Universidad de Sonora

División de Ciencias Exactas y Naturales

Física Computacional I

Práctica #8: Entorno de Máxima.

Integrante:

Alejandro Guirado García

28 de abril de 2016

1. Introducción

En ésta práctica reali zaremos una pequeña incursión al entorno de Máxima, entorno sumamente útil para los Físicos por la facilidad que nos permite manejar expresiones matématicas. Maxima es un sistema para la manipulación de expresiones simbólicas y numéricas, incluyendo diferenciación, integración, expansión en series de Taylor, transformadas de Laplace, ecuaciones diferenciales ordinarias, sistemas de ecuaciones lineales, vectores, matrices y tensores. Maxima produce resultados de alta precisión usando fracciones exactas, números enteros de precisión arbitraria y números de coma flotante con precisión variable. Adicionalmente puede graficar funciones y datos en dos y tres dimensiones.

Maxima es un descendiente de Macsyma, el legendario sistema de álgebra computacional desarrollado a finales de 1960 en el Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT). Este es el único sistema basado en ese programa que está todavía disponible publicamente y con una comunidad activa de usuarios, gracias a la naturaleza del software abierto. Macsyma fue revolucionario en sus días y muchos sistemas posteriores, tales como Maple y Mathematica, se inspiraron en él.

La rama Maxima de Macsyma fue mantenida por William Schelter desde 1982 hasta su muerte en 2001. En 1998 él obtuvo permiso para liberar el código fuente bajo la licencia de software libre GPL. Su esfuerzo y habilidad tornaron posible la subsistencia del sistema Maxima fue posible y le estamos muy agradecidos por dedicar

voluntariamente su tiempo y conocimientos para mantener el código original de DOE Macsyma vivo. Después de su muerte se formó un grupo de usuarios y desarrolladores para propagar la audiencia de Maxima.

2. Resultados

Se nos pidió como principal objetivo repetir mínimo un ejercicio de cada sección. Desde la 2.1 hasta la 5.3. A continuación se anexan los resultados

Sección 2.1

Primeramente, se da a conocer el uso de vectores. Simbología y como representarlos.

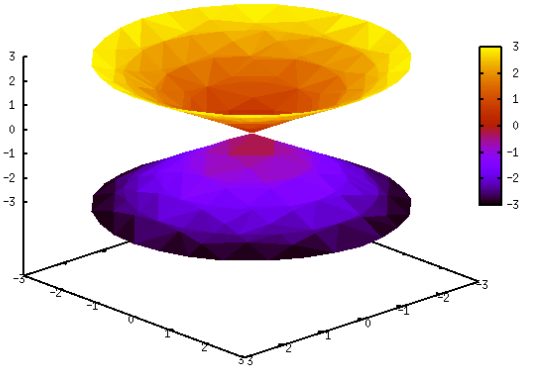
Sección 2.2

Como realizar plots en 3 dimensiones, de figuras conocidas. Con los comandos draw3d e implicitplot.

```
(%i10) cone: 4*x^2 + 4*y^2 = 4*z^2;
```

(%o10) $4\,y^2 + 4\,x^2 = 4\,z^2$

```
-->
```



```
(%i11) draw3d(enhanced3d = true, implicit(cone, x,-3,3, y,-3,3, z,-3,3));
```

(%o11) [gr3d (*implicit*)]

Sección 2.3

En ésta sección, se vió como parametrizar una trayectoria y derivarla.

```
(%i13) r(t) := [t^2, cos(4*t), sin(7*t)];
```

(%o13) $\mathrm{r}\,(t) := [t^2, \cos\,(4\,t)\,, \sin\,(7\,t)]$

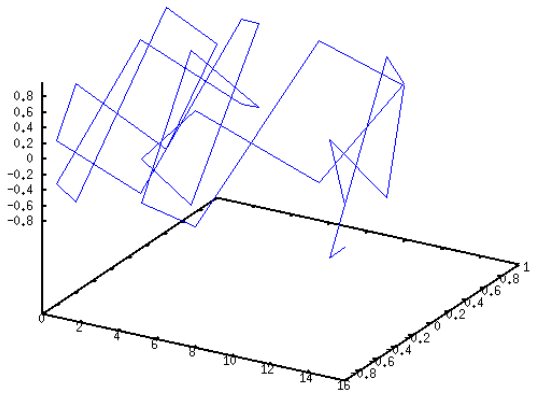
```
(%i15) r(12);
```

(%o15) $[144, \cos\,(48)\,, \sin\,(84)]$

```
(%i16) load(draw);
```

(%o16) */usr/share/maxima/*5,32,1*/share/draw/draw.lisp*

```
(%i17) draw3d(parametric(t^2,cos(4*t),sin(7*t), t, -4, 4));
```



(%o17) [gr3d (*parametric*)]

Sección 2.4

En esta sección, se explica como obtener la función de longitud de arco juntos con kappa que está definida como la curvatura de una trayectoria.

```
(%i81) r(t):=(t,t^2,t^3);
```

(%o81) $\mathrm{r}\,(t) := \left(t, t^2, t^3\right)$

```
(%i84) rdif(t) :=[1,2*t,3* t^2];
```

(%o84) $\mathrm{rdif}\,(t) := [1, 2\,t, 3\,t^2]$

```
(%i85) Tp(t) := [0, 2, 6* t]/sqrt(4+36*t^2);
```

(%o85) $\mathrm{Tp}\,(t) := \dfrac{[0, 2, 6\,t]}{\sqrt{4 + 36\,t^2}}$

```
(%i86) sqrt(Tp(t) . Tp(t))/sqrt(rp(t) . rp(t));
```

$$(\%o86)\ \frac{\sqrt{\frac{36\,t^2}{36\,t^2+4}+\frac{4}{36\,t^2+4}}}{\sqrt{\sin\left(t\right)^2+\cos\left(t\right)^2+1}}$$

```
(%i87) trigsimp(%);
```

$$(\%o87)\ \frac{1}{\sqrt{2}}$$

```
(%i88) define(kappa(t), %);
```

$$(\%o88)\ \kappa\left(t\right):=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Sección 3.0

Ahora, empezaremos a utilizar funciones de varias variables para los cálculos.

```
(%i46) f(x,y) := (y^8*4+y*x^5);
```

$$(\%o46)\ \mathrm{f}\left(x,y\right):=y^8\,4+y\,x^5$$

```
(%i47) load(draw);
```

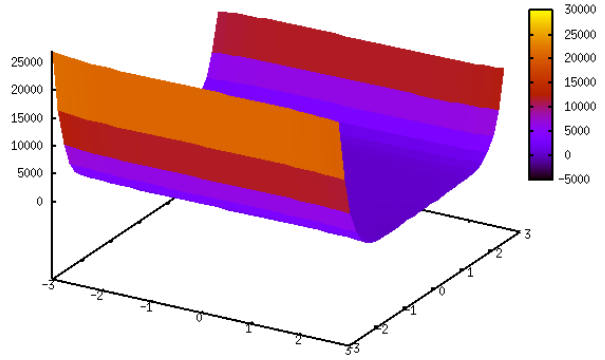
$$(\%o47)\ /usr/share/maxima/5{,}32{,}1/share/draw/draw.lisp$$

```
(%i41)  draw3d(enhanced3d = true, explicit(f(x,y), x, -3, 3, y, -3, 3));
```

$$(\%o41)\ [\mathrm{gr3d}\left(explicit\right)]$$

```
(%i48) draw3d(enhanced3d = true, explicit(f(x,y), x, -3, 3, y, -3, 3));
```

$$(\%o48)\ [\mathrm{gr3d}\left(explicit\right)]$$



Sección 3.1

Las derivadas parciales son de uso común en el área de la Física y aquí se presenta una manera comoda y tecnologica de obtenerlas.

```
(%i49) f(x,y):=(x^5*y^5+8)*x^3/e^y;
```

$$(\%o49)\ \mathrm{f}\,(x,y) := \frac{\left(x^5\,y^5+8\right)\,x^3}{e^y}$$

```
-->
```

```
(%i50)  diff(diff(f(x,y), x), y);
```

$$(\%o50)\ -\frac{3\log\left(e\right)\,x^2\,\left(x^5\,y^5+8\right)}{e^y}-\frac{5\log\left(e\right)\,x^7\,y^5}{e^y}+\frac{40\,x^7\,y^4}{e^y}$$

Sección 3.2

Ahora se procede a realizar una aproximación lineal, en este caso mediante una aproximación en series de Taylor.

```
(%i51)
        f(x,y):=ln(y)*ln(x);
```
$$(\%o51)\quad \mathrm{f}\left(x,y\right):=\ln\left(y\right)\,\ln\left(x\right)$$

```
(%i52)
        taylor(f(x,y), [x,y], [4,19], 1);
```
$$(\%o52)/\mathrm{T}/\quad \ln\left(4\right)\,\ln\left(19\right)+\left(\left(\left.\frac{d}{d\,x}\,\ln\left(x\right)\right|_{x=4}\right)_{y=19}\right)\,\ln\left(19\right)\,\left(x-4\right)+\ln\left(4\right)\,\left(\left.\frac{d}{d\,y}\,\ln\left(y\right)\right|_{y=19}\right)\,\left(y-19\right)$$

```
(%i53) diff(f(x,y));
```
$$(\%o53)\quad \ln\left(x\right)\,\left(\frac{d}{d\,y}\,\ln\left(y\right)\right)\,\mathrm{del}\left(y\right)+\left(\frac{d}{d\,x}\,\ln\left(x\right)\right)\,\ln\left(y\right)\,\mathrm{del}\left(x\right)$$

```
-->
```

Sección 3.3

La regla de la cadena es el nombre del método para encontrar la derivada de una función que a su vez está contenida o modificada por otra función de la misma variable.

```
(%i2)  f(x,y):=x^x*y^e^x;
```
$$(\%o2)\quad \mathrm{f}\left(x,y\right):=x^{x}\,y^{e^{x}}$$

```
(%i3)  [x,y] : [s^5*s^t,t];
```
$$(\%o3)\quad \left[s^{t+5},t\right]$$

```
(%i4)  diff(f(x,y), s);
```
$$(\%o4)\quad e^{s^{t+5}}\log(e)\,s^{t+4}\left(s^{t+5}\right)^{s^{t+5}}t^{e^{s^{t+5}}}\,(t+5)\log(t)+\left(s^{t+5}\right)^{s^{t+5}}t^{e^{s^{t+5}}}\left(s^{t+4}\log(s)\,(t+5)^2+s^{t+4}\,(t$$

Sección 3.4

El gradiente de una función es simplemente un vector que tiene de coordenadas la derivada respecto a su respectible variable en cada función coordenada.

```
(%i71) f(x,y):= x^4+y*x^2*cos(y)^2;
```
$$(\%o71)\quad \mathrm{f}(x,y):=x^4+y\,x^2\cos(y)^2$$

```
(%i72) load(vect);
```
$$(\%o72)\quad /usr/share/maxima/5{,}32{,}1/share/vector/vect.mac$$

```
(%i73) scalefactors([x,y]);
```
$$(\%o73)\quad done$$

```
(%i74) gdf: grad(f(x,y));
```
$$(\%o74)\quad [2\,x\,y\cos(y)^2+4\,x^3,x^2\cos(y)^2-2\,x^2\,y\cos(y)\,\sin(y)]$$

```
(%i75) ev(express(gdf), diff);
```
$$(\%o75)\quad [2\,x\,y\cos(y)^2+4\,x^3,x^2\cos(y)^2-2\,x^2\,y\cos(y)\,\sin(y)]$$

```
(%i76) define(gdf(x,y), %);
```

(%o76) $\mathrm{gdf}\,(x, y) := [2\,x\,y\cos(y)^2 + 4\,x^3, x^2\cos(y)^2 - 2\,x^2\,y\cos(y)\,\sin(y)]$

```
(%i77) v:[1,1];
```

(%o77) $[1, 1]$

```
(%i78) (gdf(1,2) . v)/sqrt(v . v);
```

(%o78) $$\frac{-4\cos(2)\,\sin(2) + 5\cos(2)^2 + 4}{\sqrt{2}}$$

```
(%i79) ev(%, diff);
```

(%o79) $$\frac{-4\cos(2)\,\sin(2) + 5\cos(2)^2 + 4}{\sqrt{2}}$$

```
(%i80)  float(%);
```

(%o80) 4,51098483863486

Sección 3.5

Se muestra un método para encontrar puntos críticos en una función, consiste en derivar la función respecto a ambas variables igualarlas a 0 y encontrar dicho punto o puntos. Es sumamente útil, facilita en gran medida los cálculos.

```
(%i45)
       f(x,y):= x^3 + 2 * y^2 - x * y;
```

(%o45) $\mathrm{f}\,(x, y) := x^3 + 2\,y^2 + (-x)\,y$

```
(%i46) load(draw);
```

(%o46) /usr/share/maxima/5,34,1/share/draw/draw.lisp

-->

-->

part : argumentmustbeanon−atomicexpression; found4−−anerror.Todebugthistry :

debugmode(true);

```
(%i47) draw3d(explicit(f(x,y), x, -2, 2, y, -2, 2),
       contour         = map);
```
(%o47) [gr3d (*explicit*)]

```
(%i50)
       fy : diff(f(x,y), y);
```

```
       fx : diff(f(x,y), x);
```
(%o50) $4\,y - x$

(%o51) $3\,x^2 - y$

```
(%i44) kill(x,y);
```
(%o44) *done*

```
(%i52)
       solve([fx,fy], [x,y]);
```
(%o52) $[[x = \frac{1}{12}, y = \frac{1}{48}], [x = 0, y = 0]]$

```
(%i53)
```

```
H: hessian(f(x,y), [x,y]);
```

$$(\%o53)\quad \begin{pmatrix} 6\,x & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

```
(%i54) determinant(H);
```

$$(\%o54)\quad 24\,x - 1$$

Sección 3.6

Encontrar el máximo de una función que esta restringida a otra.

```
(%i59) f(x,y) := 5 * x^2*y + y^2;
```

$$(\%o59)\quad \mathrm{f}\,(x, y) := 5\,x^2\,y + y^2$$

```
(%i60) g: x^2/5 + y^2/9;
```

$$(\%o60)\quad \frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{5}$$

```
(%i61)
```

```
eq1: diff(f(x,y), x) = h * diff(g, x);
```

$$(\%o61)\quad 10\,x\,y = \frac{2\,h\,x}{5}$$

```
(%i64) eq2: diff(f(x,y), y) = h * diff(g, y);
```

$$(\%o64)\quad 2\,y + 5\,x^2 = \frac{2\,h\,y}{9}$$

```
(%i65) eq3: g = 1;
```
$$(\%o65)\ \frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{5}=1$$

```
(%i66)
       solve([eq1, eq2, eq3], [x, y, h]);
```
$$(\%o66)\ [[x=0,y=3,h=9],[x=0,y=-3,h=9]]$$

```
(%i67)
       [f(0,3), f(0,-3)];
```
$$(\%o67)\ [9,9]$$

Sección 4.1

Como calcular una integral doble.

```
(%i73) kill(x,y);

       f(x,y)=senx*tany;
```
$$(\%o73)\ done$$

$$(\%o74)\ y^2+5\,x^2\,y=senx\,tany$$

```
(%i80) f(x,y):=senx*tany+x^6*e^y;
```
$$(\%o80)\ \mathrm{f}\,(x,y):=senx\,tany+x^6\,e^y$$

```
(%i81) integrate(integrate(f(x,y), y), x);
```
$$(\%o81)\ senx\,tany\,x\,y+\frac{e^y\,x^7}{7\log\left(e\right)}$$

```
(%i82) integrate(integrate(f(x,y), y,-5,5), x,0,5);
```

$$(\%o82)\ \frac{350\,e^5\log(e)\ senx\,tany+78125\,e^{10}-78125}{7\,e^5\log(e)}$$

Sección 4.2

Como calcular una integral doble, con cambio de coordenadas polares.

```
(%i84)
       f(x,y):=  (2*x^2+2*y^2)^2;
```

$$(\%o84)\ \mathrm{f}(x,y):=\left(2\,x^2+2\,y^2\right)^2$$

```
(%i85)
       [x,y]: [r * cos(theta), r * sin(theta)];
```

$$(\%o85)\ [r\cos(\theta),r\sin(\theta)]$$

```
(%i86)
       integrate(integrate(f(x,y) * r, r, 0, 2*cos(theta)), theta, -pi/2,

       pi/2);
```

$$(\%o86)\ \frac{36\sin(2\,\pi)-16\sin(\pi)^3+192\sin(\pi)+120\,\pi}{9}$$

Sección 4.3

Como calcular una integral triple.

```
(%i97) integrate(integrate(integrate(x^2*y^2*z^2,z,0,x^2+y^2),y,x^2,

       -x),x,0,.0000005);
```

$rat : replaced 5{,}0E-7 by 1/2000000 = 5{,}0E-7 rat : replaced 5{,}0E-7 by 1/2000000 =$

$5{,}0E-7 rat : replaced 5{,}0E-7 by 1/2000000 = 5{,}0E-7 rat : replaced -2{,}996858465608465E-$

$77 by -1/33368275862068970132094994922888500393517403814802626164746326023269081153536 =$

$-2{,}996858465608465E-77$

$$(\%o97)\ -\frac{1}{1001048275862069103962849847686655011805522114444078784942389780698072434606 08}$$

Sección 4.4

Como calcular una integral triple con cambio de coordenas esféricas.

```
(%i107)
        f(x,y,z):=z^2;
```

$$(\%o107)\ f(x,y,z) := z^2$$

```
(%i108) [x,y,z] : [rho*sin(phi)*cos(theta), rho*sin(phi)*sin(theta), rho*cos(theta)]
```

$$(\%o108)\ [\sin(\phi)\ \rho\cos(\theta), \sin(\phi)\ \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta)]$$

```
(%i110) integrate(integrate(integrate(f(x,y,z)*rho^2*sin(phi),rho,0,1),theta,0,%pi),
```

$$(\%o110)\ \frac{\pi}{5}$$

Sección 4.5

Cambios de coordenas donde x = x(u, v) and y = y(u, v) junto con el determinante jacobiano.

```
(%i1)  f(x,y):=(3*x-y);
```

$$(\%o1)\quad f(x,y) := 3\,x - y$$

```
(%i2)  [x,y]: [u^2*v^2, v];
```

$$(\%o2)\quad [u^2\,v^2, v]$$

```
(%i3)  J: jacobian([x,y], [u,v]);
```

$$(\%o3)\quad \begin{pmatrix} 2\,u\,v^2 & 2\,u^2\,v \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
(%i4)  J: determinant(J);
```

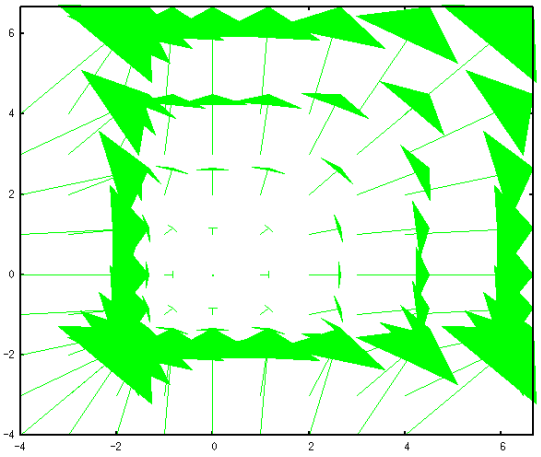
$$(\%o4)\quad 2\,u\,v^2$$

```
(%i8)
       integrate(integrate(f(x,y) * J, u,199,200), v,3999,4000);
```

$$(\%o8)\quad \frac{24380100482786742276678 9}{20}$$

Sección 5.1

Un campo vectorial es basicamente un espacio donde a cualquier punto en el espacio le corresponde un vector que tiene coordenadas dependientes del punto y del campo



vectorial.

```
(%i27) coord : setify ( makelist (k ,k , -4 ,4));

       points2d : listify ( cartesian_product ( coord , coord ));

       vf2d (x , y ):= vector ([ x , y ] ,[ x^2  , y^2 ]/6);

       vect2 : makelist ( vf2d ( k [1] , k [2]) , k , points2d );

       apply ( draw2d , append ([ color = green ] , vect2 ));
```

(%o27) $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

(%o29) $\text{vf2d}\,(x, y) := \text{vector}\left([x, y], \dfrac{[x^2, y^2]}{6}\right)$

Sección 5.2

La integral de línea es basicamente, la integral sobre una trayectoria. Se nos muestra una manera sencilla de resolverla.

```
(%i42)
```

```
f(x,y):=((x+y)^2,y^2*x);
```

(%o42) $\mathrm{f}\,(x,y) := \left((x+y)^2, y^2\,x\right)$

```
(%i48) [x,y]: [cos(t), sin(t)];
```

(%o48) $[\cos(t), \sin(t)]$

```
(%i49) dif:diff([x,y], t);
```

(%o49) $[-\sin(t), \cos(t)]$

```
(%i52) romberg(f(x,y)*sqrt(dif .dif), t, -11, 1);
```

(%o52) $-0{,}13471579446724$

Sección 5.3

Campos conservativos.

```
(%i1)  F(x,y) := [3*x - 3*y^5, 7*y^4 - 3*x];
```

(%o1) $\mathrm{F}\,(x,y) := [3\,x - 3\,y^5, 7\,y^4 - 3\,x]$

```
(%i2)  load(vect);
```

(%o2) *usr/share/maxima/5,32,1/share/vector/vect.mac*

```
(%i3)  scalefactors([x,y]);
```

(%o3) *done*

```
(%i4)  curl(F(x,y));
```
$$(\%o4)\quad \mathrm{curl}\left([3\,x-3\,y^5,7\,y^4-3\,x]\right)$$

```
(%i5)  express(%);
```
$$(\%o5)\quad \frac{d}{d\,x}\left(7\,y^4-3\,x\right)-\frac{d}{d\,y}\left(3\,x-3\,y^5\right)$$

```
(%i6)  ev(%, diff);
```
$$(\%o6)\quad 15\,y^4-3$$

```
(%i7)  ev(express(curl(F(x,y))), diff);
```
$$(\%o7)\quad 15\,y^4-3$$

3. Conclusión

Maxima es una herramienta muy útil para nosotros como estudiantes, podemos resolver ecuaciones numéricamente y además con facilidad. Solo necesitamos aprovecharlo ya que nos puede ser de gran ayuda. Siendo en realidad un programa sencillo de utilizar.

4. Bilbiografía

1. G Jay, kern., *Multivariable Calculus with Maxima*. Recuperado el 27 de Abril de 2016 de http://gkerns.people.ysu.edu/maxima/maximaintro/maximaintro.pdf