

$$Ax=b$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2.2 & 0 \\ -3.1 & 1.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$T = I - A = \begin{bmatrix} 0 & -2.2 & 0 \\ -3.1 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$x_{k+1} = Tx_k + b$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = Tx_0 + b$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -2.2 & 0 \\ -3.1 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} 0 & -2.2 & 0 \\ -3.1 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1+0.2 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 0 & -2.2 & 0 \\ -3.1 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1+0.2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.2(1+0.2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1+0.2(1+0.2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1+0.2+(0.2)^2 \end{bmatrix}$$

In general:

$$x_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{n=0}^k (0.2)^n \end{bmatrix} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{1-0.2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.25 \end{bmatrix}$$