Análisis de la velocidad del viento en Irlanda

Autores: Alejandro Magnorsky, Andrés Mata Suárez, Mariano Merchante

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

Resumen

Palabras clave

Velocidad del viento; Cuadrados mínimos; Irlanda.

I. Introducción

La energía eólica es aquella obtenida a partir del viento. Se trata de energía cinética generada por medio de las corrientes de aire, la cual es transformada en otras formas útiles de energía para las actividades humanas. Las ventajas de la energía eólica es que es un recurso abundante, renovable y limpio. Sin embargo, el principal inconveniente es su intermitencia.

Para poder aprovechar la energía eólica es importante conocer la velocidad del viento. Esto incluye la velocidad máxima y mínima. Para poder utilizar la energía del viento, es necesario que este alcance una velocidad mínima que depende del aerogenerador que se vaya a utilizar pero que suele empezar entre los 3 m/s y los 4 m/s, y que no supere los 25 m/s. En los aerogeneradores la energía eólica mueve una hélice y mediante un sistema mecánico se hace girar el rotor de un generador que produce energía eléctrica. Para que su instalación resulte rentable, suelen agruparse en concentraciones denominadas parques eólicos.

El gobierno irlandés consideró la posibilidad de utilizar la energía eólica para satisfacer una porción significativa de las necesidades enérgicas de Irlanda. Para determinar la conveniencia y los lugares con mayor potencial se realizó un relevamiento de las velocidades del viento medidas por 12 estaciones meteorológicas distribuidas a lo largo del territorio. Cabe mencionar que existen distintas escalas de implementación de energía eólica: desde la calefacción de edificios hasta el abastecimiento de energía eléctrica de un cierto porcentaje de la población de una ciudad.

Antes de instalar y comenzar a operar un aerogenerador en un potencial lugar para producir otras fuentes de energía usando la eólica se suele utilizar registros de las velocidades del viento en dicha zona a lo largo de varios meses. La energía que puede producir un aerogenerador es una función no lineal de la velocidad del viento. Por lo tanto, el cálculo de la velocidad media del viento en la zona es insuficiente. Se hace, entonces, necesaria la estimación de la distribución completa de las velocidades (Haslett, J. y Raftery, A. E., 1989).

En la sección II se calcula el promedio de las velocidades de los vientos para cada estacion meteorológica y se ajustan los datos de las velocidades a una función usando cuadrados mínimos.

II. Desarrollo

A. Velocidades medias

Con el fin de conocer mejor cómo son los datos obtenidos de la medición de la velocidad del viento en las distintas estaciones, se calcula el promedio de todos los datos en cada una de ellas. El resultado de ello se encuentra en la tabla I.

B. Aproximación de los datos a una función

Para cada una de las estaciones meteorológicas, se desea ajustar las velocidades medidas a una función de la forma:

$$v(t) = A_0 + A_1 cos(2\pi f_1 t) + B_1 sen(2\pi f_1 t) \tag{1}$$

donde t es el tiempo en días, $v(t)$ es la velocidad del viento en el instante t y $f_1 = \frac{1}{365{,}25} dia^{-1}$.
$v(t)$ es lineal en función de A_0, A_1 y B_1 y se puede expresar como $v(t) = A_0 f_1(t) + A_1 f_2(t) + B_1 f_3(t)$ donde $f_1(t) = 1$, $f_2(t) = cos(2\pi f_1 t)$ y $f_3(t) = sen(2\pi f_1 t)$.

Estación meteorológica	Velocidad media (m/s)
Roche's Pt.	6.3599
Valentia	5.4765
Rosslare	5.9980
Kilkenny	3.2439
Shannon	5.3790
Birr	3.6483
Dublin	5.0395
Claremorris	4.3695
Mullingar	4.3702
Clones	4.4790
Belmullet	6.7494
Malin head	8.0244

Tabla I
VELOCIDADES MEDIAS EN CADA ESTACIÓN METEOROLÓGICA.

Para resolver el problema de ajuste se utiliza el método de cuadrados mínimos (Mathews y Fink, 1992). El objetivo entonces es encontrar A_0, A_1 y B_1 tal que $\sum_{k=1}^{n}(v(t_k)-v_k)^2$ sea mínimo.

Si definimos la matriz A y los vectores $\vec{x}$ y $\vec{b}$ como:

$$A = \begin{pmatrix} f_1(t_1) & f_2(t_1) & f_3(t_1) \\ f_1(t_2) & f_2(t_2) & f_3(t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_1(t_n) & f_2(t_n) & f_3(t_n) \end{pmatrix} \qquad \vec{x} = \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \tag{2}$$

entonces, el objetivo puede expresarse como encontrar $\vec{x}$ tal que $||A\vec{x}-b||^2$ sea mínimo.

La solución clásica al problema de cuadrados mínimos es hacer $\vec{x}=(A^TA)^{-1}A^T\vec{b}$. Sin embargo, calcular la inversa de una matriz es de $O(n^3)$. Es por eso que se optó por resolver el problema utilizando la factorización QR obtenida por:

- Householder
- Givens
- Gram-Schmidt

La forma de resolver el problema de cuadrados mínimos usando QR consiste en:

$$A = QR = (Q_1\,Q_2)\begin{pmatrix} R_1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

donde A tiene dimensiones nx3, Q_1 de nx3, Q_2 de nx$(n-3)$ y R_1 de 3x3.

La solución se obtiene resolviendo $R_1\vec{x}=Q_1^T\vec{b}$ por sustitución hacia atrás ya que R_1 es triangular superior.

III. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

REFERENCIAS

Haslett, J., Raftery, Adrian E., "Space-time Modelling with Long-memory Dependence: Assessing Ireland's Wind Power Resource", 1989

Mathews, John H., Fink, Kurtis D., "Numerical Methods Using MATLAB", Prentice Hall, 1999

```
function [Q,R] = householder(A)
        [m, n] = size(A);
        Q = eye(m);
        R = A;

        for k=1:min(n,m)
                x = R(k:m,k);
                u = x;
                u(1) = u(1)+sign(x(1))*norm(x);
                H = eye(m-(k-1)) - (2/norm(u)^2).*(u*u');

                R(k:m,:) = H*R(k:m,:);
                Q(k:m,:) = H*Q(k:m,:);
        endfor
        Q = Q';
endfunction
```

Fig. 1. Implementación de la factorización QR por medio de Householder.

```
% Using QR Givens' method.
%       A is mxn with m >= n
function [Q R] = givens(A)
        m = length(A);
        n = length(A(:,1));

        Q = eye(m,m);
        R = A;

        % Bottom-up until diagonal, then left-right.
        for j = 1:n;
                for i = m:-1:j+1
                        if (R(i,j) != 0)
                                a = R(i-1,j);
                                b = R(i,j);
                                d = sqrt(a^2 + b^2);
                                c = a / d;
                                s = -b / d;

                                G = givensrot(i, j, c, s, m);
                                R = G * R;
                                Q = Q * G';
                        endif
                endfor
        endfor

endfunction


function G = givensrot(i, j, c, s, n)
        G = eye(n);
        G(i,i) = c;
        G(j,j) = c;
        G(j,i) = -s;
        if (i > j)
                G(i,j) = s;
        endif
endfunction
```

Fig. 2. Implementación de la factorización QR por medio de Givens.