



ISIS-1221

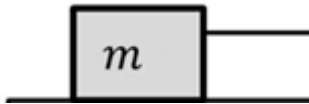
# INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN

## Descripción de la Aplicación N1 Fuerzas

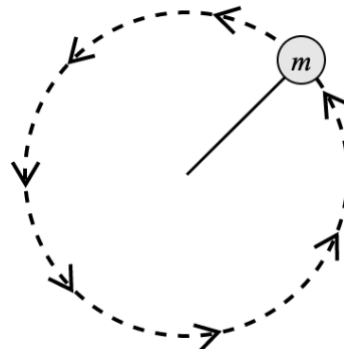
### Descripción general

En esta aplicación vamos a resolver problemas de fuerzas que se aplican sobre una caja con una masa conocida y que se apoya sobre otra superficie. También vamos a resolver problemas en los cuales una masa, amarrada a una cuerda, se gira en torno a un eje central, de forma vertical.

Las siguientes imágenes ilustran dos de los casos en los que vamos a trabajar.



Caso 1



Caso 2

### Conceptos básicos de fuerzas

Una fuerza es una medida vectorial que se compone de una magnitud, una dirección y un sentido: la magnitud indica qué tan grande es la fuerza, la dirección indica el eje en el cual se aplica la fuerza y el sentido indica hacia dónde se está aplicando la fuerza.

En este ejercicio nos centraremos en los siguientes tipos de fuerzas.

- **Peso:** El peso de un objeto se puede definir como el efecto de la fuerza de la gravedad sobre un objeto y es dependiente de la masa del objeto: entre mayor sea la masa, mayor será el peso.
- **Fuerza normal:** Es un tipo de fuerza de contacto ejercida por una superficie sobre un objeto. Cuando un objeto reposa sobre una superficie horizontal, la fuerza normal actúa en la misma dirección que el peso, pero en sentido contrario. Cuando la superficie no es horizontal, la fuerza normal actúa perpendicular a la superficie.

- **Fuerza de tensión:** La fuerza de tensión es el resultado de aplicar una fuerza a un cuerpo elástico como una cuerda. Si un objeto cuelga inmóvil de una cuerda, el objeto va a estar sintiendo una fuerza hacia abajo (el peso) y una fuerza hacia arriba de la misma magnitud (la tensión).
- **Fuerza de fricción o de rozamiento:** La fuerza de fricción es una fuerza que surge por el contacto de dos cuerpos y se opone al movimiento. La fuerza de fricción depende de un coeficiente de fricción que indica qué tan fácil se desliza un objeto sobre otro. Por ejemplo, una pista de hielo tiene un coeficiente de fricción bajo mientras que una lija tiene un coeficiente muy alto.
- **Fuerza centrípeta:** Es la fuerza que actúa sobre un objeto en movimiento sobre una trayectoria curvilínea y que está dirigida hacia el centro de curvatura de la trayectoria. Por ejemplo, esta fuerza (dada en este caso por la fricción con el pavimento) es la que permite a un automóvil mantener un movimiento circular al girar, sin que se produzca un derrape inesperado.

Las siguientes son los conceptos básicos para modelar fuerzas que necesitaremos en este proyecto.

### Peso

$$\text{Peso} = \text{masa del objeto} * g$$

Recordemos que  $g$  (o gravedad) es una constante en la Tierra que equivale a  $9.8 \text{ m/s}^2$ . Si midiéramos el peso de un objeto en otro planeta o en la Luna, tendríamos que usar un valor diferente para  $g$ .

Las unidades que se usan para medir la fuerza del peso se llaman Newtons y son equivalente a medir en kilogramos por metros sobre segundos al cuadrado ( $\text{kg} * \text{m} / \text{s}^2$ )

### Fricción

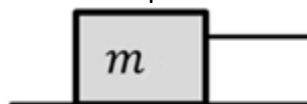
Para calcular la fuerza de fricción entre objetos se utiliza la siguiente ecuación que se basa en un coeficiente de fricción que depende de las dos superficies: no es lo mismo el coeficiente de fricción entre una pieza de aluminio y una lámina de hielo que entre un pedazo de madera y un papel de lija.

$$\text{Fuerza de fricción} = \text{Peso} * \text{coeficiente de fricción}$$

En este proyecto, cada vez que hablemos del coeficiente de fricción nos estaremos refiriendo al coeficiente de fricción entre las superficies involucradas. También puede suponer que estaremos usando el coeficiente de fricción correcto (estático o cinético) según sea el caso.

### Aceleración en arrastre

Observe la siguiente figura y considere las fuerzas que están actuando sobre la caja:



- El objeto tiene una masa, así que hay un peso actuando hacia abajo.
- Hay una fuerza normal que produce la superficie sobre el objeto. Esa fuerza normal tiene la misma magnitud que el peso del objeto, pero va en dirección hacia arriba.

- Se está halando el objeto hacia la derecha, así que hay una tensión sobre el objeto en esa dirección.
- Hay una fuerza de fricción en dirección contraria a la tensión de la cuerda.

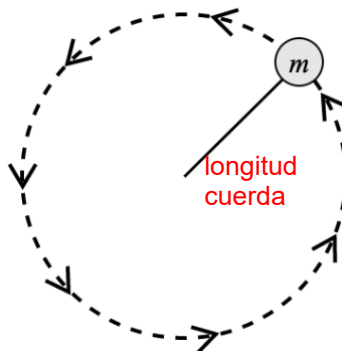
Si la caja está inmóvil o si se está moviendo con una velocidad uniforme, significa que la sumatoria de fuerzas actuando sobre la caja es igual a 0. Si la caja está acelerando (o desacelerando), significa que la sumatoria de fuerzas es diferente a 0. En este caso, sabemos que el objeto no puede estar moviéndose en el eje vertical (el peso y la fuerza normal se anulan) porque estaría flotando o atravesaría la superficie.

La ecuación que describe lo que acabamos de decir es entonces:

$$tension = (Aceleracion\ arrastre * masa) + fuerza\ de\ friccion$$

### Movimiento circular vertical

Observe la siguiente figura y considere las fuerzas que están actuando sobre la pelota:



- La pelota tiene una masa, así que hay un peso actuando hacia abajo.
- Sobre la pelota, actúa también una tensión ejercida por la cuerda, proporcional a la fuerza centrípeta requerida para mantener el movimiento circular.
- En el punto más alto de la trayectoria, actúan en el mismo sentido la tensión de la cuerda y el peso del cuerpo. Por el contrario, en el punto más bajo la tensión y el peso actúan en sentido contrario.
- En la parte superior, la velocidad mínima para mantener el movimiento circular es la que proporciona una aceleración centrípeta descendente igual a la gravedad.
- Para mantenerse el movimiento circular, se satisface la ley de la conservación de la energía: a medida que la masa se mueve hacia abajo, la energía potencial gravitacional se convierte en energía cinética.

Analicemos ahora como se relacionan estas magnitudes a través de ecuaciones.

La fuerza centrípeta está definida por la ecuación:

$$F_{centrípeta} = \frac{mv^2}{r}$$

Donde  $v$  es la velocidad del cuerpo, y  $r$  es el radio del círculo descrito por el movimiento.

Como en el punto más alto la aceleración centrípeta es igual a la gravedad para que la pelota no caiga, y por ende la fuerza centrípeta será igual a la fuerza de gravedad, obtenemos:

$$m * \frac{v_{superior}^2}{r} = m * g$$

A partir de esta igualdad podemos concluir que la velocidad en el punto más alto de la trayectoria será:

$$v_{superior} = \sqrt{g * r}$$

Las tensiones de la cuerda para la parte superior e inferior del movimiento podemos encontrarlas utilizando las ecuaciones:

$$T_{superior} = F_{centrípeta superior} - peso$$

$$T_{inferior} = F_{centrípeta inferior} + peso$$

Utilizando la ley de la conservación de la energía es posible relacionar las velocidades en la parte superior e inferior de la trayectoria, y así las tensiones. Por conservación de la energía tenemos entonces que:

$$\frac{1}{2} * m * v_{superior}^2 + 2 * r * peso = \frac{1}{2} * m * v_{inferior}^2$$

Sustituyendo con la relación entre velocidades y tensiones, podemos llegar finalmente a determinar que la tensión en la parte inferior se puede calcular como:

$$T_{inferior} = m * \frac{v_{superior}^2}{r} + \frac{4 * m * g * r}{r} + m * g$$

Lo anterior podemos simplificarlo como:

$$T_{inferior} = T_{superior} + 6 * peso$$