

Optimización Dinámica Ayudantía 8

Profesor: Enrique Calfucura

Ayudante : Alejandro Poblete

1. Considere el problema:

$$\max \int_0^{20} (4K - u^2)e^{-0,25t} dt \quad \text{st.} \quad \dot{K} = -0,25K + u \quad \text{con} \quad K(20) \text{ libre} \quad K(0) = K_0$$

Encuentre las variables de estado, co-estado y control.

2. Considere el siguiente problema.

$$\max \int_0^T \left(-x - \frac{1}{2}u^2\right)e^{-2t} dt \quad \text{st.} \quad \dot{x} = x + u \quad \text{con} \quad x(0) = 1, \quad x(T) \text{ Free}$$

Encuentre las trayectorias óptimas de las variables de control, estado y co-estado.

3. Considere el problema de una empresa minera que desea maximizar sus utilidades económicas entre los instantes 0 y T, su función objetivo depende del nivel de extracción y es igual a $q - \beta q^2$. Por otro lado, el stock de recurso mineral (S) varía en el tiempo de la siguiente manera: en cada instante aumenta en una proporción α y disminuye en el nivel de extracción q . Hay un factor de descuento con tasa r (e^{-rt}). Las condiciones iniciales y finales son:

$$S(0) = 100$$

$$S(T) = 10$$

- (a) Defina el Hamiltonian en valor corriente y encuentre las condiciones de primer orden.
- (b) Encuentre las trayectorias óptimas para las variables de control, estado y co-estado.

4. Considere el siguiente problema:

$$\max \int_0^\infty (\ln u)e^{-0,2t} dt \quad \text{st.} \quad \dot{x} = 0,1x - u \quad \text{con} \quad x(0) = 10 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) \geq 0 \quad y \quad u > 0$$

- (a) Defina el Hamiltoniano en valor corriente-
- (b) Encuentre las condiciones de primer orden.
- (c) Encuentre las variables de Estado, control y co-estado.

5. Considere el siguiente problema:

$$\max \int_0^\infty \frac{1}{1-\delta} [rA(t) + w - u(t)]^{1-\delta} e^{-\rho t} dt$$
$$\dot{A}(t) = u(t), \quad A(0) = A_0 > 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} A(t) \geq -w/r, \quad u \in R$$

Asuma que $0 < \delta < 1$ y $0 < r < \rho$

- (a) Defina el Hamiltoniano en valor corriente y encuentre las condiciones de primer orden.
- (b) Encuentre las trayectorias para las variables de control , de Estado y co-estado.