

# Finanzas I

**Profesor.:** Carlos Pérez.

**Ayudantes:** P. Fernández, A. Poblete, M. Vásquez.

## AYUDANTÍA N°1 Otoño 2019

### Interes Simple

- 1) Usted tiene la opción de invertir \$1000 a invertir en 3 opciones:
- a) A una tasa de interes nominal anual del 5 %, pagadera anual, a 2 años.
  - b) A una tasa de interes nominal anual del 3 %, pagadera semestral, a 3 años.
  - c) A una tasa de interes nominal anual del 2.5 %, pagadera trimestralmente, a 5 años.

¿Cual de las siguientes alternativas de inversión entrega un mayor retorno?

#### Respuesta

La alternativa de inversión que entregue un mayor retorno será la que nos entregue un mayor valor futuro. Recordemos que el valor futuro con interes simple:

$$P_n = P_0 \left( 1 + \frac{r^{APR}}{m} \cdot n \cdot m \right)$$

Por lo tanto, notemos que:

- a)  $P_a = 1000 \cdot \left( 1 + \frac{0.05}{1} \cdot 2 \right) = 1100$
- b)  $P_b = 1000 \cdot \left( 1 + \frac{0.03}{2} \cdot 3 \cdot 2 \right) = 1090$
- c)  $P_c = 1000 \cdot \left( 1 + \frac{0.025}{4} \cdot 5 \cdot 4 \right) = 1125$

Por lo que se prefiere la alternativa *c*

- 2) Gonzalo invierte \$35000 a una tasa nominal *r*, y retira los intereses al final de cada año. Al final del cuarto año, el gana un total de \$6900 en intereses ¿Cuál es la tasa nominal que utilizo?

#### Respuesta

Utilizando la formula de valor futuro con interés simple:

$$P_n = P_0 \left( 1 + \frac{r^{APR}}{m} \cdot n \right)$$

En este caso se necesita encontrar la tasa de interes apr, por lo que despejamos *r* de nuestra ecuación:

$$r = \frac{\frac{41900}{35000} - 1}{4}$$

$$r = 0,0492857$$

## Interes Compuesto

- 1) Jaime tiene la posibilidad de elegir entre dos CDs, ambos vencen en un año. Uno de ellos ofrece una tasa nominal del 9% compuesto semestralmente, y el otro 8,85% compuesto 365 veces al año. ¿Cuál tasa es mejor para él?

### Respuesta

Para comparar tasas necesitaremos ocupar la Tasa Anual Efectiva (EAR), la cual se define como el rendimiento anual equivalente a la tasa de interés por periodo  $r$  compuesta  $m$  veces al año:

$$r_{EAR} = \left(1 + \frac{r^{APR}}{m}\right)^m - 1 = (1 + r)^m - 1$$

Por lo tanto, reemplazando los valores tenemos:

$$r_{EAR} = \left(1 + \frac{0,09}{2}\right)^2 - 1 = 0,092024$$

$$r_{EAR} = \left(1 + \frac{0,0885}{365}\right)^{365} - 1 = 0,092522$$

Por lo que la mejor opción es la segunda

- 2) Un banco nacional le ofrece a usted pagar un 6% de interés compuesto anual que paga mensual. Tu decides invertir \$1000000 por un año. ¿Cuál es el valor futuro de los pagos si la tasa de reinversión es del 6%? ¿Cuál sería el valor futuro si el banco le ofrece una tasa del 6% de interés compuesto anual? ¿Cuál entrega un mayor beneficio?

### Respuesta

Recordemos que el valor futuro de una inversión con interés compuesto está dado por:

$$P_n = P_0 \cdot \left(1 + \frac{r^{APR}}{m}\right)^{n \cdot m}$$

Por lo tanto, reemplazando los valores:

$$P_n = 1000000 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12}$$

$$P_n = 1000000 \cdot (1,061678)$$

$$P_n = 1,061,677,81$$

Por lo tanto el valor futuro de los pagos es \$1,061,677.81 con tasa compuesta anual. Por otro lado, si la tasa es del 6% compuesta anual:

$$P_n = 1000000 \cdot (1 + 0,06)$$

$$P_n = 1000000 \cdot (1,06)$$

$$P_n = 1,060,000$$

Por lo tanto, para este caso una tasa de compuesta mensual entrega un mayor beneficio que una anual.

- 3) Suponga que usted desea comprar una franquicia de McDonalds. Para esto, usted ha decidido invertir \$25 millones de pesos de aquí a dos años más. Sabe que puede invertir hoy en un fondo bancario una suma de dinero que se transforme en lo requerido para la franquicia. ¿Cuanto debe colocar en el banco, si la tasa de interés es del 6,5 % y el fondo capitaliza trimestralmente?

### Respuesta

Recordemos que el valor futuro de una inversión con interés compuesto está dado por (la idea también es dibujar una línea de tiempo):

$$P_n = P_0 \cdot \left(1 + \frac{r^{APR}}{m}\right)^{n \cdot m}$$

Vemos que la inversión de 25 millones será el valor futuro, por lo que para sacar el valor presente, es decir, cuánto debo colocar ahora para obtener lo requerido, para eso descontamos los flujos.

$$P_0 = \frac{P_n}{\left(1 + \frac{r^{APR}}{m}\right)^{n \cdot m}}$$

$$P_0 = P_n \cdot \left(1 + \frac{r^{APR}}{m}\right)^{-n \cdot m}$$

$$P_0 = 25000000 \cdot \left(1 + \frac{0,065}{4}\right)^{-2 \cdot 4}$$

$$P_0 = 21,975,337$$

Por lo tanto, se necesitan 21,976,377 millones de pesos invertido hoy

## Valor Presente y Futuro: Impuestos e Inflación.

- 1) Usted es un inversionista con la posibilidad de depositar \$100 en una de las siguientes alternativas:
- a) Un depósito a 4 años con una tasa de interés compuesta del 9 % anual libre de impuestos.
  - b) Un depósito a 3 años con una tasa de interés compuesta del 12 % anual e impuestos del 20 %.
  - c) Un depósito a 2 años con una tasa de interés compuesta de 20 % anual e impuesto 25 %.
- ¿Qué alternativa prefiere? ¿Qué sucedería si las alternativas tuvieran el mismo horizonte de inversión?  
¿Cuál preferiría?

**Respuesta**

La alternativa preferida será aquella que entregue un valor futuro mayor.

Recordemos que el valor futuro libre de impuesto con tasa de interés compuesta vendrá dado por:

$$P_n = P_0(1 + r)^n$$

Ahora, el valor futuro con impuesto y con tasa de interés compuesta vendrá dado por:

$$P_n = P_0(1 + r - \tau \cdot r)^n$$

Notemos, que en este caso el valor presente es el valor a depositar, es decir  $P_0 = \$100$ . Lo que los valores futuros vendrán dados por:

- a)  $P_4 = 100 \cdot (1 + 0,09)^4 = 141,16$
- b)  $P_3 = 100 \cdot (1 + 0,12 - 0,2 \cdot 0,12)^3 = 131,65$
- c)  $P_2 = 100 \cdot (1 + 0,2 - 0,25 \cdot 0,2)^2 = 132,25$

Por lo que se prefiere la alternativa *a*.

Ahora, si las alternativas tuviesen el mismo horizonte de inversión bastaría con comparar las tasas de interés anual después de impuesto, prefiriendo la mayor de estas. Recordemos que la tasa anual después de impuestos viene dada por:

$$r_{tax} = r_{EAR}(1 - \tau)$$

Las tasas de interés anuales después de impuesto serán:

- a)  $r_a = 0,09 = 9\%$
- b)  $r_b = 0,12(1 - 0,2) = 0,096 = 9,6\%$
- c)  $r_c = 0,2(1 - 0,25) = 0,15 = 15\%$

Es decir, en este caso se prefiere la alternativa *c*.

- 2) Suponga que se encuentra en un país cuya inflación está en el 10 % anual, Sin embargo, usted invirtió durante un trimestre en un fondo cuyo retorno nominal fue de 23,2 % anual. Finalmente, usted logró retirar un monto de \$308.621,203. ¿Cuál es el retorno real del fondo en aquel año? ¿Cuál es la tasa real que rentó su inversión? ¿Cuál fue el monto inicial de la inversión?

**Respuesta**

El retorno real del fondo en el año será: Sabemos que la inflación es una variable que reduce los retorno reales (Nótese que en este caso la tasa de interés viene dada por el retorno del fondo). si consideramos a  $r$  como el retorno nominal y a  $r_{real}$  como el retorno real que internaliza la inflación  $\pi$ , sabemos que su relación es:

$$(1 - r_{real})^n = \left( \frac{1 + r}{1 + \pi} \right)^n \Rightarrow r_{real} = \left( \frac{1 + r}{1 + \pi} \right) - 1$$

Veamos que los horizontes (a este punto) convergen en un año, es decir  $n = 1$ . Luego, la tasa real

vendrá dada por:

$$r_{real} = \left( \frac{1 + 0,232}{1 + 0,1} \right) - 1 = 0,12 = 12\%$$

Esta es la tasa real anual, pero no es la tasa que rindió el fondo, pues la inversión solo estuvo un trimestre. Sabemos que para convertir la tasa  $r$  de un evento que sucede  $m$  veces al año en tasa anual tenemos la siguiente relación:

$$r_{EAR} = (1 + r)^m - 1 \Rightarrow r = \sqrt[m]{1 + r_{EAR}} - 1$$

Como un trimestre es un evento que se repite 4 veces al año, entonces tendremos  $m = 4$ . Por lo que la tasa real que rentó la inversión es:

$$r_{trimestre} = \sqrt[4]{1 + 0,12} - 1 = 0,028737344 = 2,8737344\%$$

Ahora, para conocer el monto invertido al inicio (valor presente) tenemos dos formas:

Primero, recordemos que el valor presente  $P_0$  vendrá dado por:

$$P_0 = \frac{P_n}{(1 + r)^n}$$

Forma 1: Utilizando la tasa trimestral y sabiendo que el valor futuro es  $P_n = 308621,203$ , el valor presente vendrá dado por:

$$P_0 = \frac{308621,203}{(1 + 0,028737344)} = 300000$$

Forma 2: Utilizando la tasa anual. Dado que un trimestre representa un cuarto de año tendremos que  $n = 1/4$ . Tendremos que:

$$P_0 = \frac{308621,203}{(1 + 0,12)^{1/4}} = 300000$$

Es decir, que el monto inicial a invertir fueron \$300.000.