

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

---

# Tarea 1 Teoría Macroeconómica I

Profesor: Alexandre Janiak

---

Alejo Eyzaguirre

April 20, 2022

# 1 Simulación de Montecarlo

El propósito de este ejercicio es que usted sea capaz de utilizar de manera eficiente ciertos comandos de Matlab tales como matrices, loops, while, plot y subplot. Aplique todos sus conocimientos econométricos y desarrolle sus algoritmos de la forma más eficiente posible. Puede crear funciones cuando lo estime conveniente. El modelo de estudio está dado por:

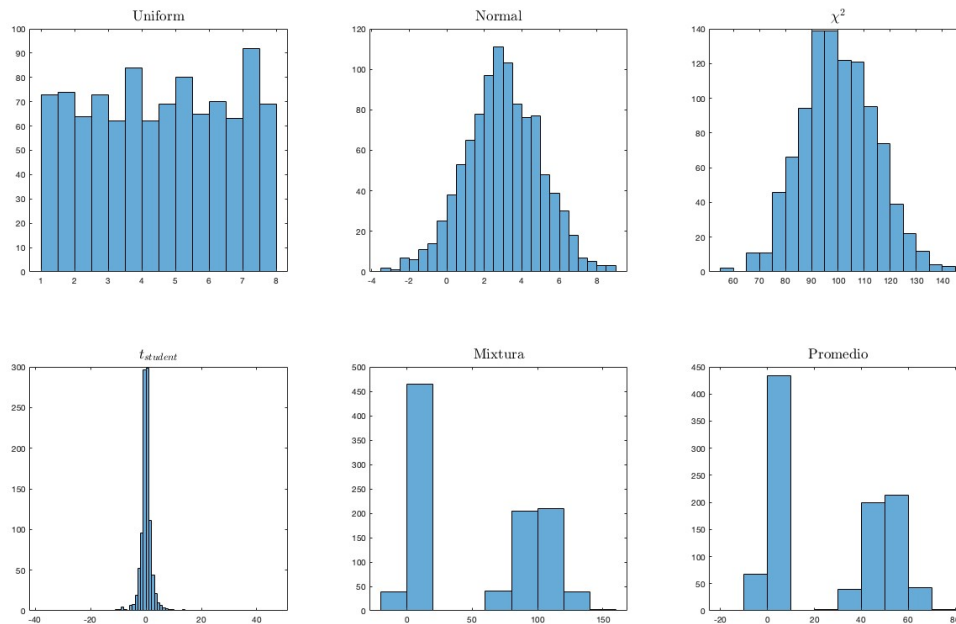
$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5 + \beta_6 x_6 + \varepsilon \quad (1.1)$$

Donde  $x_1 \sim U(1, 8)$ ,  $x_2 \sim N(3, 4)$ ,  $x_3 \sim \chi^2_{100}$ ,  $x_4 \sim tstudent_2$ ,  $x_5 \sim$  una mixtura tal que el 50% de las veces se comporta como  $x_2$  y el 50% de las veces como  $x_3$ ,  $x_6$  es un promedio de  $x_4$  y  $x_5$  más un error normal con media 0 y desvío 0.1,  $y \sim exp(0.6)$  y finalmente  $\varepsilon \sim N(0, 1)$ .

## 1.1 Muestra de Tamaño 1000

Siguiendo los pasos de ayudantía se crearon las variables y luego se graficaron.

Figure 1.1: Histograma Distribuciones Muestra de 1000



## 1.4 Estadísticos de cada Variable

Se estimaron los estadísticos para cada variable, para 1000 muestras de 100 unidades cada una extraídas aleatoriamente con la función *random* creada previamente. Note que estos valores fueron calculados con una *semilla* de Matlab, que permite que en distintas ejecuciones se repitan los resultados aleatorios. Los estadísticos encontrados fueron:

Table 1.1: Estadísticos encontrados

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
Media	4.50	2.99	100.00	-0.02	51.49	25.74
Mediana	4.50	3.00	99.39	-0.01	40.03	20.38
Mínimos	1.00	-5.34	47.31	-171.52	-5.34	-83.95
Máximos	8.00	12.05	166.21	163.86	163.78	102.17
Varianzas	0.13	0.32	873.96	714.94	12,032	839.14
Percentiles 25	2.55	1.47	88.94	-0.95	2.73	1.32
Percentiles 75	6.44	4.53	110.56	0.93	101.28	50.71

## 1.5 Vector de Estimadores $\hat{\beta}$

Ejecutamos la función *random* creada previamente que permite generar una muestra consistente con las distribuciones de cada variable. Ejecutamos entonces la función *random* para una sola muestra y para un tamaño de muestra de 10,000.

Los resultados encontrados fueron los presentados en la Tabla 1.2 y fueron calculados con la clásica fórmula de  $(X'X)^{-1}(X'y)$ .

Table 1.2: Estadísticos encontrados

	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$
Estimación OLS	1.723	-0.012	0.002	0.000	0.096	0.092	-0.183

## 1.7 Distribución Estimadores $\hat{\beta}$

Creamos la función *montecarlo* para resumir este algoritmo. Al ojo pareciera que las funciones distribuyen cada vez más Normal a medida que aumenta el tamaño de muestra. Esto se debe a la propiedad de Normalidad Asimptótica del estimador  $\beta_{OLS}$ .

Esta señala que la distribución del  $\beta_{OLS}$  converge aproximadamente a una normal a medida que  $N \rightarrow \infty$ . Esto se puede demostrar usando el Teorema Central del Límite.

Figure 1.2: Histograma Distribuciones 1000 Muestras de 100

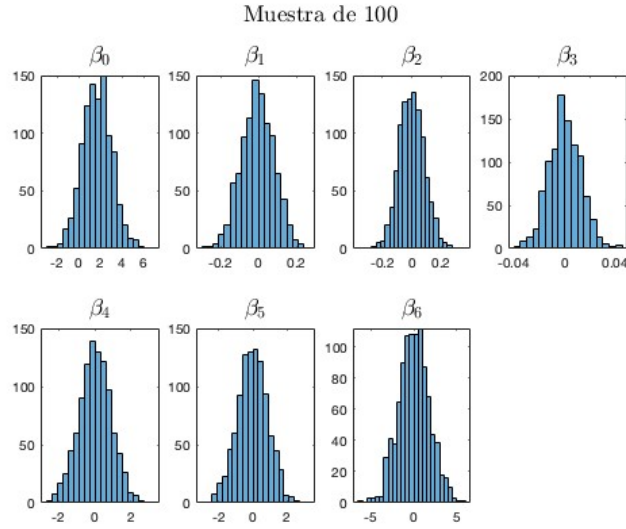


Figure 1.3: Histograma Distribuciones 1000 Muestras de 1,000

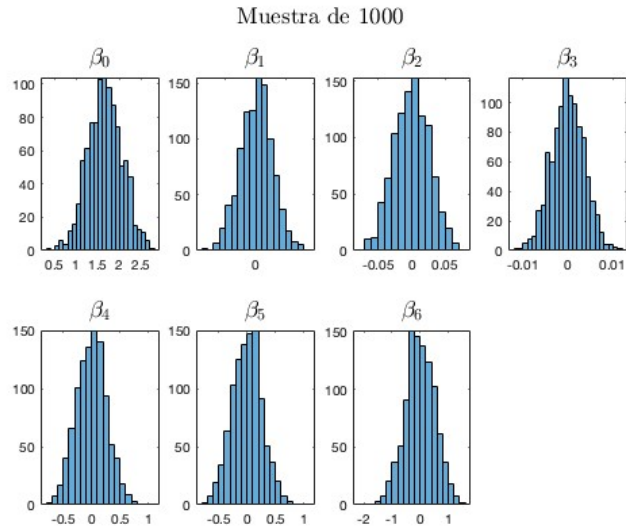


Figure 1.4: Histograma Distribuciones 1000 Muestras de 10,000

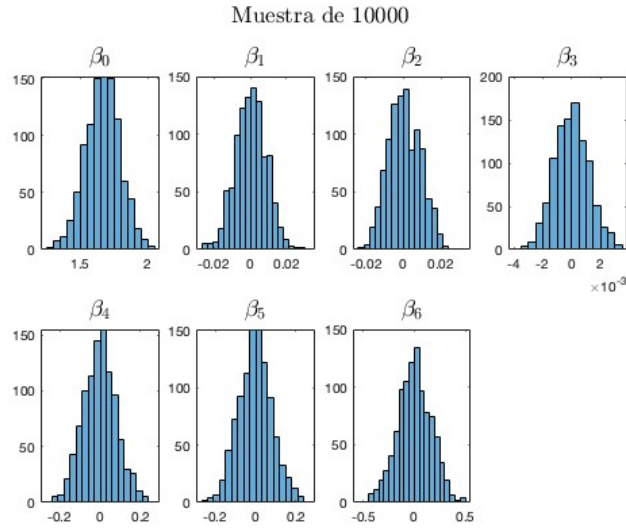
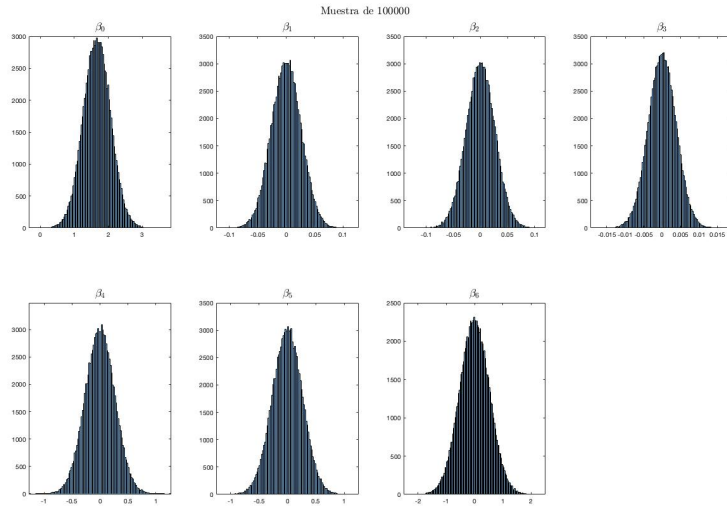


Figure 1.5: Histograma Distribuciones 1000 Muestras de 100,000



Las distribuciones están centradas en el cero salvo por el intercepto. Al parecer ninguna de las distribuciones captura razonablemente bien la distribución de la variable dependiente. Esto tiene especialmente sentido cuando vemos cómo distribuyen

las variables en el acápite 1 de esta pregunta, algo nada que ver a la distribución exponencial de  $y$ . Como bien sabemos por la fórmula del estimador de  $\beta_{OLS}$ , en cierto sentido el estimador de cada regresor se hace cero si la covarianza con la variable dependiente es nula; eso es lo que observamos.

## 1.8 Estimando $\hat{\beta}_{OLS}$ con $\hat{y}$

Para responder a esta pregunta se hicieron predicciones de la variable dependiente con cada muestra las cuales se calcularon con un ruido blanco igual para todas. Los gráficos encontrados para cada tamaño de muestra son los siguientes:

Figure 1.6: Histograma Distribuciones 1000 Muestras de 100

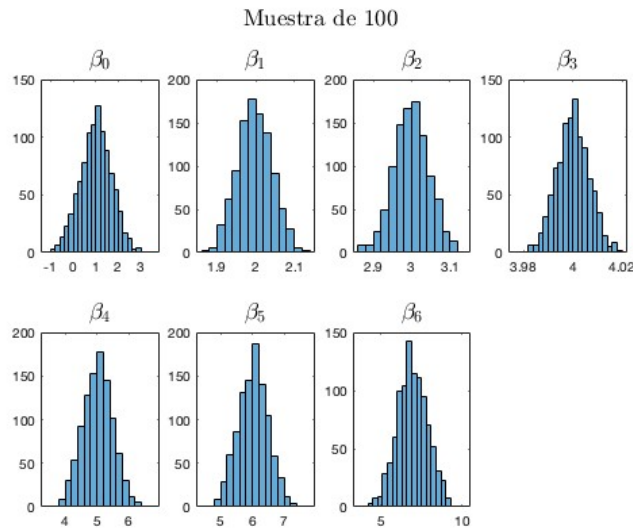


Figure 1.7: Histograma Distribuciones 1000 Muestras de 1,000

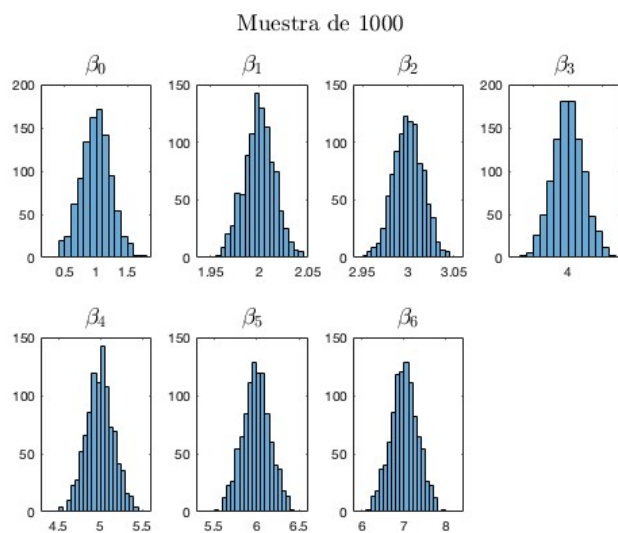


Figure 1.8: Histograma Distribuciones 1000 Muestras de 10,000

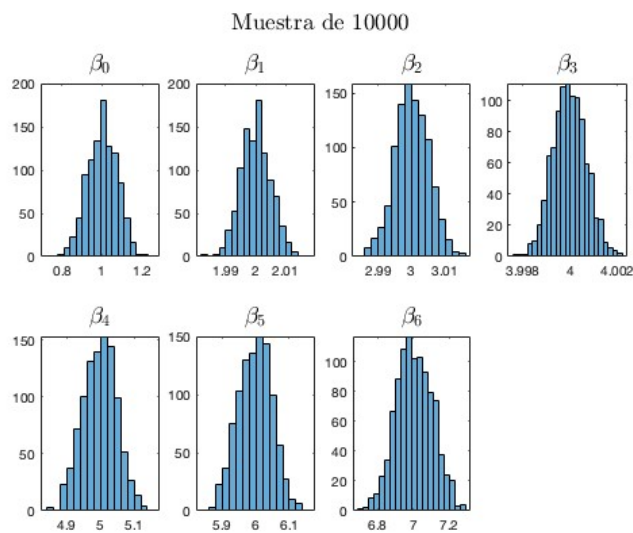
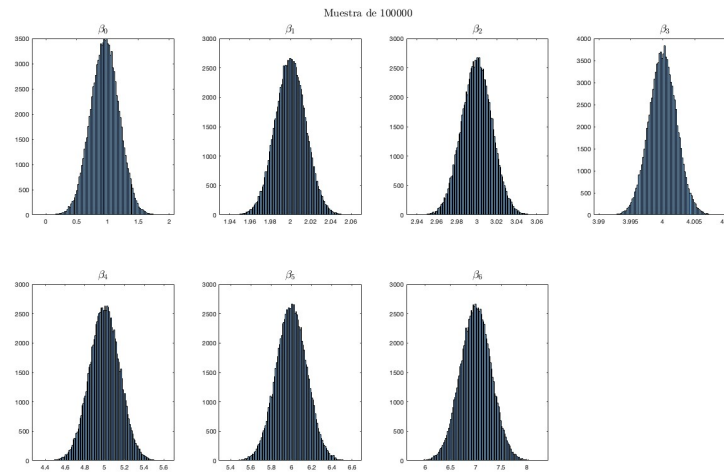


Figure 1.9: Histograma Distribuciones 1000 Muestras de 100,000



Vemos ahora que las distribuciones están centradas con respecto al respectivo valor del vector de  $\beta_{OLS}$  entregado en el enunciado. Esto ocurre porque en este caso la variable  $y$  corresponde a una mixtura entre cada una de las variables  $x_{1-6}$  y entonces cada una explica la varianza de  $y$  según el valor que la pondera. A diferencia de antes, ahora la correlación de los regresores (conjuntamente) con la variable dependiente sería prácticamente 1 (el ruido blanco impide la equivalencia). Dicho en otras palabras, si calculáramos ahora el  $R^2$  de la especificación tendríamos un valor “grande” y antes un valor “pequeño”.

## 2 *Detrending*: Hodrick-Prescott Filtering

En este ejercicio se hace una presentación del famoso filtro *HP*, cómo implementarlo sobre una serie de tiempo y se aplica a una serie en particular: el precio del cobre. Se descargaron las 3 bases solicitadas en excel con formato mensual y para los periodos comprendidos entre enero del año 2000 hasta marzo del 2022. Estas bases fueron llamadas *pcu*, *brent* e *ipc*. Luego se ajustaron ciertos detalles<sup>1</sup> en las bases de datos dentro de Excel para luego importarlas de manera sencilla en Matlab.

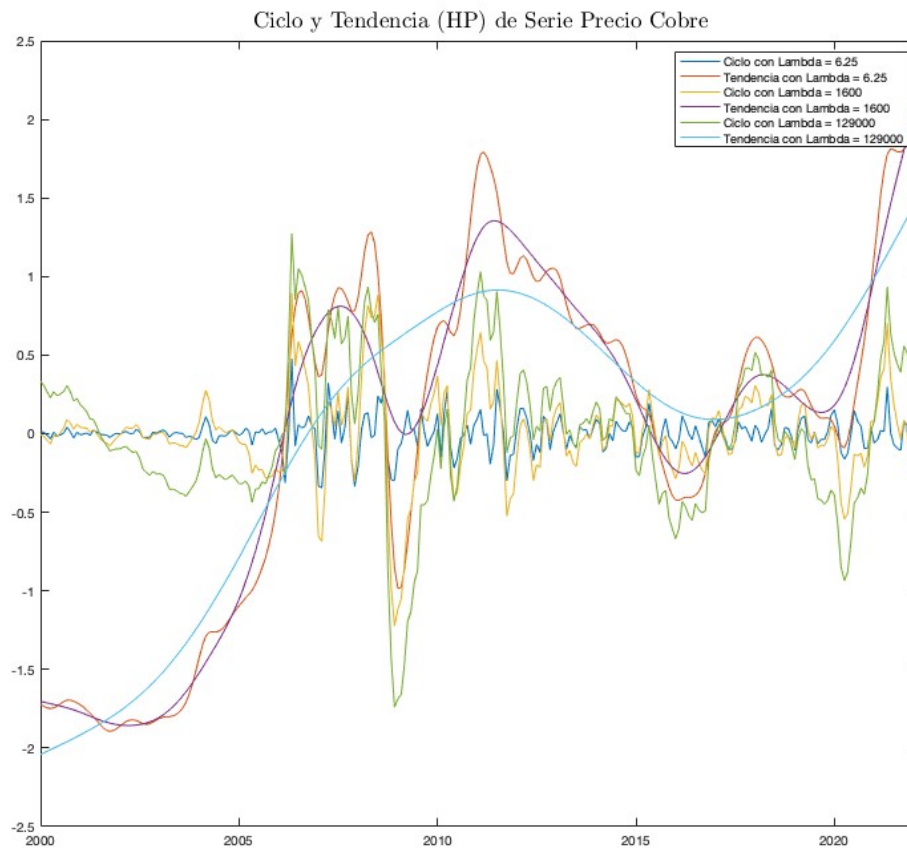
<sup>1</sup>Se cambio el nombre de las columnas además de eliminar los títulos e información adicional.



## 2.3 Graficando la Serie con su Tendencia

Usando la función *HP* se separó la serie de su tendencia (suponiendo que el componente estacional es nulo como se sugiere en el enunciado) para distintos valores del parámetro de sensibilidad  $\lambda$ . Estos valores representan los clásicos valores utilizados en Macroeconomía Aplicada. En particular el primer valor del vector se utiliza para series con datos anuales, el segundo para series trimestrales y el último para datos mensuales. En este ejercicio en particular dado que tenemos la serie de precio mensual la tendencia mejor calculada sería la que más penaliza cambios en la velocidad de la tendencia es decir el tercer valor. Por interés propio se hizo el gráfico para las 3 series de tiempo, acá se presenta solo el solicitado.

Figure 2.1: Histograma Distribuciones 1000 Muestras de 100,000



Podemos observar que las tendencias rojas y moradas (calculadas con los dos primeros valores de  $\lambda$ ) fluctúan más que la —en teoría preferida— tendencia celeste. Se puede observar además que los conjuntos tendencia + ciclo respectivos son en cierto sentido inversamente proporcionales, en el sentido que más volatilidad de la tendencia permite un ciclo más estable. Lo anterior parece sugerir que un ciclo más estable, o más limpio de ruido, es mejor. Sin embargo, no debemos olvidar el sentido económico de agregar una tendencia y no “tentarse” por los números estadísticos ideales. Por último, note que en el primer y último periodo el filtro HP tiende a hacer “cosas raras” este es un defecto conocido de este, lo cual nos puede traer problemas a la hora de hacer *forecasting* o *backcasting*.

## 2.4 Estimación OLS Modelos Económicos

Los resultados obtenidos son presentados en la Tabla 2.1.

Table 2.1: Estimaciones Regresiones OLS		
VARIABLES	M1	M2
	Inflation	Inflation
Lagged Inflation	0.390	0.421
Copper Price	-0.027	
Lagged Copper Price	0.085	
Brent Price		0.014
Lagged Brent Price		-0.012
Constant	0.031	0.041
Observations	266	266

A partir de estas estimaciones no podemos decir mucho. Lamentablemente no tenemos manera alguna de hacer inferencia con la información presentada (y solicitada). Por esta razón, en lo que sigue se hará un análisis bruto de la dirección de los efectos y la magnitud (en valor absoluto) de estos mismos.

- Modelo 1: Para este modelo vemos que la inflación anterior parece predecir en algún nivel la inflación actual. Es decir parece haber una cierta persistencia de la inflación. Por otro lado, el precio del cobre del mismo periodo parece correlacionarse negativamente con la inflación.

Honestamente no se me ocurre mucha interpretación económica para este efecto ya que no hay mucho mecanismo presente en algo que ocurre al mismo tiempo

o simultáneamente. Sin embargo, es de esperar que el precio del cobre en el periodo pasado tenga un efecto positivo sobre la inflación, esto se puede explicar con la famosa Curva de Phillips, que señala a grandes rasgos, que si la demanda sube (desempleo bajo) la inflación debiera ser alta. Ergo, en un país como Chile si el precio del cobre sube, el siguiente periodo la demanda interna debiera ser mayor por un mayor ingreso general.

- Modelo 2: Tenemos ahora una prueba de que el resultado de la persistencia de la inflación es robusto a distintas especificaciones. Por otro lado, al igual que con el modelo 1 el precio del petróleo en el mismo periodo me cuesta encontrarle una explicación económica. Sin embargo, el precio del petróleo en el periodo anterior tiene sentido que tenga una relación negativa con la inflación del periodo siguiente ya que si el precio del petróleo sube es de esperar que en el siguiente periodo el ingreso disponible sea menor y que entonces la demanda agregada sea menor (IS-LM Model). El ingreso disponible debiera caer, ya que Chile es un país importador neto de petróleo, y es más, prácticamente no produce petróleo.

### 3 Raíces de una Función

En este ejercicio se nos presentan dos formas de encontrar las raíces de una función vía métodos de aproximación. El primero de estos es el de Newton Raphson (NR) y el segundo el de Bisección (BS). En un primer ejercicio se hace construir los algoritmos e implementarlos y luego en un segundo se pide aplicar estos métodos numéricos a un problema de física.

#### 3.1.2 Comparación resultados NR y BS

En la elaboración de ambos algoritmos se utilizó un nivel de tolerancia de  $10^{-42}$ . Para tener una mayor eficiencia y simpleza de código se crearon previamente archivos para cada una de las funciones y sus respectivas derivadas. Los resultados encontrados son los mismos con ambos métodos. Para la primera función se alcanza una raíz de -1.5214, para la segunda -1 y para la tercera 0.7598.

---

<sup>2</sup>Agregar un nivel de tolerancia mayor a cero fue clave para encontrar la raíz de la tercera función. El algoritmo NR no fue capaz de encontrar la solución con una tolerancia de cero.

### 3.1.3 Eficiencia Algoritmos

Al computar las derivadas de las funciones en archivos separados, el algoritmo NR es claramente más eficiente en alcanzar la solución. Sin embargo, en casos en que la derivada de una función no sea trivial de calcular o muy compleja de calcular es posible que el BS sea más eficiente que no la requiere. Note que esto se debe a que en los 3 casos propuestos en el enunciado, calcular  $x_{n+1}$  y revisar si la imagen de esta es cercana a cero es más fácil que: encontrar el valor promedio entre las cotas del intervalo actual, calcular la imagen de ese punto, comparar el signo con las imágenes de las cotas y luego actualizar según el resultado anterior para analizar si el error de aproximación es suficientemente pequeño.

A modo extra, computé el tiempo que tardan en calcular las 3 raíces, las funciones *NR* y *BS* creadas para el próximo acápite. Usando este *approach cronométrico* observamos que la función NR tarda menos en encontrar las raíces de las 3 funciones que la función BS.

#### 3.2.1 Tiempo $t^*$

Para responder esta pregunta se usaron las funciones creadas previamente para encontrar la raíz de la derivada de la función  $h(t)$ . Para esto se crearon previamente en archivos .m separados la función y su derivada. El instante  $t$  en que la pelota alcanza la altura máxima es según ambos métodos numéricos: 0.4587.

#### 3.2.2 Altura Máxima

La altura máxima será la que se alcanza en el instante  $t^*$ . Esta se encuentra evaluando la función  $h(t)$  en  $t = t^*$ . El resultado encontrado es: 1.5321 independiente del método numérico utilizado.

#### 3.2.3 Velocidad en $t^*$

Sabemos que al derivada de la altura (distancia) de la pelota con respecto al tiempo corresponde a la velocidad. Ergo, aprovechando que ya habíamos definido la derivada de la función  $h(t)$  evaluamos esta en  $t = t^*$  y encontramos que la velocidad en la altura máxima es (prácticamente)  $0^3$ .

---

<sup>3</sup>La solución de la función NR entrega una velocidad más cercana a 0 pese a tener el mismo umbral que BS.

Este resultado era de esperar ya que la pelota sube y sube hasta que la velocidad empieza a ser negativa (empieza a caer). Entonces en el momento en que alcanza su máximo tiene que ser cierto que la aceleración de la gravedad anuló todo el impulso original de la pelota, para que luego empiece a caer.

### 3.2.4 Caída Libre

Sí, podría utilizar las funciones NR y BS para estudiar la trayectoria de un objeto que cae libremente. A diferencia de antes tendremos que la raíz de la función  $h(t)$  de este caso, será el instante  $t$  en que la pelota deja de moverse, ya que al tocar el suelo no puede seguir cayendo. En este caso a diferencia de antes, al tocar el suelo debe ser cierto que la velocidad será máxima, ya que la pelota solo puede ganar velocidad a medida que cae por la aceleración de gravedad.

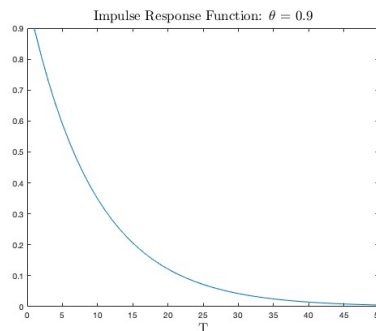
## 4 Introducción a Funciones Impulso Respuesta

En este ejercicio se presentan las funciones Impulso Respuesta (IRF) que permiten analizar el efecto que tiene un shock transitorio en el tiempo. Para ello hay que primero tener un cierto modelo que explique el proceso para así poder estimar el contrafactual y estimar la función IRF.

### 4.1 IRF para un Proceso AR(1)

Para materias de este ejercicio se simuló una serie partiendo de una semilla inicial  $x_0$  equivalente a 1. Luego para calcular la serie perturbada usé una semilla inicial de 2. La función IRF calculada se presenta en el siguiente gráfico:

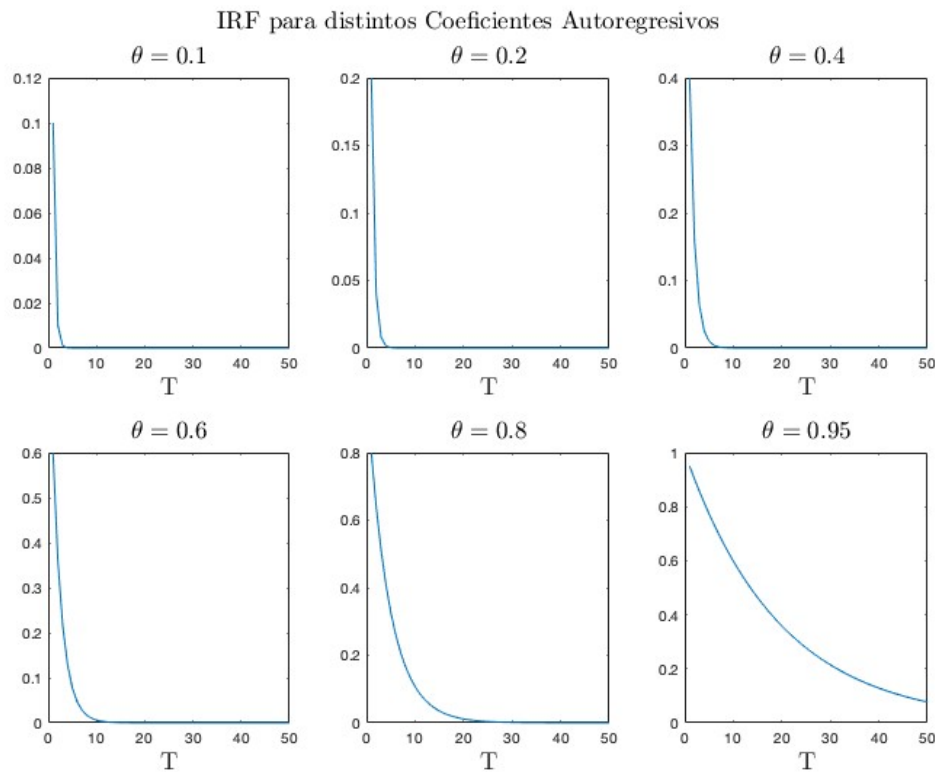
Figure 4.1: IRF proceso AR(1) con  $\theta = 0.9$



## 4.2 IRF para Distintos Procesos AR(1)

Para este ejercicio se hizo un algoritmo, que facilmente se pudo haber creado una función con, pero se prefirió dejar así para hacer más fácil de leer el código. Para cada valor de  $\theta$  dado por el vector, simulamos la serie para así luego poder calcular y graficar la IRF. El subplot con todas las IRF se presenta a continuación.

Figure 4.2: IRF proceso AR(1) con distintos  $\theta$



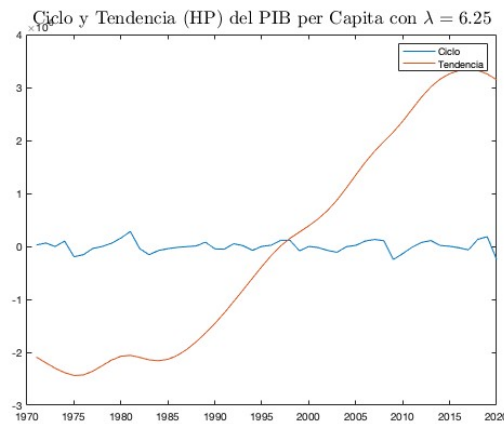
Podemos ver como a medida que el  $\theta$  crece la persistencia de los shocks es cada vez mayor. Esto se puede ver a través de las IRF ya que la diferencia entre la serie “shockeada” y su contrafactual tarda más en hacerse cero a medida que el coeficiente autorregresivo crece. Dicho en otras palabras, al tener más memoria la serie con respecto a su realización anterior, el efecto del shock tarda más en ser diluido.

Si bien no se presenta, es particularmente interesante analizar este ejercicio *plotando* ambas series de tiempo la “con shock” y su contrafactual. En ese análisis gráfico se puede ver fácilmente como el efecto se diluye rápidamente en las series simuladas.

## 4.4 Filtro HP a PIB per Cápita Chile

Se aplicó la función HP a la serie descargada de la web del Banco Mundial con el código del enunciado. Esta corresponde a la suma bruta del producto agregado por todos los residentes de la economía más cualquier impuesto al producto y menos cualquier subsidio no incluido en el valor de los productos. El Banco Mundial calcula el PIB per cápita dividiendo el producto por la *midyear population*. Esta serie se calcula con moneda local constante. La descomposición vía HP (considerando factor estacional nulo) se representa en la siguiente figura y fue calculado con un parámetro de sensibilidad de  $\lambda = 6.25$  dada la naturaleza mensual de la serie.

Figure 4.3: Ciclo + Tendencia PIB per Cápita



## 4.5 Estimación Coeficiente Autorregresivo

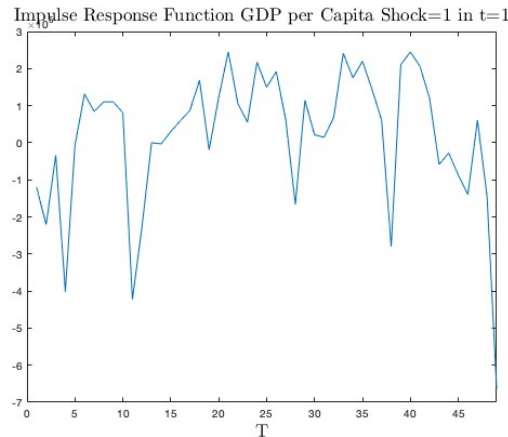
En la pregunta anterior vimos como la descomposición de la serie reflejaba una clara tendencia positiva que es señal de una serie claramente no estacionaria. Por esta razón la estimación vía OLS del coeficiente autorregresivo no será correcta. Sin embargo, se estimó este coeficiente para la serie completa y no para el ciclo dado que eso es lo que se nos pedía.

Haciendo caso omiso de lo anterior, el coeficiente  $\theta$  estimado fue de 1.0191. El hecho de que este valor sea mayor a 1 es nuevamente indicatriz de lo observado en la Figura 4.7, es decir, que la serie es no estacionaria. Entonces, tendremos que la serie no converge a un valor en estado estacionario.

## 4.6 IRF del PIB per Cápita para Coeficiente $\theta = 1.01$

Se simuló la serie agregando un shock de magnitud 1 en  $t=1$ . Pese a que la magnitud es desproporcionadamente menor a los valores de la serie, podemos ver con la IRF como el shock es transmitido en el tiempo, teniendo una memoria importante (señal también de no ergodicidad).

Figure 4.4: IRF Serie PIB per Cápita



Se grafica esta para solo 50 periodos para ser coherente con las IRF previamente graficadas. Claramente el shock no se diluye en el tiempo, sin embargo pareciese que el coeficiente autorregresivo no es lo suficientemente mayor como para hacer que el *shock* arroje diferencias explosivas.

## 4.7 IRF del PIB per Cápita para distintos $\theta$

Para esta respuesta usé dos tipos de  $\theta$  los menores que 1 (usando los mismos valores de la pregunta 4.2) y los mayores que 1. En estas se puede observar claramente como con los valores menores que 1 las IRF parecen caer cada vez más rápido a medida que el coeficiente autorregresivo es más cercano a 0. Por otro lado, para valores de  $\theta$  mayor o iguales a 1 podemos ver como las IRF explotan más fuertemente a medida que este es mayor. Lo anterior es de esperar dado que los shocks no solo serán perdurables, sino que además su efecto se irá amplificando con el tiempo.



Figure 4.5: IRF Serie PIB per Cápita con Valores de  $\theta < 1$

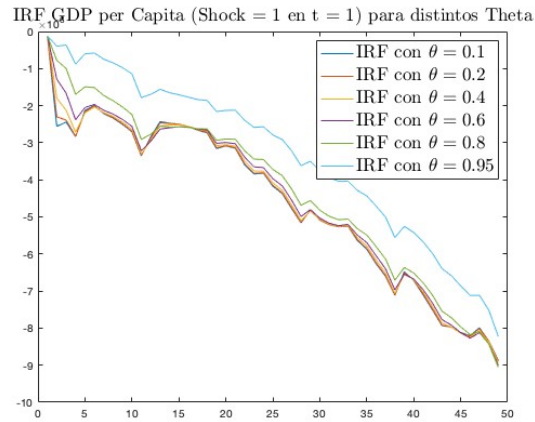
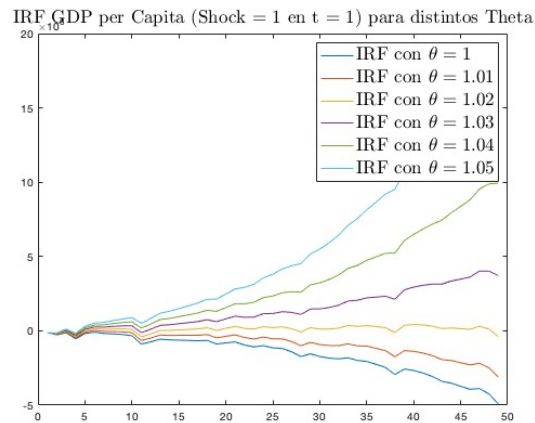


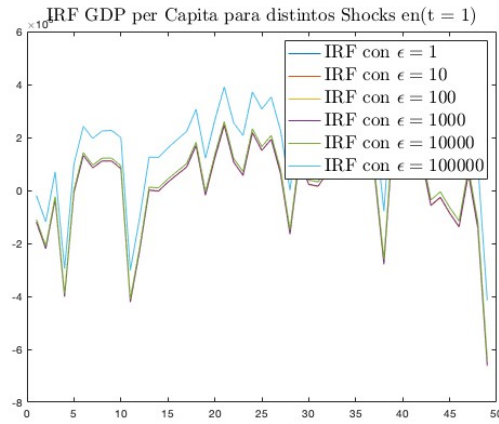
Figure 4.6: IRF Serie PIB per Cápita con Valores de  $\theta \geq 1$



## 4.8 IRF Serie PIB per Cápita para Distintos Shocks

En esta pregunta se hizo variar solo la magnitud del shock transitorio pero se mantuvo el timing de este en  $t=1$  y el coeficiente autorregresivo estimado vía OLS en la sección 4.5. Se usaron shocks de  $10i$  con  $i \in \{0, 5\}$ . Las distintas IRF obtenidas se presentan a continuación.

Figure 4.7: IRF Serie PIB per Cápita con Distintos valores de  $\varepsilon$



Se puede notar claramente como una mayor magnitud de shock hace que la IRF sea cada vez más lejana de cero. Sin embargo los traslados de las IRF son paralelos para los distintos  $\varepsilon$ , ya que el coeficiente autoregresivo es el mismo y entonces lo único que genera con una mayor magnitud de shock es trasladar (o cambiar el intercepto) de la serie de tiempo.