientes binomiales:

a. ejercicio 37, 67 del capítulo 5 del Concrete Math. segunda edición. (4 puntos cada una)
b. Ecuación (5.24) de tabla 169 del Concrete Math. segunda edición. (4 puntos)
c. Mostrar que $\forall$n entero se cumple:

$$\sum_{k\geq 0}\binom{r-tk}{k}\binom{s-t(n-k)}{n-k}\frac{r}{r-tk}=\binom{r+s-tn}{n} \qquad \text{(4 puntos)}$$

Ayuda: Este ejercicio se puede hacer por inducción noetheriana

Reemplazamos s por m+n-r+tn con la idea de hacer inducción noetheriana (explique sobre qué orden, etc.) y simplificar la expresión. Resulta:

$$A(r,m,n,t) = \sum_{k\geq 0}\binom{r-tk}{k}\binom{m+n-r+tk}{n-k}\frac{r}{r-tk} \overset{?}{=} \binom{m+n}{n}$$

Si aplicamos la fórmula de adición de coeficientes binomiales tenemos:

$$A(r,m,n,t) = \sum_{k\geq 0}\binom{r-tk}{k}\binom{m-1+n-r+tk}{n-k}\frac{r}{r-tk} + \sum_{k\geq 0}\binom{r-tk}{k}\binom{m+n-1-r+tk}{n-1-k}\frac{r}{r-tk}$$

= A(r,m-1,n,t) + A(r,m,n-1,t)

Por lo que si inductivamente A(r,m-1,n,t) + A(r,m,n-1,t) = $\binom{m-1+n}{n}+\binom{m+n-1}{n-1}$ entonces por adición otra vez, tendríamos

A(r,m,n,t) = $\binom{m+n}{n}$. (Note que este ejercicio está resuelto con otras técnicas en página 201 del Concrete Math. 2° Ed.)