

Bayesian Statistics

Joint Probability (Probabilidad Conjunta)

$$P(A, B) = P(A \cap B)$$

Lanzo un dado regular

A := "El resultado es par"

B := "El resultado es multiplo de tres"

$$P(A) = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A, B) = \frac{\{6\}}{\{1, \dots, 6\}} = \frac{1}{6}$$

persona { Metodoso
Organizado

Bibliotecario

granjero

Bibliotecario (A)

granjeros (B)

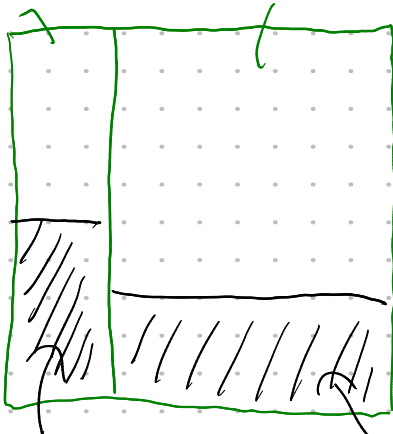
(B)

Es granjero

A := "Es metodoso y organizado"

B := "Es granjero"

C := "Es Bibliotecario"

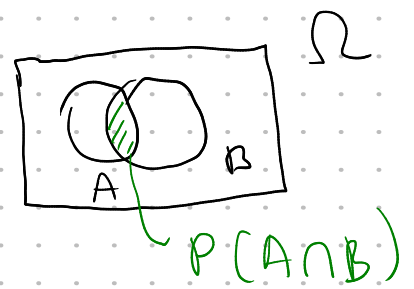


$P(A, C)$

$P(A, B)$

Ω : Espacio Muestral

\mathcal{F} : Espacio de Eventos



Conditional Probability

$$P(B|A) := \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Probabilidad de B dado A

Ejemplo:

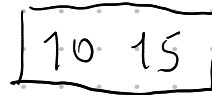
$P(P, V)$



V



R



N

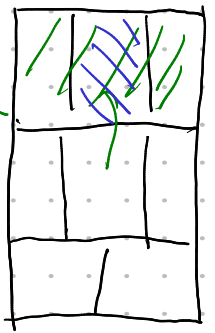
$P(V)$

V

R

N

$P(E|V)$



$$P(\text{Even} | \text{Verde}) = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{Even} | \text{Verde}) = \frac{P(E, V)}{P(V)} = \frac{1/8}{3/8} = \frac{1}{3} \quad P(E|V) = \frac{P(P, V)}{P(V)}$$

Total Probability

$$P(B) = \sum_i P(B|A_i)P(A_i)$$

Bayes' Theorem

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Dem: $P(A|B) = \frac{P(A, B)}{P(B)} \Rightarrow P(A, B) = P(B)P(A|B)$

$$P(B|A) = \frac{P(A, B)}{P(A)} \Rightarrow P(A, B) = P(A)P(B|A)$$

$$P(A)P(A|B) = P(B)P(B|A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(B)}{P(A)}$$

Ej:

1 2 3

V

4 7 8

R

10 15

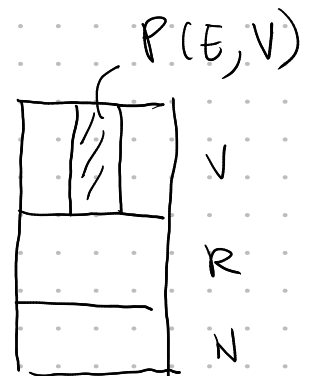
N

$$P(E|V) = \frac{P(V|E)P(V)}{P(E)}$$

$$P(E, V) = P(V)P(E|V)$$

$$= \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$$

$$P(E|V) = \frac{1}{3} \neq P(V|E) = \frac{1}{4}$$



Ejemplo:

La cuarta parte de una población está vacunada contra una enfermedad contagiosa. En el transcurso de una epidemia debida a tal enfermedad, se observa que de cada cinco enfermos sólo uno está vacunado. Se sabe además que de cada doce vacunados sólo uno está enfermo. Calcular la probabilidad de que un no vacunado esté enfermo.