Actividad 5: : Péndulo:Movimiento armónico simple.

Alejandro Guirado García

18 de febrero de 2016

1. Introducción

El estudio de los péndulos ha sido de gran interés en la física por el tipo de movimiento que presentan el cual es periódico. En este caso se estudiará el caso idealizado del movimiento en péndulos. El péndulo simple (también llamado péndulo matemático o péndulo ideal) es un sistema idealizado constituido por una partícula de masa m que está suspendida de un punto fijo o mediante un hilo inextensible y sin peso. Naturalmente es imposible la realización práctica de un péndulo simple, pero si es accesible a la teoría. Se denomina así en contraposición a los péndulos reales, compuestos o físicos, únicos que pueden construirse. La ecuación diferencial que representa el movimiento de un péndulo simple es:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0 \tag{1}$$

Sin embargo, está ecuación diferencial no tiene solución analítica, solo la podemos resolver mediante uso del analísis numérico. Pero haciendo un pequeño ajuste en theta(θ), es decir que $\theta \ll 1$, entonces $\sin\theta \approx \theta$, con lo cual obtenemos una ecuación sencilla de resolver analiticamente y además es la ecuación del oscilador armónico. Debido a que en ausencia de cualquier agente que lo modifique, no cambiaría su amplitud y se prolongaría su movimiento perpetuamente. La ecuación nos queda de la siguiente manera:

$$\frac{d^2}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \tag{2}$$

Si resolvemos con las siguientes condiciones iniciales, $\theta(0) = \theta_0$, $\frac{d\theta}{dt}(0) = 0$:

$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t\right) \tag{3}$$

Se utilizarán las ecuaciones anteriores para describir el movimiento de un péndulo simple, mediante el programa en python.

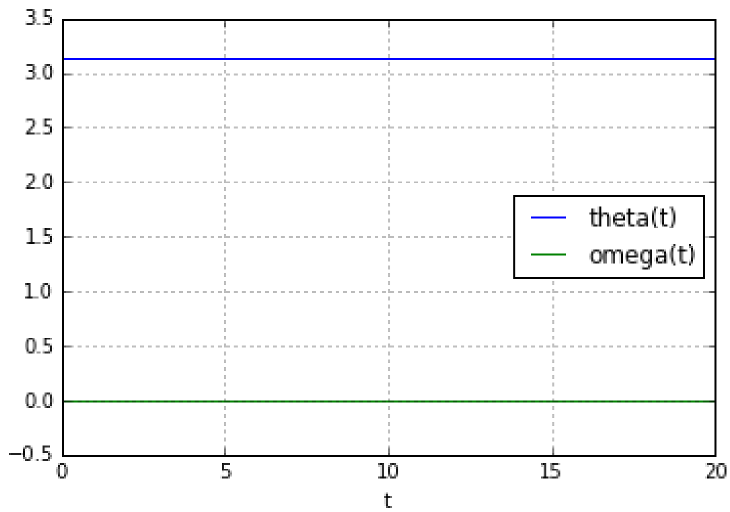
2. Resultados

Para resolver la ecuación diferencial ordinaria, nos ayudaremos de la función: scipy.integrate.odeint, que está definida en python. La cual estará presente en el código. El código a utilizar es el siguiente:

```
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def pend(y, t, b, c):
    theta, omega = y
    dydt = [omega, -b*omega - c*np.sin(theta)]
    return dydt
omega=0.1
theta=np.pi
c=1
b=0
t = np.linspace(0, 20, 1001)

sol = odeint(pend, y0, t, args=(b, c))
y0 = [theta, omega]

import matplotlib.pyplot as plt
plt.plot(t, sol[:, 0], 'b', label='theta(t)')
plt.plot(t, sol[:, 1], 'g', label='omega(t)')
plt.legend(loc='best')
plt.xlabel('t')
plt.grid()
plt.show()
```

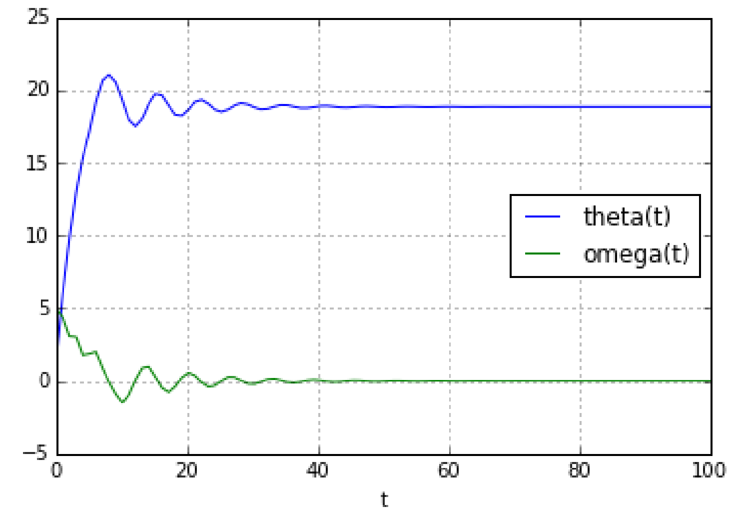
2.1. Primer caso

Tenemos un péndulo con $\theta = \pi$, w=0, c=1, b=0 y t=20. Por lo tanto, el péndulo debe de quedarse en esa posición, es decir sin movimiento alguno. Ya que está exactamente en el eje y y no hay fuerzas que lo alteren.



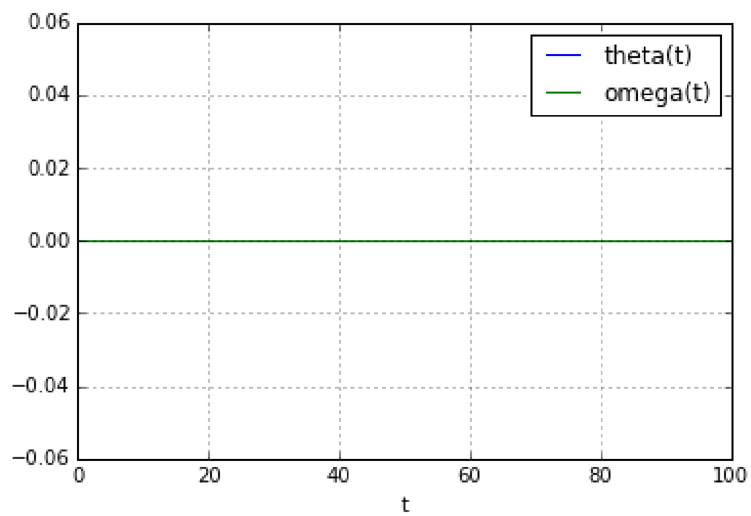
2.2. Segundo caso

Tenemos un péndulo con θ=np.pi/2, ω=5, c=1, b=0.2 y t=100. Se aprecia que el movimiento es frenado pero su velocidad inicial le permite un cierto recorrido hasta que la fuerza encontra del movimiento merma su velocidad.



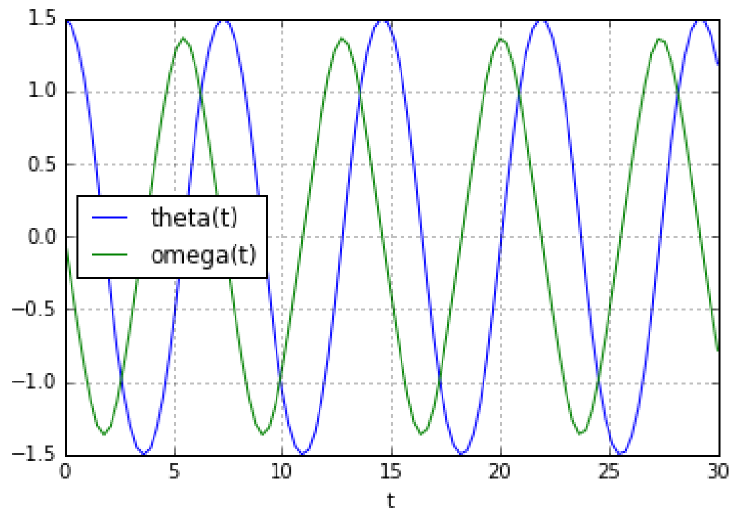
2.3. Tercer caso

Tenemos un péndulo con θ=0, ω=0, c=1, b=0 y t=100. EL caso trivial donde no hay velocidad incial,no hay fuerzas que lo alteren y su ángulo inicial es 0.



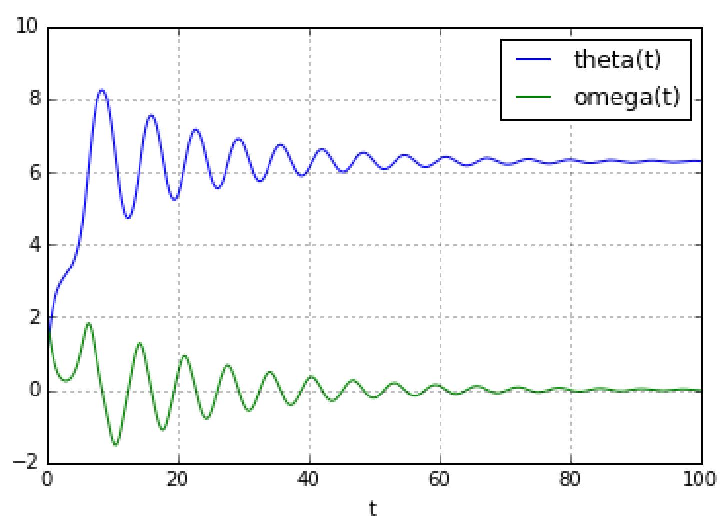
2.4. Cuarto caso

Tenemos un péndulo con θ=0.5, ω=0, c=1, b=0 y t=30. Si suponemos que tiene un cierto ángulo de inclinación y además no hay fuerzas que lo modifiquen su movimiento debe de ser oscilatorio perpetuo.



2.5. Quinto caso

Tenemos un péndulo con θ=0.8, ω=2, c=1, b=0.1 y t=100. Tiene cierta inclinación, una velocidad inicial y además una fuerza de fricción por lo tanto theta crece hasta que la la fuerza de fricción detiene el movimiento.



Referencias

[1] Wikipedia, *Pendulum*. Recuperado el 16 de febrero de 2016 de https://en.wikipedia.org/wiki/Pendulum_(mathematics)

[2] Chevtorno,*"Simple gravity pendulum"model assumes no friction or air resistance*. Recuperado el 16 de febrero de 2016 de `https://en.wikipedia.org/wiki/Pendulum#/media/File:Simple_gravity_pendulum.svg`

[3] Scipy, *odeint*. http://scipy.github.io/devdocs/generated/scipy.integrate.odeint.html

[4] Lizárraga, C. *Actividad 5 (2016-1)*. Recuperado el 16 de febrero de 2016 de http://computacional1.pbworks.com/w/page/105233358/Actividad %205 %20(2016-1)