Ayudantía 7: Mínimos Cuadrados No Lineales

Tatiana Rosá   Alejo Eyzaguirre

PUC

16th November 2021

Outline

Pregunta 1: Salario y Educación

Los retornos a la educación son un tema ampliamente estudiado por los economistas. Mediante diversas aproximaciones se busca entender cúal es la relación entre el nivel educativo de un individuo y su salario. Muchas veces para captar efectos no lineales en esta relación se estima un modelo lineal incluyendo un término cuadrático para años de educación. En este ejercicio vamos a estimar una relación no lineal utilizando para ello el método de Mínimos Cuadrados No Lineales vistos en clase.

Particularmente, usted como investigadora cree que la relación es del tipo exponencial: pocos años de educación se relacionan con salarios bajos pero a medida que la persona se forma más su salario crece exponencialmente.

Pregunta 1.1: Modelando...

Dado que existe un salario mínimo, debemos de alguna manera contemplar el hecho de que si alguien estudia cero años, de todos modos recibirá un salario de al menos el salario mínimo (suponiendo que la muestra es de trabajadores).

Dicho eso tendremos que:

$$Salario_i = \theta_1 + exp\{\theta_2 \cdot educación_i\}$$

Note que en este caso la constante es la pieza que nos permite incorporar el salario mínimo en nuestra modelación.

Pregunta 2: Estimador MCNL

Tomando que $m(x_i, \theta) = \theta_1 + exp\{\theta_2 \cdot educación_i\}$, sabemos de las notas de clase lo siguiente:

$$\theta_{MCNL} = \theta_0 + \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial m(x_i, \theta)}{\partial \theta}\bigg|_{\theta_0} \frac{\partial m(x_i, \theta)}{\partial \theta}'\bigg|_{\theta_0} \right]^{-1} \cdot \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial m(x_i, \theta)}{\partial \theta}'\bigg|_{\theta_0} (y_i - m(x_i, \theta_0)) \right]$$

Donde el término invertido corresponde al *SIZE* y el siguiente al *STEP* de nuestro algoritmo numérico iterativo que terminará de ejecutarse cuando converja.

Adicionalmente tenemos que:

$$\frac{\partial m(x_i, \theta)}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} 1 \\ educ_i \cdot exp\{\theta_2 \cdot educ_i\} \end{bmatrix}$$

Pregunta 3: Llevándolo a Matlab

Seguiremos los siguientes pasos:

1. Definimos un DGP. Ojo con los órdenes de magnitud, sino convergencia se demorará mucho.
2. Obtengo valores iniciales de una versión del modelo (Punto de partida).
3. Genero el algoritmo iterativo de Gauss-Newton, dentro de este:
    1. Calculamos el size.
    2. Calculamos el step.
    3. Multiplicamos ambos, sumamos al parámetro θ vigente y actualizamos el parámetro θ.
    4. Chequemos si el parámetro θ ha cambiado en menos de un cierto umbral (*stopping rule* relativa) con la actualización del parámetro. Si cambió menos que el umbral se deja de ejecutar, sino repetimos.

Pregunta 1.4: Teoría Asintótica e Inferencia

Sabemos de las notas de clases que:

$$\sqrt{n}(\hat{\theta}_{MCNL} - \theta) \xrightarrow{d} N(0, V_\theta)$$

Donde, con la notación de las slides, tenemos que:

$$\hat{V}_\theta = \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{m}'_{\theta i}\hat{m}_{\theta i}\right]^{-1} \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{m}'_{\theta i}\hat{m}_{\theta i}\varepsilon_i^2\right] \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{m}'_{\theta i}\hat{m}_{\theta i}\right]^{-1}$$

Entonces para hacer la prueba de hipótesis necesitamos calcular $\hat{V}_\theta$, que lo obtenemos de Matlab:

$$\hat{V}_\theta = \begin{bmatrix} 0.0230 & -0.0013 \\ -0.0013 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

Gracias!

jeeyzaguirre@uc.cl