Síntesis y reconocimiento de obras musicales

Autores: Alejandro Magnorsky, Andrés Mata Suárez, Mariano Merchante

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

Resumen

Palabras clave

I. Introducción

II. Desarrollo

A. Cálculo de la temperatura del cilindro

La temperatura de un cilindro uniforme puede modelarse como una función $u(r, t)$, donde r es la coordenada radial desde el eje del cilindro y t es el tiempo. Dicha función debe satisfacer la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{4K}\frac{\partial u}{\partial t} \tag{1}$$

para $\frac{1}{2} < r < 1$ y $0 < t < 10$.

Las condiciones de contorno, para $0 \le t \le 10$, son:

$$u(\frac{1}{2}, t) = t \tag{2}$$

$$u(1, t) = 100 + 40t \tag{3}$$

Además, la condición inicial, para $\frac{1}{2} \le r \le 1$, es:

$$u(r, 0) = 200(r - 0.5) \tag{4}$$

El objetivo es, entonces, encontrar una aproximación $v_k^m \approx u(\frac{1}{2} + k\Delta r, m\Delta t)$, donde $k = 0, 1, \ldots, n$ siendo $n = \frac{1-\frac{1}{2}}{\Delta r}$ y $m = 0, 1, \ldots, l$ con $l = \frac{10}{\Delta t}$.

Para ello, se utilizan las siguientes diferencias finitas:

- Centradas

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \frac{u(r + \Delta r, t) - 2u(r, t) + u(r - \Delta r, t)}{\Delta r^2} + O(\Delta r^2) \tag{5}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{u(r + \Delta r, t) - u(r - \Delta r, t)}{2\Delta r} + O(\Delta r^2) \tag{6}$$

- Progresiva

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u(r, t + \Delta t) - u(r, t)}{\Delta t} + O(\Delta t) \tag{7}$$

Escribiendo las aproximaciones de las diferencias centradas en la ecuación (1), se obtiene el siguiente esquema:

$$\frac{v_{k+1}^m - 2v_k^m + v_{k-1}^m}{\Delta r^2} + \frac{1}{\frac{1}{2} + k\Delta r}\frac{v_{k+1}^m - v_{k-1}^m}{2\Delta r} = \frac{1}{4K}\frac{v_k^{m+1} - v_k^m}{\Delta t} \tag{8}$$

Listing 1: Implementación del cálculo de v_k^m.

```
function v = finiteDifferences(deltaR, deltaT)

        K = 0.1;
        n = (1/2)/deltaR;
        l = 10/deltaT;

        v = zeros(l+1,n+1);
        for k = 0:n
                v(1,k+1) = 200*(1/2 + k*deltaR - 0.5);
        endfor
        for m=0:l
                v(m+1,1) = m*deltaT;
                v(m+1,n+1) = 100 + 40*m*deltaT;
        endfor

        for m=1:l
                for k=2:n
                        v(m+1,k) = v(m,k) + 4*K*deltaT/deltaR^2 * (v(m,k+1) - 2*v(m,k) + v(m,k-1)) + 4*K*
                            deltaT/((1/2+(k-1)*deltaR)*2*deltaR) * (v(m,k+1) - v(m,k-1));
                endfor
        endfor

endfunction
```

$$v_k^{m+1} = v_k^m + \frac{4K\Delta t}{\Delta r^2}(v_{k+1}^m - 2v_k^m + v_{k-1}^m) + \frac{4K\Delta t}{(\frac{1}{2} + k\Delta r)2\Delta r}(v_{k+1}^m - v_{k-1}^m) \tag{9}$$

Las condiciones de contorno y la inicial se deducen de las ecuaciones (2), (3) y (4) :

$$v_0^m = m\Delta t \tag{10}$$

$$v_n^m = 100 + 40m\Delta t \tag{11}$$

$$v_k^0 = 200(\frac{1}{2} + k\Delta r - 0.5) \tag{12}$$

III. Resultados

IV. Conclusiones

Referencias

Mathews, John H., Fink, Kurtis D., “Numerical Methods Using MATLAB”, Prentice Hall, 1999