Finanzas I

Profesor.: Carlos Pérez.
Ayudantes: P. Fernández, A. Poblete, M. Vásquez.

AYUDANTÍA N°2
Otoño 2019

Anualidad geometrica

Estas planeando realizar un doctorado en 8 años más, la duración de este programa es de 4 años y tiene un costo de una matricula al inicio del programa de \$2.000.000 y de un arancel anual. Sabes que en 8 años más el costo del arancel anual será de \$4.000.000, pagadero al final de cada año, y este crecerá al 5 % año a año. Tienes la opción de ahorra a una tasa del 10 % nominal anual pagadera anual. ¿Cuanto deberas de ahorrar desde hoy para hacer frente del costo total del programa al inicio de este? ¿Supongamos que posees ahorrado al día de hoy 2 millones, cuanto debes de ahorrar anualmente, de aqui a 8 años, para hacer frente del costo del programa completo al momento de su inicio?

Respuesta
Primero obtendremos el costo total del doctorado, recordemos que el valor presente de una anualidad geometrica esta dada por:

$$\text{VP} = \sum_{k=1}^{n} \frac{C_k}{(1+r)^k} = \frac{C_1}{r-g} \cdot [1 - (\frac{1+g}{1+r})^k]$$

Reemplazado los datos obtenemos que:

$$\text{VP} = \frac{4{,}000{,}000}{0{,}1 - 0{,}05} \cdot [1 - (\frac{1{,}05}{1{,}1})^4] = \$13583430,09$$

A lo que le sumaremos el costo de la matricula:

$$\$13583430{,}09 + \$2000000 = \$15583430{,}09$$

Ahora, lo que haremos será obtener el valor de la cuota anual a ahorrar durante estos 8 años para hacer frente el costo del programa:

$$\$15583430{,}09 = \frac{C}{0{,}1} \cdot [1 - (\frac{1}{1{,}1})^8]$$

Lo que obtendremos que C = \$2921395,632

Ahora si tenemos \$2.000.000 ahorrados los llevaremos a t=8,

$$\text{VF} = 2{,}000{,}000 \cdot (1,1)^8 = 4287177,62$$

Y se los restamos al VP del costo del postgrado:

$$\$15583430{,}09 - \$4287177,62 = \$11296252{,}47$$

Y recalculamos la cuota:

$$\$11296252{,}47 = \frac{C}{0{,}1} \cdot [1 - (\frac{1}{1{,}1})^8]$$

Y obtenemos C = 2117414.947

Amortizaciones.

Suponga que usted necesita un crédito de 10 millones de pesos, y solo permite cuotas de $200000 pesos al mes. Si la tasa de interés que aplican mensualmente es 8 % anual. ¿Cuanto tardaría en devolver el prestamo?

Respuesta

Queremos saldar una deuda de 10 millones con una cuota de 200 mil en N periodos, por lo que debemos buscar N:

$$C = \frac{rP_0}{1-(1+r)^{-n}}$$

$$200000 = \frac{\frac{0{,}08}{12} * 10000000}{1-(1+\frac{0{,}08}{12})^{-n}}$$

$$1-(1+\frac{0{,}08}{12})^{-n} = 0{,}333$$

$$0{,}667 = (1+\frac{0{,}08}{12})^{-n}$$

elevo todo esto a -1 y luego aplico logaritmo natural:

$$\frac{1}{0{,}667} = (1+\frac{0{,}08}{12})^{n}$$

$$\ln(\frac{1}{0{,}667}) = n * \ln(1{,}0067)$$

$$n = 60{,}64482$$

MBA (Ejercicio Solemne).

Estás planeando cursar un MBA dentro de un año. La duración del programa es de doce meses y su costo total es de CLP $15.000.000. De ese total, CLP$3.000.000 corresponden a la matrícula, que debe ser abonada al inicio del programa. El resto corresponde a 12 cuotas mensuales que deben ser abonadas al principio de cada mes. Puedes ahorrar a una tasa de interés del 10 % nominal anual simple (APR) pagadero mensualmente y puedes pedir prestado a una tasa del 15 % nominal anual simple (APR).

a) ¿Qué suma necesitarías terner ahorrada a día de hoy para hacer frente a los pagos MBA?

Respuesta

veamos que la tasa nominal mensual vendrá dada por:

$$r_{mansual} = \frac{10\,\%}{12} \Rightarrow 0,0083$$

Veamos que ya que al tener 12 millones en abono mensual tendremos que cada pago corresponde a 1 millón.
Ahora, comprendamos que tenemos tres periodos de tiempos: El actual (t_0), el incio del MBA (t_1) y el fin del MBA (t_2). Dado que el curso se comienza a pagar al inicio del MBA, lo que se hará es calcular el valor a t_1 y traerlo a valor presente. Notemos que lo que necitaremos tener en t_1 condicionado al escenario existente en t_0 vendrá dado por:

$$P_{k+1} = P_k(1+r) + C$$

donde:

$$P_k = C\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

Por lo que t_1 vendrá dado por:

$$t_1 = 3000000 + 1000000 \cdot \frac{1-(1,0083)^{-12}}{0,0083} \cdot (1,0083) = 3000000 + 11469296 = 14469296$$

Sabemos que el valor presente vendrá dado por:

$$t_0 = \frac{14469296}{(1+\frac{0,1}{12})^{12}} = 13097787$$

Por lo que debemos tener ahorrado CLP$13097787 para hacer frente al pago del MBA.

b) Si tuvieses CLP$1.000.000 al día de hoy ¿Cuánto tendrías que ahorrar (al final de) cada mes para poder hacer frente a la matrícula?

Respuesta

Veamos que en un año el valor futuro de ese millón será:

$$1000000(1+\frac{0,1}{12})^{12} = 1104713,1$$

Es decir que necesitamos tener ahorrado extra al momento del pago de la matricula $3000000 - 1104713,1 = 1895286,93$. El valor presente será:

$$\frac{1895286,93}{(1+\frac{0,1}{12})^{12}} = 1715636,445$$

Sabemos que el ahorro será una anuliadad pues será un flujo de efectivo constante en un intervalo regular, para poder calcular la cuota utilizaremos el valor presente recien calculado, sabiendo que:

$$P_0 = C\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

Por lo que

$$1715637 = C\frac{1-(1+\frac{0,1}{12})^{-12}}{\frac{0,1}{12}} \Rightarrow C = 150832$$

Por lo que el ahorro mensual deberia ser de CLLP$150832

c) Si necesitas financiar con un solo crédito el 100 % del costo del MBA ¿a cuánto ascendería la cuota mensual de este créditos si quieres devolverlo en dos años?

Respuesta

Sabemos de a) que el valor presente del MBA a su inicio era 14469296, es decir, que aquello es lo que queremos pedir prestado. Además, sabemos que las cuotas de las amortizaciones son:

$$C = \frac{rP_0}{1-(1+r)^{-n}}$$

Es decir que la cuota mensual del crédito vendrá dada por:

$$C = \frac{\frac{0,15}{12}14469296}{1-(1+\frac{0,15}{12})^{-24}} = 701567,66$$

Por lo que cada cuota del crédito si se quiere pagar a dos años sería CLP$701568

d) Si necesitas financiar con un solo crédito el 100 % del costo del MBA y no pudieses hacer frente a ningún pago mientras lo estás cursando ¿A cuanto ascendería la deuda al finalizar el programa?

Respuesta

Esto es simplemente es conocer el valor futuro de del monto que se desea pedir prestado, que sabemos que es CLP$14469296.

$$P_n = 14469296(1+\frac{0,15}{12})^{12} = 16795300,7$$

Es decir que la deuda ascendería a $16795301.

Propuestos Anualidades.

1.- Si la tasa de interés nominal anual simple (APR) es del 5 % y la tasa de inflación anual es del 2 %, ¿Cuánto tienes que ahorrar al final de cada año para acumular CLP $10.000.000 en 10 años?

Respuesta

Inicialmente comprendamos que la inflación reduce ell poder de compra del dinero, pero no la acumulación de este, por lo que no es relevante si nuestro objetivo es "*acumular*".

Para conocer cuanto deberiamos ahorrar a final de cada año (flujo de efectivo constante), debemos saber cuanto dinero en valor presente se debe acumular. Sabemos que el valor presente de una anualidad ordinaria viene dado por:

$$P_0 = \frac{P_n}{(1+r)^n}$$

Es decir que el valor presente será:

$$P_0 = \frac{10000000}{(1,05)^{10}} = 6139132,54$$

De la misma forma, el valor presente de una anualidad ordinaria puede vernir representado por:

$$P_0 = C\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

Por lo que para encontrar la cantidad a ahorrar debemos resolver:

$$6139132,54 = C\frac{1-(1,05)^{-10}}{0,05}$$

$$\Rightarrow C = \frac{6139132,54}{7,721734929} = 795045,7497 \approxeq 795046$$

Por lo que para acumular CLP $10000000 en 10 años se debe ahorrar cada año CLP $795046.

2.- Estas considerando invertir en dos instrumentos financieros. El primero no pagará nada durante los tres primeros año y luego pagará $US 20000 por cuatro años. El segundo instrumento pagará $US 20000 por 3 años y $US 30000 el cuarto año. Todos los pagos son hechos al final del año. Si la tasa de retorno requerida para estas inversiones es un 8 % anualmente. Cuanto estarías dispuesto a pagar por el primer y segundo instrumento?

Respuesta

(dibujar linea de tiempo) Sobre el primer instrumento, cono no poseemos pagos durante los primeros 3 años, el primer pago se realizará en $t = 4$, por lo que descontaremos hacia PV_3:

$$PV = A\left[\frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r}\right]$$

$$P_3 = 20000\left[\frac{1 - \frac{1}{(1+0{,}08)^4}}{0{,}08}\right] = \$66,242{,}54$$

luego este valor presente en el periodo 3 lo descontamos al periodo 0:

$$P_0 = \frac{P_3}{(1+r)^n}$$

$$P_0 = \frac{66,242{,}54}{(1+0{,}08)^3} = \$52,585{,}46$$

por lo que estoy dispuesto a pagar ese monto por el primer instrumento:

En relación al segundo instrumento (utilizaremos formula de anualidad 4to año), vemos que es una anualidad de 4 años que paga 20000 (considerando que en el cuarto año se paga $20000+10000$ extra), por lo que podemos sacar el valor presente de la anualidad a 4 años y sumarle el valor presente de los 10000 extra.

$$PV = A\left[\frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r}\right]$$

$$P_0 = 20000\left[\frac{1 - \frac{1}{(1+0{,}08)^4}}{0{,}08}\right] = \$66,242{,}54$$

luego traigo a valor presente los 10000 extra:

$$P_0 = \frac{\$10000}{(1+0{,}08)^4} = \$7,350{,}30$$

por lo que el total sera:

$$\$66,242{,}54 + \$7,350{,}30 = \$73,592{,}84$$

por lo que eso pagaria por el segundo instrumento.