Ayudantía 3: Matlab y Mathematica

Tatiana Rosá Alejo Eyzaguirre

8 de septiembre de 2021

Outline

1. Corrección Ejercicio 3.B PS1
2. Revisión vía Mathematica
   - Tarea para la casa
3. Montecarlo's en Matlab

Pregunta 3.B

Sea X una variable aleatoria con distribución U(-1,4). Obtenga la media y varianza de: $Y = X^2$.

Solución: Necesito $F_y(y)$. Sin embargo, acá la función no es monótona (para valores menores que cero es decreciente y para mayores es creciente). Note que es imposible que Y sea algo menor que cero $\forall X \in \mathbb{R}$, entonces $F_y(y) = Prob(x^2 \leq y) = 0$ para este caso.

Para el caso en que $0 < y \leq 1$, tendremos que la función acumula para "el doble" (argumento de Óscar). Tenemos entonces dos posibilidades que se pueden representar de la siguiente manera:

$$F_y(y) = Prob(x^2 \leq y) = Prob(-\sqrt{y} \leq x \leq \sqrt{y}) = F_x(\sqrt{y}) - F_x(-\sqrt{y})$$

Pregunta 3.B

Como sabemos que $X \sim U(-1,4)$ entonces $F_x(x) = \frac{x+1}{4+1} = \frac{x+1}{5}$. Luego reemplazando en la expresión encontrada para $F_y(y)$, tendríamos que para este tramo en específico: $F_y(y) = \frac{2\sqrt{y}}{5}$.

Por último, tenemos el tercer caso en que no se acumula "el doble", es decir cuando $1 < y \leq 16$. En este intervalo Y resulta ser monótona, por lo que no tendríamos problema.

$$F_y(y) = Pr(Y \leq y) = Pr(x^2 \leq y) = Pr(x \leq \sqrt{y}) = F_x(\sqrt{y}) = \frac{1+\sqrt{y}}{5}$$

Entonces juntando los 3 tramos encontrados, tenemos que:

$$F_y(y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y \leq 0 \\ \frac{2\sqrt{y}}{5} & \text{si } 0 < y \leq 1 \\ \frac{1+\sqrt{y}}{5} & \text{si } 1 < y \leq 16 \\ 1 & \text{si } y < 16 \end{cases}$$

Pregunta 3.B

Derivando la expresión obtenida en la expresión encontrada para $F_y(y)$ que es una CDF, obtendríamos entonces nuestra PDF, que nos permite encontrar la Esperanza y la Varianza solicitadas.

$$f_y(y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y \leq 0 \\ \frac{1}{5\sqrt{y}} & \text{si } 0 < y \leq 1 \\ \frac{1}{10\sqrt{y}} & \text{si } 1 < y \leq 16 \\ 0 & \text{si } y < 16 \end{cases}$$

Usando integrales y encontrando la $E(y)$ y la $E(y^2)$, se podían encontrar ambos momentos.

Gracias!

jeeyzaguirre@uc.cl