

# Localización de landmarks cefalométricos por medio de técnicas de few-shot learning y análisis de redes convolucionales

Alejandro Borrego Megías

**Tutores:** Pablo Mesejo Santiago, Javier Merí de la Maza

Universidad de Granada, España

November 20, 2022



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

# Índice Primera Parte

## Análisis de redes convolucionales

- 1 Introducción
- 2 Modelización
- 3 Invarianza por traslaciones
- 4 Conclusiones

# Índice Primera Parte

1 Introducción

2 Modelización

3 Invarianza por traslaciones

4 Conclusiones

# Redes Neuronales Convolucionales

- Buen rendimiento, comprobable empíricamente.
- Vía de estudio abierta en lo que se refiere a la modelización matemática y la justificación teórica de estos resultados.

Destacamos:

Invarianza por traslaciones



Invarianza frente a pequeñas deformaciones



# Invarianza por traslaciones

Trabajamos sobre el espacio de funciones  $L^2(\mathbb{R}^d)$ .

## Definición de traslación

Sea  $f \in L^2(\mathbb{R}^d)$ ,  $L_c f(x) = f(x - c)$  es la traslación de  $f$  por  $c \in \mathbb{R}^d$ .

## Invarianza por traslaciones de un operador $\Phi$

Decimos que un operador  $\Phi$  sobre  $L^2(\mathbb{R}^d)$ , es invariante por traslaciones si  $\Phi(L_c f(x)) = \Phi(f)$  para todo  $f \in L^2(\mathbb{R}^d)$  y para todo  $c \in \mathbb{R}^d$ .

# Invarianza frente a pequeñas deformaciones

*Deformación  $\implies$  Difeomorfismo*

*Deformaciones pequeñas  $\implies$  Difeomorfismo cercanos a traslaciones*

## Definición

Denotemos  $L_\tau f(x) = f(x - \tau(x))$  como la acción del difeomorfismo  $1 - \tau$  sobre  $f$ .

Donde  $\tau$  es el campo de desplazamiento.

**Invarianza frente a pequeñas deformaciones**



**Lipschitz-continuidad frente a la acción de difeomorfismos**

# Invarianza frente a pequeñas deformaciones

## Condición de Lipschitz clásica

Sea  $f : M \rightarrow N$  una función entre dos espacios métricos  $M$  y  $N$  con sus respectivas distancias  $d_M$  y  $d_N$ . Se dice que  $f$  satisface la condición de Lipschitz si  $\exists C > 0$  tal que:

$$d_N(f(x), f(y)) \leq C d_M(x, y), \quad \forall x, y \in M$$

En nuestro caso:

$$\|\Phi(f) - \Phi(L_\tau f)\| \leq \|f\| d(1, 1 - \tau) \quad (1)$$

Necesitamos una definición para la distancia entre dichos difeomorfismos.

# Invarianza frente a pequeñas deformaciones

## Distancia entre $1 - \tau$ y $1$

Se define una distancia entre  $1 - \tau$  y  $1$  en cualquier subconjunto compacto  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^d$  como

$$d_{\Omega}(1, 1 - \tau) = \sup_{x \in \Omega} |\tau(x)| + \sup_{x \in \Omega} |\nabla \tau(x)| + \sup_{x \in \Omega} |H\tau(x)| \quad (2)$$

La invarianza frente a pequeñas deformaciones de un operador  $\Phi$  invariante por traslaciones viene determinada por:

$$\|\Phi(f) - \Phi(L_{\tau}f)\| \leq C\|f\|(\|\nabla \tau\|_{\infty} + \|H\tau\|_{\infty}). \quad (3)$$

Con  $f \in L^2(\mathbb{R}^d)$  y  $C > 0$ .



# Próximos pasos

¿Qué operador  $\Phi$  tomar que cumpla todo lo anterior?

# Índice Primera Parte

- 1 Introducción
- 2 Modelización
- 3 Invarianza por traslaciones
- 4 Conclusiones

# Módulo de la transformada de Fourier

Vamos a probar con el módulo de la transformada de Fourier:

$$\Phi(f) = |\widehat{f}|f \in L^2(\mathbb{R}^2)$$

Con este operador observamos que:

- Es invariante por traslaciones.
- No es Lipschitz continuo frente a pequeñas deformaciones.

Debemos buscar otro operador.

# Índice Primera Parte

① Introducción

② Modelización

③ Invarianza por traslaciones

④ Conclusiones

# Índice Primera Parte

- 1 Introducción
- 2 Modelización
- 3 Invarianza por traslaciones
- 4 Conclusiones

# Índice Segunda Parte

## Localización de landmarks cefalométricos por medio de técnicas de few-shot learning

- 5 Introducción
- 6 Fundamentos Teóricos
- 7 Estado del arte
- 8 Experimentos
- 9 Conclusiones
- 10 Examples
- 11 Conclusion

# Índice Segunda Parte

5 Introducción

6 Fundamentos Teóricos

7 Estado del arte

8 Experimentos

9 Conclusiones

10 Examples

11 Conclusion

# Índice Segunda Parte

- 5 Introducción
- 6 Fundamentos Teóricos**
- 7 Estado del arte
- 8 Experimentos
- 9 Conclusiones
- 10 Examples
- 11 Conclusion



# Índice Segunda Parte

- 5 Introducción
- 6 Fundamentos Teóricos
- 7 Estado del arte
- 8 Experimentos
- 9 Conclusiones
- 10 Examples
- 11 Conclusion

# Índice Segunda Parte

- 5 Introducción
- 6 Fundamentos Teóricos
- 7 Estado del arte
- 8 Experimentos**
- 9 Conclusiones
- 10 Examples
- 11 Conclusion

# Índice Segunda Parte

- 5 Introducción
- 6 Fundamentos Teóricos
- 7 Estado del arte
- 8 Experimentos
- 9 Conclusiones**
- 10 Examples
- 11 Conclusion

## Example frame 1

This is the first frame.

You can set the blue bar vertical using the option

`\usetheme[verticalbar=true]{tud}`.

Set the aspect ratio to 4:3 with the documentclass option `aspectratio=43`. Use `aspectratio=169` for wide screen (16:9).

# Índice Segunda Parte

- 5 Introducción
- 6 Fundamentos Teóricos
- 7 Estado del arte
- 8 Experimentos
- 9 Conclusiones
- 10 Examples**
- 11 Conclusion

## Example frame 2

### Block

- item 1
- item 2

### Example

- ① Sugar in a stirred cup of tea gathers in the middle.
- ② Rivers often take a detour through flat terrain.

### Alert

Rivers and sweet tea do unexpected things.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>A. Einstein (Mar. 1926). "Die Ursache der Mäanderbildung der Flußläufe und des sogenannten Baerschen Gesetzes". In: *Die Naturwissenschaften* 14.11, pp. 223–224. DOI: 10.1007/bf01510300

## columns

first column



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

# Índice Segunda Parte

- 5 Introducción
- 6 Fundamentos Teóricos
- 7 Estado del arte
- 8 Experimentos
- 9 Conclusiones
- 10 Examples
- 11 Conclusion**



## animation

Some commands take optional arguments in the form of  $\langle x-y \rangle$ , where  $x$  is the first 'sub-frame' on which the context is shown, and  $y$  is the last.  $x$  or  $y$  can be replaced by  $+$ , referring to 'the next sub-frame'.

① uncovered. . .

Using only:1

Using onslide:1

Using pause:

## animation

Some commands take optional arguments in the form of <x-y>, where x is the first 'sub-frame' on which the context is shown, and y is the last. x or y can be replaced by +, referring to 'the next sub-frame'.

① uncovered. . .

② one. . .

Using only:2

Using onslide: 2

Using pause:

## animation

Some commands take optional arguments in the form of <x-y>, where x is the first 'sub-frame' on which the context is shown, and y is the last. x or y can be replaced by +, referring to 'the next sub-frame'.

① uncovered. . .

Using only:3

② one. . .

Using onslide: 3

③ by. . .

Using pause:

## animation

Some commands take optional arguments in the form of  $\langle x-y \rangle$ , where  $x$  is the first 'sub-frame' on which the context is shown, and  $y$  is the last.  $x$  or  $y$  can be replaced by  $+$ , referring to 'the next sub-frame'.

- ① uncovered. . .
- ② one. . .
- ③ by. . .
- ④ one.

Using only:

Using onslide:

Using pause:

## animation

Some commands take optional arguments in the form of  $\langle x-y \rangle$ , where  $x$  is the first 'sub-frame' on which the context is shown, and  $y$  is the last.  $x$  or  $y$  can be replaced by  $+$ , referring to 'the next sub-frame'.

- ① uncovered. . .
- ② one. . .
- ③ by. . .
- ④ one.

Using only:

Using onslide:

Using pause:

## animation

Some commands take optional arguments in the form of <x-y>, where x is the first 'sub-frame' on which the context is shown, and y is the last. x or y can be replaced by +, referring to 'the next sub-frame'.

① uncovered. . .

② one. . .

③ by. . .

④ one.

Using only:

Using onslide:

Using pause:1

## animation

Some commands take optional arguments in the form of  $\langle x-y \rangle$ , where  $x$  is the first 'sub-frame' on which the context is shown, and  $y$  is the last.  $x$  or  $y$  can be replaced by  $+$ , referring to 'the next sub-frame'.

① uncovered. . .

② one. . .

③ by. . .

④ one.

Using only:

Using onslide:

Using pause:12

## animation

Some commands take optional arguments in the form of  $\langle x-y \rangle$ , where  $x$  is the first ‘sub-frame’ on which the context is shown, and  $y$  is the last.  $x$  or  $y$  can be replaced by  $+$ , referring to ‘the next sub-frame’.

① uncovered. . .

Using only:

② one. . .

Using onslide:

③ by. . .

Using pause:123

④ one.

For more advanced animations, see §14 of the manual:

<https://www.ctan.org/pkg/beamer>



Thanks for your attention.

A digital version of this presentation can be found here:

<https://gitlab.com/novanext/tudelft-beamer>



# Bibliography I

Einstein, A. (Mar. 1926). "Die Ursache der Mäanderbildung der Flußläufe und des sogenannten Baerschen Gesetzes". In: *Die Naturwissenschaften* 14.11, pp. 223–224. DOI: 10.1007/bf01510300.