

# Síntesis y reconocimiento de obras musicales

**Autores:** Alejandro Magnorsky, Andrés Mata Suárez, Mariano Merchante

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

## Resumen

## Palabras clave

## I. INTRODUCCIÓN

## II. DESARROLLO

### A. Cálculo de la temperatura del cilindro

La temperatura de un cilindro uniforme puede modelarse como una función  $u(r, t)$ , donde  $r$  es la coordenada radial desde el eje del cilindro y  $t$  es el tiempo. Dicha función debe satisfacer la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{4K} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1)$$

para  $\frac{1}{2} < r < 1$  y  $0 < t < 10$ .

Las condiciones de contorno, para  $0 \leq t \leq 10$ , son:

$$u\left(\frac{1}{2}, t\right) = t \quad (2)$$

$$u(1, t) = 100 + 40t \quad (3)$$

Además, la condición inicial, para  $\frac{1}{2} \leq r \leq 1$ , es:

$$u(r, 0) = 200(r - 0.5) \quad (4)$$

El objetivo es, entonces, encontrar una aproximación  $v_k^m \approx u\left(\frac{1}{2} + k\Delta r, m\Delta t\right)$ , donde  $k = 0, 1, \dots, n$  siendo  $n = \frac{1-\frac{1}{2}}{\Delta r}$  y  $m = 0, 1, \dots, l$  con  $l = \frac{10}{\Delta t}$ .

Para ello, se utilizan las siguientes diferencias:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \frac{u(r + \Delta r, t) - 2u(r, t) + u(r - \Delta r, t)}{\Delta r^2} + O(\Delta r^2) \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{u(r + \Delta r, t) - u(r - \Delta r, t)}{2\Delta r} + O(\Delta r^2) \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u(r, t + \Delta t) - u(r, t)}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (7)$$

Escribiendo las aproximaciones de las diferencias centradas en la ecuación (1), se obtiene el siguiente esquema:

$$\frac{v_{k+1}^m - 2v_k^m + v_{k-1}^m}{\Delta r^2} + \frac{1}{\frac{1}{2} + k\Delta r} \frac{v_{k+1}^m - v_{k-1}^m}{2\Delta r} = \frac{1}{4K} \frac{v_k^{m+1} - v_k^m}{\Delta t} \quad (8)$$

$$v_k^{m+1} = v_k^m + \frac{4K\Delta t}{\Delta r^2} (v_{k+1}^m - 2v_k^m + v_{k-1}^m) + \frac{4K\Delta t}{\Delta r + 2k\Delta r^2} (v_{k+1}^m - v_{k-1}^m) \quad (9)$$

**Listing 1: Implementación del cálculo de  $v_k^m$ .**

```

function v = centeredDifferences(deltaR, deltaT)

    K = 0.1;
    n = (1/2)/deltaR;
    l = 10/deltaT;

    v = zeros(l+1,n+1);
    for k = 0:n
        v(l,k+1) = 200*(1/2 + k*deltaR - 0.5);
    endfor
    for m=0:l
        v(m+1,1) = m*deltaT;
        v(m+1,n+1) = 100 + 40*m*deltaT;
    endfor

    for m=1:l
        for k=2:n
            v(m+1,k) = v(m,k) + 4*K*deltaT/deltaR^2 * (v(m,k+1) - 2*v(m,k) + v(m,k-1)) + 4*K*
                deltaT/(2*deltaR*(1/2+k*deltaR)) * (v(m,k+1) - v(m,k-1));
        endfor
    endfor
endfunction

```

Las condiciones de contorno y la inicial se deducen de las ecuaciones (2), (3) y (4) :

$$v_0^m = m\Delta t \quad (10)$$

$$v_n^m = 100 + 40m\Delta t \quad (11)$$

$$v_k^0 = 200\left(\frac{1}{2} + k\Delta r - 0.5\right) \quad (12)$$

### III. RESULTADOS

### IV. CONCLUSIONES

### REFERENCIAS

Mathews, John H., Fink, Kurtis D., “Numerical Methods Using MATLAB”, Prentice Hall, 1999