Pontificia Universidad Católica de Chile

Tarea 3 Teoría Macroeconómica I
Incertidumbre

Profesor: Alexandre Janiak

Alejo Eyzaguirre y Pedro Fernández

June 13, 2022

Contents

1 Ausencia de Gobierno

Considere una economía sin impuestos ni transferencias. Considere el problema en equilibrio parcial y la resolución numérica de un agente representativo. Para esto, asuma que $r = 0.03$ y $w = 1$. Para las siguientes preguntas utilice una grilla de activos de $A[0, 30]_{1\times1001}$.

1.1 Resolución Numérica con Incertidumbre

Desarrollado en Matlab usando función *value* de la Ayudantía 6 la cual fue debidamente entendida y comentada.

1.2 *Policy Functions* de Consumo y Activos

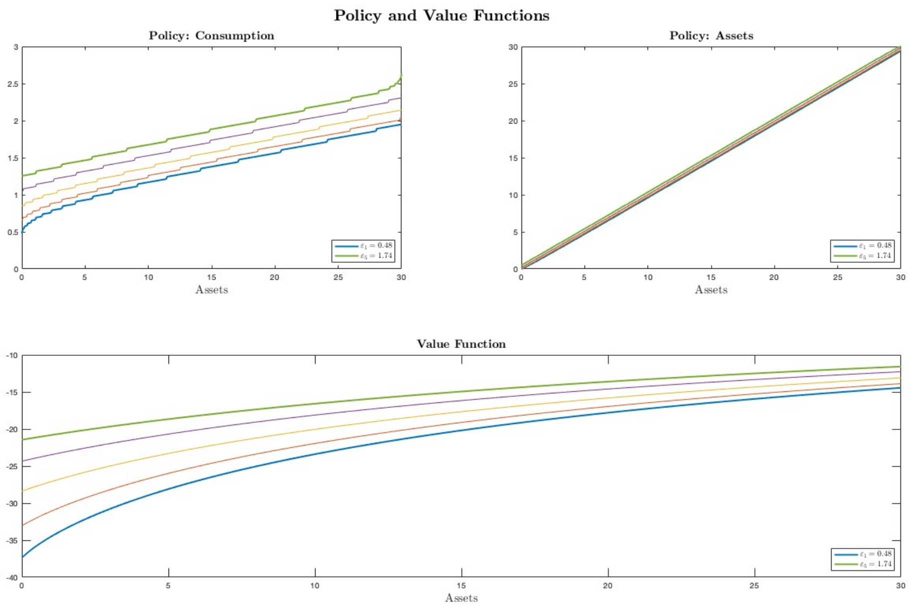
A partir de la resolución numérica del agente podemos extraer la *Policy Functions* de Activos y Consumo representadas en la Figura 1.1. Estas funciones representan los valores que maximizan el valor esperado de la suma de sus flujos de utilidad por consumo, descontándolos por un factor de descuento β, para cada posible valor de la variable de estado (a) determinado por la grilla de activos $A[0, 30]_{1\times1001}$ y para cada uno de los posibles estados de productividad ε_t.

En los dos paneles de arriba de las *Policy Functions* de Consumo y Activos podemos observar que a un mayor nivel de productividad para cada valor de la variable de estado siempre se consume / ahorra más. Dicho en otras palabras, como una mayor productividad implica un mayor ingreso, este mayor ingreso permite un mayor consumo en el periodo y a la vez una mayor oferta de activos para el siguiente periodo sin importar el estado actual. Lo primero es lógico; un mayor ingreso implicará un mayor consumo dependiendo de la duración del shock, y como la persistencia es alta entonces el shock es "más permanente que transitorio" y los agentes entonces consumen más.

Por otro lado, lo segundo se debe a que para suavizar consumo, los agentes deben consumir una cierta cantidad y si tienen un nivel de productividad alto, para el siguiente periodo querrán (y podrán) ahorrar aún más dado que hay una probabilidad de salir de ese estado de productividad similar para cada estado.

Por último, ambas policy functions son crecientes en el nivel de activos o de la variable de estado A dado que un mayor stock de ahorro acumulado implica necesariamente una mayor capacidad para consumir más en todos los periodos (dado que

Figure 1.1: Policy and Value Functions



suaviza consumo) y a la vez ahorrar más por los temas precautorios que le aquejan[1].

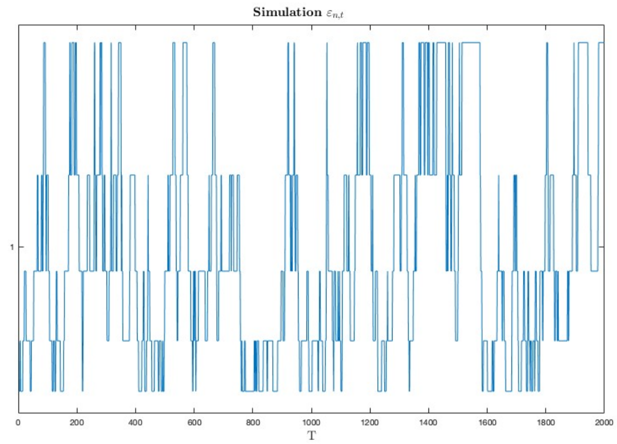
1.3 Simulación Trayectorias $\varepsilon_{n,t}$

Para simular la trayectoria de shocks de productividad del agente se utilizó (y entendió) la función *distest* de la ayudantía. En la Figura 1.2 se ilustra la trayectoria (discreta) de shocks del agente y como este va alternando de un estado de productividad a otro en sus 2.000 periodos de vida con cierta persistencia en cada uno de sus "paraderos"[2]. Note que si hubiésemos aumentado el nivel de persistencia las transiciones de un estado a otro hubieran sido menos frecuentes. Es más, en el extremo en que $\rho = 1$ no habrían saltos sino que una trayectoria constante e inamovible en el mismo nivel de productividad para cada agente. En este último caso, la incertidumbre del problema desaparecería.

[1] Más sobre *Precautionary Savings* en la Pregunta 2.3.

[2] Note que si bien la trayectoria de productividad se ve poco persistente, esto se debe a dos factores: que los niveles de productividad son 5 (discreto) y que al haber 2000 periodos los periodos parecen de persistencia parecen ser cortos pero no lo son si se hace un poco de zoom.

Figure 1.2: Simulación Trayectoria Shocks de Productividad



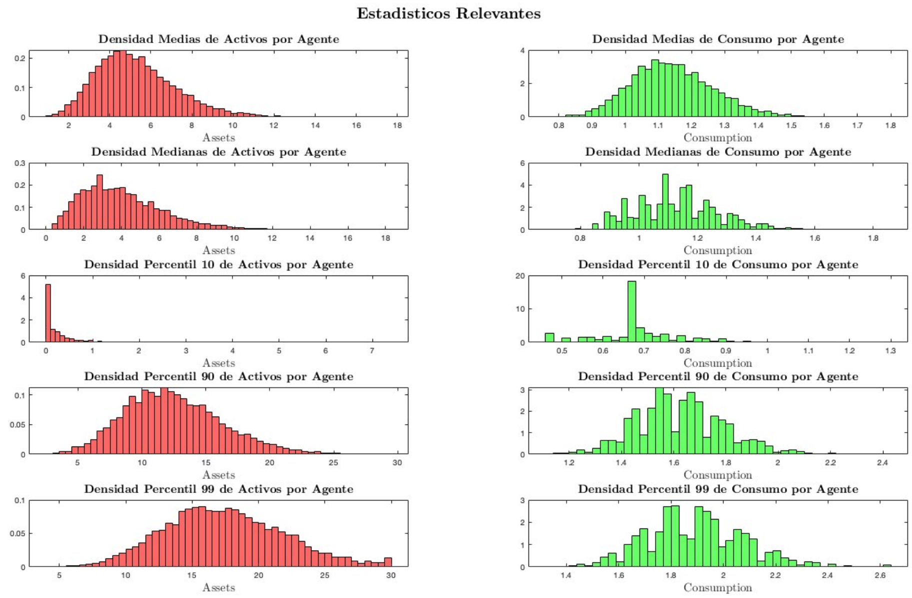
1.4 Panel de Consumo y Activos

Para construir el Panel de Consumo de cada Agente fue necesario previamente estimar el Panel de Activos de cada Agente. Los ingredientes para esta operación son principalmente la trayectoria de (posiciones) activos A_p obtenida en la Pregunta 1.1 junto a la Trayectoria de *Shocks* del acápite anterior. El procedimiento consistió en ir viendo el nivel de activos óptimo escogido por cada agente según el nivel de productividad que tiene asignado por su trayectoria de productividades (*e.g.*, la Figura 1.2) en cada periodo. Es decir, un agente i en el periodo t elige un nivel de activos óptimo a' para el siguiente periodo según la *policy function* específica al shock de productividad $\varepsilon_{i,t}$ que tiene o "le tocó" en ese periodo.

Las distribuciones de los distintos estadísticos computados para cada uno de los 10.000 agentes en sus últimos 1.000 periodos se encuentra en la Figura 1.3. No se nos solicitaba comentar en este acápite por lo que solo se presenta la Figura de manera ordenada con los estadísticos para los activos a la izquierda y para el consumo a la derecha.

Adicionalmente se computaron los estadísticos solicitados en esta pregunta para todos los niveles de consumo y activos de la muestra de 10.000 agentes en los últimos 1000 periodos. Estos resultados coinciden con los de la Tabla 1.1 con un nivel de $\sigma_\mu = 0.12$, es decir, los de la tercera fila de la Tabla.

Figure 1.3: Distribución Estadísticos de cada Agente



1.5 Variando σ_μ

En este acápite se computaron los 5 estadísticos solicitados para cada uno de los niveles de volatilidad σ_μ solicitados. La metodología utilizada fue equivalente a la anterior haciendo variar el parámetro de volatilidad que afecta la matriz de transición y los estados de productividad, por lo que alteran los resultados como un todo. Los resultados obtenidos para los activos se encuentran en la Tabla 1.1 y para el consumo en la Tabla 1.2.

Para los activos podemos observar como ante una mayor volatilidad de la productividad, y por ende valores de productividad más lejanos entre sí, tendremos que la distribución en promedio se moverá más hacia mayores niveles de activos. En cierto sentido podemos decir —solo a partir de los estadísticos computados— que aumenta en general el ahorro en la economía con mayores niveles de σ_μ.

Este resultado se explica por una mezcla entre las restricciones financieras y la prudencia que caracteriza a la función de utilidad del enunciado que derivan en un mayor nivel de ahorro precautorio o *buffer stock* (más sobre esto en la Pregunta 2.3).

Para el consumo en cambio una mayor volatilidad implica mayores niveles de consumo en la parte superior de la distribución y en la parte central pero valores aún

Table 1.1: Momentos Computados para Distintos σ_μ: Activos

Valor de σ_μ	**Media**	**Mediana**	**Perc. 10**	**Perc. 90**	**Perc. 99**
$\sigma_\mu = 0.10$	3.37	2.10	0.00	8.76	14.88
$\sigma_\mu = 0.11$	4.28	2.85	0.03	10.77	18.15
$\sigma_\mu = 0.12$	5.28	3.72	0.06	12.90	21.36
$\sigma_\mu = 0.13$	6.29	4.56	0.12	15.15	24.42
$\sigma_\mu = 0.14$	7.38	5.58	0.24	17.40	27.21
$\sigma_\mu = 0.15$	8.32	6.45	0.33	19.47	28.80
$\sigma_\mu = 0.16$	9.32	7.50	0.48	21.42	29.52
$\sigma_\mu = 0.17$	10.13	8.34	0.60	22.89	29.88
$\sigma_\mu = 0.18$	10.95	9.27	0.75	24.30	30.00
$\sigma_\mu = 0.19$	11.70	10.14	0.96	25.47	30.00

menores en la parte inferior de la distribución. Una posible explicación para este resultado *desigualizante* es que al haber mayor volatilidad, nuestros agentes “suavizadores de consumo” querrán mantener una trayectoria de consumo plana en el tiempo por lo que cuando los agentes están en un estado de productividad (persistente) bajo tendrán incentivos a ahorrar más dado que hay una alta probabilidad de estar más de un periodo en ese nivel “muy bajo” de productividad por la mayor volatilidad.

Table 1.2: Momentos Computados para Distintos σ_μ: Consumo

Valor de σ_μ	**Media**	**Mediana**	**Perc. 10**	**Perc. 90**	**Perc. 99**
$\sigma_\mu = 0.10$	1.09	1.08	0.72	1.51	1.79
$\sigma_\mu = 0.11$	1.11	1.11	0.69	1.57	1.91
$\sigma_\mu = 0.12$	1.14	1.13	0.66	1.65	2.04
$\sigma_\mu = 0.13$	1.17	1.15	0.63	1.72	2.13
$\sigma_\mu = 0.14$	1.20	1.17	0.61	1.81	2.25
$\sigma_\mu = 0.15$	1.22	1.18	0.62	1.87	2.37
$\sigma_\mu = 0.16$	1.25	1.21	0.60	1.94	2.52
$\sigma_\mu = 0.17$	1.27	1.22	0.61	1.99	2.71
$\sigma_\mu = 0.18$	1.29	1.24	0.59	2.03	3.00
$\sigma_\mu = 0.19$	1.31	1.25	0.57	2.09	3.10

Por otro lado, también será cierto que tendrán la posibilidad los agentes de estar en niveles de productividad más altos con la mayor volatilidad, pero en ese caso querrán también ahorrar para suavizar consumo por esa razón el efecto parece ser positivo en el consumo en general (media y mediana aumentan). Recopilando, pareciera que la mayor volatilidad es en general un shock positivo —más permanente que transitorio— al ingreso ya que en promedio parece aumentar los niveles de consumo de la economía.

1.6 Variando ρ

Al igual que en la pregunta anterior se computaron los 5 estadísticos para todos los niveles de activos y de consumo para la muestra de 10.000 agentes en sus últimos 1000 periodos. Los estadísticos se presentan en la Tabla 1.3 para los Activos y en la Tabla 1.4 para el Consumo.

En primer lugar, se puede observar que para los activos la distribución parece desplazarse hacia los lados pero dejando inmóviles a los que "menos ahorran". Es decir la gente parece ahorrar niveles igual de bajos pero niveles aún mayores ante aumentos de la persistencia ρ de los estados. Una posible explicación para este resultado es que al haber mayor persistencia los agentes "suavizadores de consumo" querrán aprovechar más sus estados de productividad altos y así ahorrar mayores niveles en esos estados de bonanza productiva. Por otro lado, los niveles de ahorro bajo se mantienen más o menos fijos (percentil 10) dado que tener productividades persistentes bajas no implicará un menor ahorro todavía, sino más bien un desahorro del stock de activos acumulado en tiempos malos que se dosifica por más periodos dada la persistencia. Por la razón anterior, el percentil 10 no crecerá junto a los demás estadísticos computados con ρ.

Table 1.3: Momentos Computados para Distintos ρ: Activos

Valor de ρ	**Media**	**Mediana**	**Perc. 10**	**Perc. 90**	**Perc. 99**
$\rho = 0.90$	1.74	1.29	0.03	4.20	7.08
$\rho = 0.91$	1.98	1.44	0.03	4.74	7.98
$\rho = 0.92$	2.30	1.65	0.03	5.52	9.30
$\rho = 0.93$	2.71	1.92	0.03	6.57	11.04
$\rho = 0.94$	3.30	2.34	0.03	8.01	13.47
$\rho = 0.95$	4.08	2.88	0.06	9.99	16.71
$\rho = 0.96$	5.26	3.69	0.06	12.93	21.30
$\rho = 0.97$	6.75	4.59	0.06	17.01	26.94
$\rho = 0.98$	7.47	4.47	0.00	20.22	29.73

Por otro lado, los niveles de consumo parecieran aumentar en su distribución cada vez más desigual con los mayores ρ. Los momentos centrales parecen mantenerse quietos mientras que las colas se expanden hacia los lados achatando la distribución. La intuición económica tras este resultado viene dada por el hecho de que tendremos agentes que caen en un estado de productividad alto que es (cada vez más) persistente mientras que otros caen en uno bajo también persistente. De esta manera, es de esperar que se observen menores y mayores niveles de consumo en la muestra de 10.000 individuos y 1000 (últimos) periodos. Al parecer los niveles de consumo mayores parecen ser más que los menores, ya que la media crece monótonamente con ρ por lo que se podría interpretar como un shock —más permanente que transitorio— al ingreso.

Table 1.4: Momentos Computados para Distintos ρ: Consumo

Valor de ρ	**Media**	**Mediana**	**Perc. 10**	**Perc. 90**	**Perc. 99**
$\rho = 0.90$	1.04	1.07	0.78	1.27	1.40
$\rho = 0.91$	1.05	1.06	0.77	1.29	1.45
$\rho = 0.92$	1.06	1.07	0.76	1.33	1.51
$\rho = 0.93$	1.07	1.08	0.74	1.37	1.58
$\rho = 0.94$	1.09	1.09	0.72	1.43	1.68
$\rho = 0.95$	1.11	1.10	0.70	1.51	1.83
$\rho = 0.96$	1.14	1.13	0.66	1.65	2.04
$\rho = 0.97$	1.18	1.14	0.61	1.86	2.32
$\rho = 0.98$	1.19	1.05	0.50	2.17	2.86

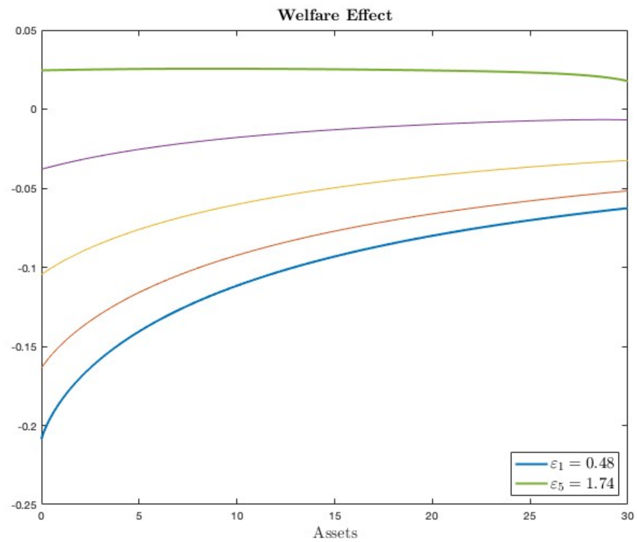
1.7 Cambios en Bienestar

La medida de bienestar entregada permite comparar dos casos o estados de la economía y ver en que caso están mejor los agentes. Al ser una medida de bienestar o utilidad es "más correcto" analizar esta medida para decir que un cambio es mejor o peor que simplemente comparar estadísticos o momentos de una variable como el consumo o el stock de activos. En este caso en particular analizamos el efecto que tiene en la economía, en términos de bienestar, un aumento de la incertidumbre para los agentes. A modo de hacer más ilustrativo el resultado se graficó el Efecto en Bienestar en la Figura 1.4.

En esta se observa que para niveles (muy) altos de productividad un aumento en la incertidumbre no afecta mucho el bienestar de los agentes. Lo anterior tiene sentido dado que es de esperar que, *Bill Gates* por ejemplo con altos niveles de productividad y por lo tanto ingreso (por periodo), no sufra mucho[3] por un cambio repentino de

[3]Note que *Bill Gates* no solo no se vería afectado para ningún nivel de activos, sino que incluso favorecido ya que a mayor volatilidad recibe un ingreso sustancialmente más alto que con menor volatilidad. El mayor ingreso compensa la incertidumbre que implicaría caer a un estado aún

Figure 1.4: Efecto en Bienestar $\Delta^+\rho$



volatilidad sin importar el nivel de activos que tenga acumulado. Por otro lado, un agente de baja productividad y entonces de bajo ingreso sí se verá más afectado por este cambio, que lo lleva a tener aún menores ingresos, ya que tiene poca probabilidad de alcanzar en el siguiente periodo un estado alto de productividad por la persistencia del ejercicio.

Note adicionalmente que, las curvas no solo aumentan a medida que aumenta el estado de ε_t sino que también son menos dependientes o crecientes en el nivel de activos, que es la variable de estado. Esto se debe a la misma razón anterior. Al tener mayores niveles de productividad los agentes "suavizadores de consumo" son más capaces de "suavizar" este aumento en la volatilidad. Al mismo tiempo, un agente de baja productividad en un periodo específico pero con un alto nivel de activos acumulado (variable de estado) sufrirá menos por el aumento en la incertidumbre ya que también estará más preparado para "suavizar" las adversidades del ingreso aún menor y persistente que implicará el shock.

más bajo de productividad (aunque con bajísima probabilidad).

2 Ausencia de Gobierno en Equilibrio General

Suponga que $\exists$ una Firma Representativa, caracterizada por las siguientes ecuaciones:

$$
\begin{aligned}
Y &= K^{\alpha} L^{1-\alpha} \\
r &= \alpha \left(\frac{L}{K} \right)^{(1-\alpha)} - \delta \\
w &= (1-\alpha) \left(\frac{K}{L} \right)^{\alpha}
\end{aligned}
$$

2.1 Gráfica Oferta Activos vs Demanda Capital

Para lograr el objetivo se siguieron una serie de pasos que nos permitieron construir la Figura 2.1. Estos pasos fueron primero generar una grilla de tasas de interés para ir evaluando las funciones de Oferta de Activos y Demanda de Capital agregadas, luego generar las respectivas prealocaciones por temas de eficiencia. En tercer lugar, se calculó la matriz de transición y estados de productividad que no dependen de la tasa de interés sino que solamente de los coeficientes de persistencia y de volatilidad del proceso Autorregresivo de Orden 1 que los caracteriza. Posteriormente, se reutilizó el panel de shocks elaborado en la Pregunta 1 para así poder obtener el nivel de productividad promedio en el "estado estacionario" y así encontrar el nivel de trabajo L solicitado. Finalmente en un mismo *loop* que iteraba para cada valor de la grilla de tasa de interés se calculaba el Capital[4], el salario y la trayectoria de activos óptima para así construir los paneles de activos de cada uno de los 10.000 agentes para en última instancia extraer la demanda de activos en el SS de cada uno de ellos.

De esta manera fue posible tener un valor de demanda de Capital K y de la oferta agregada de activos para cada valor de la grilla de tasas de interés previamente definida. Note que las curvas y la tasa de interés de equilibrio dependerán del panel de shocks aleatorio y también de la semilla inicial utilizada para el panel de activos de los agentes, en nuestro caso definimos una semilla inicial de 3 de manera arbitraria.

En la Figura 2.1 se puede observar claramente el (neo)clásico *trade-off* entre la Demanda por Capital y la tasa de interés. Si bien, en este modelo el agente no es el

[4] La fórmula del capital se obtiene de despejar K de la Ecuación (6) del Enunciado:

$$K = \left(\frac{\alpha}{r+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} L$$

que invierte sino que la Firma Representativa por construcción se establece el trade-off vía la Ecuación (6) del enunciado. Esta esconde implícitamente la condición de primer orden del capital en un mercado competitivo en que se iguala el retorno neto de invertir en capital con el retorno de ahorrar en el sector financiero, que son implícitamente las únicas dos maneras posibles de posponer consumo en esta economía. De esta manera si el retorno en el sector financiero es mayor los agentes o firmas preferirán ahorrar que invertir en capital por lo que desinvertirán todo lo necesario para que así se vuelva a la condición de equilibrio en que se iguala las ganancias de invertir en capital (productividad marginal) pero descontando la pérdida de valor asociada que sufre este en el siguiente periodo con la tasa de interés de la economía.

Por otro lado, podemos observar como los agentes demandan más ahorro a medida que sube la tasa de interés en esta economía en que solo se puede ahorrar. La economía tras este resultado es básicamente que los agentes (todos ahorradores) al experimentar una subida de la tasa de interés querrán consumir relativamente más hoy que mañana (Efecto Sustitución) y a la vez querrán consumir más. En agregado al parecer el Efecto Sustitución domina al Efecto Ingreso ya que el ahorro aumenta con una mayor tasa de interés en la Figura 2.1. Este resultado se explica por los valores asignados a los parámetros de la función de utilidad principalmente.

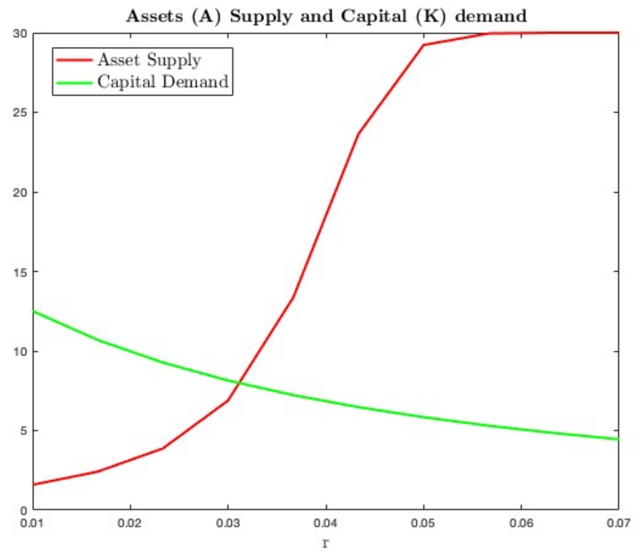
Al tener la demanda y la oferta pendientes de distinto signo, por razones económicas, en algún momento estas se cruzarán y determinarán la condición de equilibrio expresada en el acápite siguiente. A grandes rasgos esta parece estar cercana al 3% por lo que se usarán valores en torno a este para encontrar la tasa de interés de equilibrio con el algoritmo de bisección de manera más eficiente, computacionalmente hablando.

2.2 Tasa Interés de Equilibrio

Utilizando el Algoritmo de Bisección y la condición de equilibrio propuesta: $\frac{|A-K|}{K}$ encontramos la raíz de esta expresión y por ende la tasa de interés de equilibrio (general). Coherente con el gráfico anterior se encontró que esta era de un **3.13%**, la cual esta bastante cerca del 3% previamente predicho.

Esta tasa es relativamente más baja que las tasas de equilibrio encontradas en otras tareas que bordeaban el 9%. Este aumento se debe principalmente a que la economía no tiene deuda, sino más bien, solo ahorros. De esta manera los distintos agentes "heterogéneos" entre sí por el *shock* o trayectoria de productividades que les tocó, querrán ahorrar o consumir más en cada periodo con el mero objetivo de suavizar consumo. De esta manera en periodos malos (de productividad) querrán consumir y ahorrar menos que en periodos buenos, por lo que en equilibrio no todos querrán ahorrar sino que algunos querrán desahorrar también. Adicionalmente al afectar los

Figure 2.1: Tasa Interés Equilibrio *a priori*



consumidores la tasa de interés, también afectarán la demanda de capital (de manera positiva) por lo que su salario w aumentará, lo cual es también deseable y empujará a la tasa de interés de equilibrio a un nivel aún menor.

La raíz encontrada con el algoritmo de bisección representa una proxy de la intersección de las curvas de Oferta de Activos y Demanda por Capital representadas en la Figura 2.1. La condición de equilibrio se divide por K para así garantizar la convergencia del algoritmo, pero a costa de una menor precisión. Sin embargo, fijando un nivel de tolerancia o *stopping rule* muy bajo podríamos alcanzar la misma solución que imponiendo una condición de equilibrio de solamente $|A - K|$.

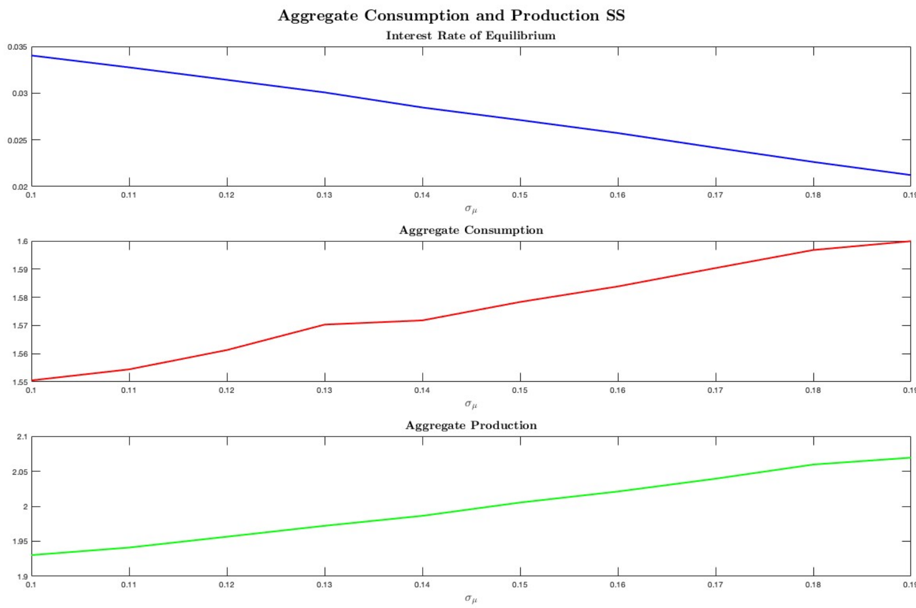
2.3 Consumo y Producción Agregada según σ_μ

En este acápite podremos observar claramente como la prudencia junto a las restricciones financieras[5] que caracterizan a esta economía permiten que exista ahorro precautorio en equilibrio. En la Figura 2.2 se relatan los resultados obtenidos.

Es claro como ante una mayor incertidumbre en las productividades de los agentes y por ende en los ingresos de estos mismos, existe un mayor deseo de ahorro como se ve en el panel superior de la Figura con una tasa de interés de equilibrio creciente en

[5]Note que la imposibilidad de acceder a deuda es también una restricción financiera en que el límite de deuda (b) es 0.

Figure 2.2: Cambios en Incertidumbre



σ_μ. Existen dos mecanismos tras este resultado que se entienden de mejor manera a partir de la Ecuación de Euler que caracteriza a este problema[6], con γ el multiplicador de Lagrange que acompaña a la restricción de deuda del problema ($a' \geq -b$):

$$u'(c) = \beta(1+r)\mathbf{E}[u'(c')] + \gamma \tag{1}$$

1. Prudencia: Note que la función de utilidad con $\sigma = 2$ cumple con las siguientes condiciones:

$$u'(c) = c^{-\sigma} > 0$$
$$u''(c) = -\sigma c^{-(1+\sigma)} < 0$$
$$u'''(c) = \sigma(1+\sigma)c^{-(2+\sigma)} > 0$$

   Podemos ver que si $u'''(c) > 0$ entonces ante una mayor volatilidad la esperanza de la utilidad marginal del consumo aumentará. Dicho lo anterior podemos ver en la Ecuación 1 que —*ceteris paribus*— el lado derecho crece con una mayor volatilidad y entonces se consume menos hoy, o más bien, se ahorra más hoy.

[6] Se puede obtener a partir de la técnica de Lagrange con Teorema de la Envolvente a partir de las Ecuaciones (1) y (2) del Enunciado como se hizo múltiples veces en el transcurso del curso (e.g., Ayudantía 7), por lo que acá se omite el procedimiento para obtenerla.

2. Restricciones Financieras: Note que si no tuviéramos prudencia también podríamos tener el mismo Ahorro Precautorio que se observa en la Figura 2.2. Por ejemplo, si suponemos que $u'''(c) = 0$ como en el *Puzzle de Hall*, tendremos que ante mayor incertidumbre el primer término del lado derecho de la Ecuación 1 permanecerá constante. Sin embargo, como existe la posibilidad de que la Ecuación de Euler, en algún periodo, tenga un γ positivo por la restricción de liquidez activa, los agentes también querrán minimizar estos escenarios para poder cumplir Euler sin el $\gamma > 0$ estorbando, la mayor cantidad de periodos.

Habiendo argumentado por qué el ahorro aumenta[7] ante una mayor volatilidad σ_μ, podemos proceder con la explicación de los dos paneles inferiores de la Figura 2.2. En primer lugar, podemos ver que el consumo es creciente en σ_μ. Note que el consumo representado es el consumo agregado en el estado estacionario. Dado que el ahorro es mayor por temas precautorios, en el estado estacionario en que se "estabiliza la productividad de los agentes", tendremos un *colchón* de ahorro precautorio para gastar, ahora que la incertidumbre desaparece. Este "colchón de ahorro" o *buffer stock* será mayor a medida que la incertidumbre es mayor ya que como argumentamos *supra* el ahorro es creciente en σ_μ.

Por último, el producto agregado es creciente en la volatilidad simplemente porque al haber un mayor ahorro en equilibrio la oferta de ahorro en equilibrio aumenta. Podemos ver a partir de la Figura 2.1 que un desplazamiento hacia arriba da la oferta de ahorro significará un mayor nivel de tasa de interés de equilibrio (como observamos en el primer panel de la Figura 2.2) y a la vez una menor Demanda por Capital en equilibrio. Como el producto depende positivamente de K y el aumento de este supera la disminución del trabajo L[8] el producto agregado aumenta con una mayor volatilidad.

Note que la oferta laboral en este ejercicio es ligeramente exógena y "aleatoria" (nivel de productividad promedio en el último periodo) por lo que no tiene mucha interpretación, no así el salario que viene dado por la condición de mercados competitivos. Como L cae, w debe subir y más aún dada la complementariedad entre K y L, dado que K aumenta producto de la menor tasa de interés resultante del ahorro precautorio extra por la mayor incertidumbre.

[7] A modo de testeo, se analizó la evolución de la oferta agregada de activos ($\bar{A}$) para cada valor de σ_μ encontrando una clara relación creciente.

[8] Se analizó la trayectoria del trabajo agregado encontrando que este caía ante un mayor valor de σ_μ. Este efecto no era obvio dado que por la Ecuación (7) no era claro si L había subido o no con los hechos conocidos que w y K aumentaban. En el ejercicio encontramos que L caía con σ_μ pero no lo suficientemente para hacer disminuir el producto agregado.

3 Impuestos y Gobierno

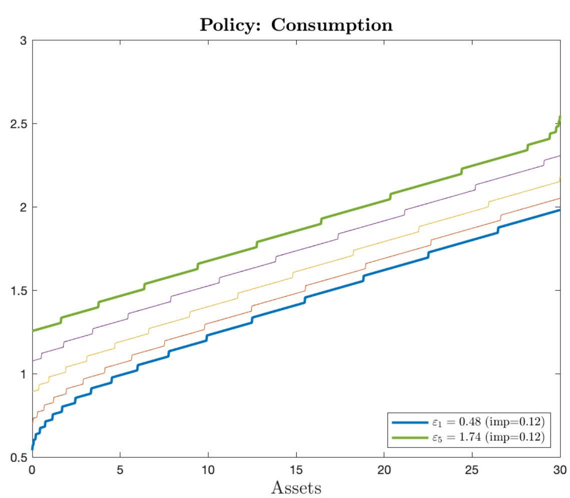
3.1 Equilibrio Parcial con Impuestos

A diferencia de lo obtenido en el ítem anterior, al agregar impuestos, la restricción presupuestaria del agente cambiará y por lo tanto sus óptimos de consumo de ahorro. Ahora, el agente representativo de la economía deberá pagar impuestos y recibirá transferencias lo que modificará la solución al problema. Siguiendo la misma lógica que en la Pregunta 1, se calcula la trayectoria de consumo que maximiza la función de utilidad según el nivel de productividad observado para cada valor posible de la variable de estado (A) determinada por la grilla de activos propuesta $A[0,30]_{1\times 1001}$.

Si bien el agente representativo podría decirse que "recibe lo que entrega" en impuestos, ya que el gobierno presenta un presupuesto fiscal equilibrado y por lo tanto todo lo pagado se convierte finalmente en transferencias, durante la trayectoria sí ocurren cambios que terminan por impactar en el estado estacionario y estas trayectorias dependerán de la productividad del agente. Así, por ejemplo, si el agente es muy productivo, entonces pagará más impuestos y recibirá menos transferencias, mientras que ocurre lo contrario si la productividad es baja. Lo anterior debido a que el impuesto grava directamente el salario recibido por el agente ($w \cdot \varepsilon_t$), mientras que las transferencias recibidas corresponden a un promedio ponderado de las productividades por la tasa impositiva.

A continuación se observa la trayectoria de consumo de un agente con impuestos para distintas productividades:

Figure 3.1: Trayectoria de Consumo con Impuestos ($\tau = 0.12$)

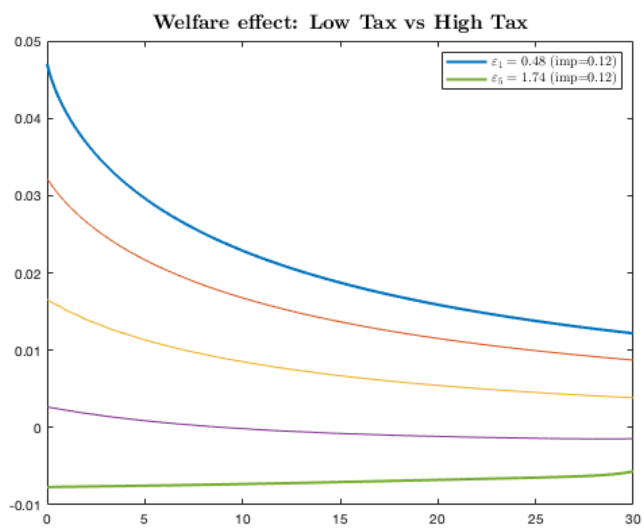


Note que la *Policy Function* de Consumo es creciente en el stock de activos A ya que el agente sostener y financiarse una trayectoria más alta y suave de consumo en el tiempo.

3.2 Efectos del Impuesto en el Bienestar

En la Figura 3.2, es posible observar el cambio porcentual en el bienestar del agente como analizamos también en la Pregunta 1.7. Tal como se observa, dependiendo de la productividad, una baja de los impuestos del 12% al 4%, implica un aumento del bienestar en hasta 5 puntos porcentuales. Importante notar, cuando la productividad es particularmente baja, y por lo tanto, el pago de impuestos cae drásticamente, [9] entonces el efecto es prácticamente nulo e incluso levemente negativo, lo cual se explica porque a pesar de pagar pocos impuestos, cuando la tasa es más alta, el agente recibe más transferencias debido a la mayor contribución de los agentes más productivos.

Figure 3.2: Efectos en el bienestar de $\Delta^{-}\tau$ ($\tau = 0.12$ vs $\tau = 0.04$)



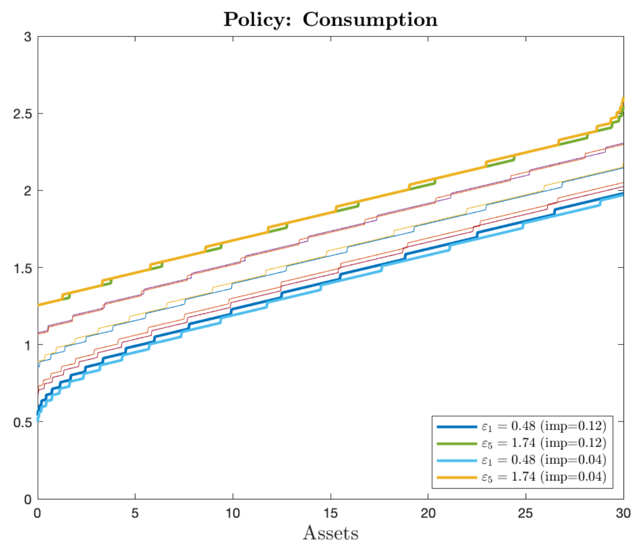
Lo anterior, tal como se explicó en el acápite anterior, se debe a que las transferencias se calculan sobre la oferta laboral, es decir, un promedio ponderado de todas las productividades, por lo tanto, cuando la productividad es particularmente baja, ocurre que la contribución negativa de los impuestos es menor que la contribución

[9]recordar que los impuestos se pagan sobre el salario multiplicado por la productividad

positiva de la transferencia. En palabras simples, a un agente con baja productividad le convienen impuestos más altos porque se beneficia mucho de las transferencias recibidas a pesar del alto impuesto que deba pagar (base impositiva muy baja).

En el Gráfico 3.3, es posible observar un mayor consumo para cuando las productividades son altas, sin embargo, cuando la productividad es baja el consumo es mayor en el caso con mayor tasa impositiva, lo cual va acorde a lo explicado anteriormente. El agente poco productivo si bien paga más impuestos, paga sobre una base más baja, por lo que las transferencias que recibe exceden lo que paga en impuestos.

Figure 3.3: Efectos en el consumo de una caída en impuestos ($\tau = 0.12$ vs $\tau = 0.04$)



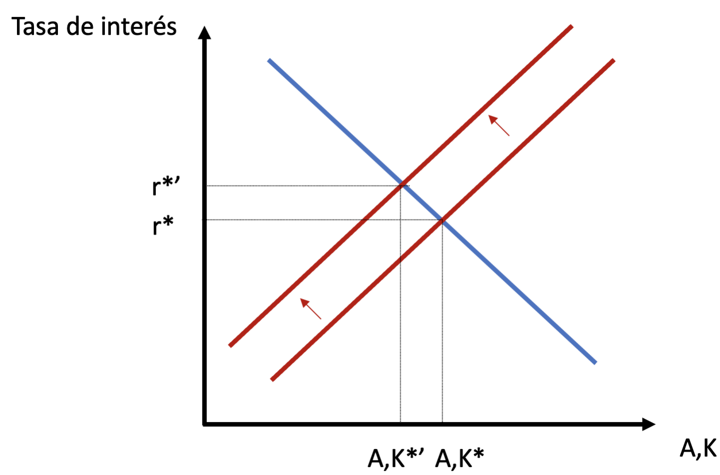
Por último, note que prácticamente todas las curvas del Efecto de Bienestar —menos la de mayor productividad[10]— son decrecientes en el nivel de la variable de estado A. Esto se explica por el mismo argumento usado repetidas veces durante este informe. Al querer suavizar consumo los agentes, aquellos que tienen un nivel de activos acumulado mayor requerirán menos de las transferencias del gobierno que los que tienen menos. Dicho en otras palabras, las transferencias del Estado sirven como un Seguro para aquellos que tienen un nivel de *Buffer Stock* menor, mientras que los que tienen un stock de activos alto, requieren menos de la "aseguración" de este seguro no gratuito (la prima corresponde al impuesto al trabajo).

[10]Note que un mayor nivel de activos en ese caso permite que el impuesto sea menos violento en el bienestar de un *Bill Gates*. El agente con ahorro acumulado es capaz de suavizar el impuesto de mejor manera, sin sufrir penalizaciones importantes en su bienestar.

3.3 Tasa de Interés de Equilibrio

Comparando al caso sin impuestos, cuando la tasa de impuestos aumenta de 0 a 7.5%, se observa que la tasa de interés aumenta. Si nos enfocamos en las determinantes del capital y de los activos, podemos notar que la existencia de impuestos no es un determinante del capital pues no afecta su productividad o su óptimo, sino que en este caso, los impuestos gravan directamente al trabajador. Por otro lado, el stock de activos que mantiene cada agente "suavizador de consumo" sí se ve afectado directamente, de manera negativa, por el impuesto. El gravamen disminuye permanentemente su ingreso y por ende se ve forzado a consumir y ahorrar menos en todos los periodos. Dado lo anterior, la curva de capital se mantiene fija mientras que el stock de activos cae. Luego, el equilibrio será tal en que la tasa de interés aumente y el stock de activos y capital disminuya. En la Figura 3.4 se puede observar de manera simple.

Figure 3.4: Tasa de interés de equilibrio con impuestos



En equilibrio se alcanzará un menor nivel agregado de ahorro, consumo y también de capital. Lo anterior ocurre porque al haber una mayor tasa de interés la firma representativa preferirá invertir en el mercado financiero, disminuyendo su stock de capital y así cumplir nuevamente con la condición de equilibrio (competitivo) resumida en la Ecuación (6) del Enunciado. Por último, el producto también será menor ya que la Oferta de Trabajo permanece inelástica mientras que el capital cae.

Note que en este caso en particular como la variable de trabajo L es en cierto sentido exógena y aleatoria como se argumentó en la Pregunta 2.3, no tendremos sustitución de trabajo con ocio ante esta tasa impositiva que grava el trabajo. Esto implica que el escenario analizado no contempla posibles variaciones adicionales en el salario de equilibrio, el nivel de trabajo y por ende en la tasa de interés.

Resulta relevante resaltar, que los efectos dependerán de la elasticidad de las curvas. En este caso se asumen pendientes "normales" (negativa para la demanda por K y positiva para la oferta de A), sin embargo, si la demanda por capital fuese perfectamente inelástica o elástica, el nuevo equilibrio estaría caracterizado por la misma cantidad de equilibrio y una tasa de interés más alta o por la misma tasa de interés y una cantidad de equilibrio más baja, respectivamente.

Dicho lo anterior, la tasa de interés de equilibrio aumenta con respecto a la de la Pregunta 2.2 por los menores incentivos al ahorro que produce la tasa impositiva, alcanzando un valor de **3.27%**. [11].

3.4 Efectos de la Tasa Impositiva

Tal como se adelantó en el ítem anterior, frente a un aumento en la tasa impositiva de 0 a 7.5%, se espera un aumento en la tasa de interés de equilibrio debido a la menor oferta de activos e igual demanda.

En primer lugar, cae la oferta agregada de activos. Al haber impuestos, entonces los hogares deberán destinar parte de sus ingresos a pagar sus obligaciones fiscales y por lo tanto tienen menos capacidad de ahorro (shock permanente al ingreso). Esta caída en el stock de activos tiene repercusiones sobre la tasa de interés de equilibrio, la cual aumenta tal como se mostró en el ítem anterior y luego esta subida en r tiene como consecuencia un menor nivel de capital de equilibrio debido al mayor costo de oportunidad de invertir en capital físico. Es decir, un aumento en los impuestos produce una caída en la oferta de activos, aumento de tasa de interés y caída en el nivel de capital.

Luego, frente a un menor nivel de capital, la producción de la economía se ve afectada negativamente y también la productividad marginal del empleo y por lo tanto, caen los salarios. Lo anterior termina por impactar en un menor nivel de consumo (de manera directa por el costo de pagar impuestos y de manera indirecta por la caída en los salarios producto de un menor nivel de capital) pese a que la oferta de L es inelástica.

A continuación se presenta una tabla con los cambios experimentados en el estado estacionario sin impuestos versus con impuestos:[12]

[11] Debido a la semilla inicial utilizada y a la aleatorización existente en el problema, los resultados son variables, sin embargo en todas las ejecuciones la tasa de interés fue mayor (en el rango entre 3.07 y 3.27%).

[12] Se puede notar una diferencia pequeña en los stocks de Activos y de Capital, sin embargo para

Table 3.1: Efectos Equilibrio General de un Impuesto

Variable (SS)	**Sin impuestos**	**Con impuestos**
Stock de Activos	7.79	7.98
Stock de Capital (K)	7.78	7.94
Producción	1.95	1.96
Consumo	4.01	4.26
Tasa de interés	3.13%	3.27%

cada caso tienen que ser iguales. Lo anterior se debe a las diferencias que pueden existir con el método de bisección, la condición de equilibrio que divide por K y a la tasa de convergencia utilizada (porcentualmente las diferencias entre variables son muy pequeñas)