Finanzas I

Profesor.: Carlos Pérez.
Ayudantes: P. Fernández, A. Poblete, M. Vásquez.

AYUDANTÍA N°3
Otoño 2019

Compra apalancada.

Un inversor tiene $1000 a sus disposición y compra 50 acciones a $25 c/u con un dividendo de $5 por acción, apalancándose al 10 % de interés ¿Cuál es su rendimiento si las acciones suben un 10 %? ¿Y si caen un 5 %? ¿Cuál sería el rendimiento si la inversión se hace completamente de deuda? ¿Por qué ocurre lo anterior?

Respuesta
Veamos que la inversión realizada con recursos propios es de $1000, cuando se compraron $1250:

$$(1-\alpha) = \frac{1000}{1250} = 0,8 \Rightarrow \alpha = 0,2$$

Es decir, la proporción de deuda utilizada es del 20 %.
Sabemos que el rendimiento vendrá dado por:

$$\frac{q_{t+1} + C_{t+1} - (1+r)\alpha q_t - (1-\alpha) q_t}{(1-\alpha) q_t}$$

Si las acciones suben un 10 %, entonces:

$$q_{t+1} = (50 \cdot 25)1,1 = 1375$$

Si las acciones caen un 5 %, entonces:

$$q_{t+1} = (50 \cdot 25)0,95 = 1187,5$$

Luego el rendimiento si las acciones suben un 10 % es:

$$\frac{1375 + (50 \cdot 5) - (1+0,1)0,2 \cdot 1250 - 0,8 \cdot 1250}{\cdot 1250} = 35\,\%$$

Luego el rendimiento si las acciones caen un 5 % es:

$$\frac{1187,5 + (50 \cdot 5) - (1+0,1)0,2 \cdot 1250 - 0,8 \cdot 1250}{\cdot 1250} = 16,2\,\%$$

El rendimiento de la inversión sería infinito si se realiza completamente con deuda (denominador igual cero). Lo anterior se debe a que la inversión no utiliza recursos propios, es decir la ganancia es neta sin gastar del bolsillo del inversor.

Venta en Corto.

Vendes a corto 100 acciones a USD$10 cada una. Tu broker exige una garantía por el 40 % de la operación. Si al cabo de de un año las acciones cotizan a USD$12 y han pagado un divedendo por acción de USD$1 ¿Cuál es el rendimiento de la operación?

Respuesta
Tenemos 100 acciones a USD$ 10 c/u, con un margen de operación del 40 %. Sabemos que la rentabilidad de una venta en corto responderá a:

$$\frac{(1+\alpha)q_t - C_{t+1} - q_{t+1} - \alpha q_t}{\alpha q_t}$$

donde la cantidad recibida es representada por:

$$(1+\alpha)q_t - C_{t+1} - q_{t+1}$$

Y la cantidad invertida es de:

$$\alpha q_t$$

Luego tendremos que el rendimiento de la operación será:

$$\frac{(1+0,4)10 - 1 - 12 - 0,4\cdot 10}{0,4\cdot 10} = -0,75$$

Es decir, el rendimiento de la operación es del $-75\,\%$.

Consumo-Ahorro (Inversión).

Suponga un individuo vive dos periodos y posee la siguiente función de utilidad sobre consumir hoy ($t=0$) y consumir mañana ($t=1$):

$$U(C_0, C_1) = C_0^{0,2} C_1^{0,8}$$

El individuo solo posee un ingreso exógeno hoy de $y_0 = \$12000$.
Considerenado una tasa de mercado del 5 %, encuentre el consumo óptimo de este agente. En el período $t=0$, ¿Es este individuo un deudor o un ahorrador?

Respuesta
Para calcular el consumo en ambos períodos debemos maximizar la utilidad sujeta a la restricción presupuestaria intertemporal, que es:

$$y_0 = C_0 + \frac{C_1}{1+r} \Rightarrow 12000 = C_0 + \frac{C_1}{1,05}$$

Por lo que el lagrangiano será:

$$L : C_0^{0,2} + C_1^{0,8} - \lambda(C_0 + \frac{C_1}{1,05} - 12000)$$

Las condiciones de primer orden serán:

$$\frac{\partial L}{\partial C_0} = 0 \Rightarrow 0,2C_0^{-0,8}C_1^{0,8} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_1} = 0 \Rightarrow C_0^{0,2}0,8C_1^{-0,2} - \frac{\lambda}{1,05} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow C_0 + \frac{C_1}{1,05} - 12000 = 0$$

Por lo que tendremos que:

$$\lambda_1 = 0,2C_0^{-0,8}C_1^{0,8}$$

$$\lambda_2 = (1,05) \cdot C_0^{0,2} 0,8 C_1^{-0,2}$$

Igulando $\lambda_1 = \lambda_2$:

$$0,2 C_0^{-0,8} C_1^{0,8} = (1,05) \cdot C_0^{0,2} 0,8 C_1^{-0,2}$$

$$\frac{0,2C_1}{0,8C_0} = 1,05 \Rightarrow C_1 = 4,2C_0$$

Reemplazando en la restricción presupuestaria:

$$C_0 + \frac{4,2C_1}{1,05} = 12000 \Rightarrow C_0^* = 2400$$

Porlo que C_1 será:

$$C_1^* = 4,2 \cdot 2400 = 10080$$

Ya que solo se posee ingresos en el primer periodo y sus preferencias son convexas, este individuo será siempre ahorrador. El ahorro vendra dado por:

$$S_0 = y_0 - C_0 \Rightarrow S_0 = 9600 > 0.$$

Valorización.

1) Solo 2 cosas pueden pasar mañana; que llueva o que no llueva. Hay un activo que paga \$1 si llueve mañana y su precio es de \$0.5 otro activo que paga \$1 si no llueve mañana con un precio de \$0.3. ¿Cual es la tasa de interes a un día?

Respuesta

Para obtener la tasa de interes, obtendremos el rendimiento de los 2 activos juntos, observemos que:

	A1	A2
Llueve	1	0
No Llueve	0	1

Por lo tanto obtendremos los pagos esperados de ambos activos:
Para el activo 1:

$$E[A1] = \alpha \cdot E[A1|Llueve] + (1-\alpha) \cdot E[A1|NoLlueve]$$

$$E[A1] = 0{,}5 \cdot 1 + 0{,}5 \cdot 0 = 0{,}5$$

Para el activo 2:

$$E[A2] = \alpha \cdot E[A2|Llueve] + (1-\alpha) \cdot E[A2|NoLlueve]$$

$$E[A2] = 0{,}5 \cdot 0 + 0{,}5 \cdot 1 = 0{,}5$$

La suma de $E[A1] + E[A2]$ es 1.

Entonces, podemos obtener el rendimiento de la siguiente manera:

$$r_{t+1} = \frac{1 - (0{,}5 + 0{,}3)}{(0{,}5 + 0{,}3)} = 0{,}25$$

2) Si el activo $A_t = \{0, 1, 2\}$, tiene un precio de USD \$ 1,25 y el activo $B_t = \{0, 0, 1\}$, tiene un precio de USD\$ 0,25 ¿Cual es la tasa de interés a un periódo?

Respuesta

Tenemos dos activos, A y B, con estos, podemos crear un nuevo activo que represente el periódo 1 y 2 de ambos activos, a este lo llamaremos C. Este estará definido por la suma de los pagos en $t = 1$ y $t = 2$ de ambos activos $C = \{0, 1\}$
Ahora podemos representar el activo A por sumando $C + 2 * B$
$A = C + 2 \cdot B$
lo que nos da un flujo $= \{0, 1, 2\}$
Luego yo se el valor de A y B y despejamos C. $1,25 = C + 2 * 0,25$ por lo que $q_c = 0,75$
Finalmente, tasa de interés a un periodo queda representada por: $r = \frac{1-q_c}{q_c} = \frac{1-0,75}{0,75} = 0,33$