Análisis Numérico I

Actividad 1 – Fábregas 106160

Obtener el polinomio de Taylor de grado *n = 4* para las siguientes funciones alrededor del punto x_0 dado.

a) $f(x) = \sqrt{x}\ ,\ x_0 = 1$
b) $f(x) = x^5 + 4x^2 + 3x + 1\ ,\ x_0 = 0$
c) $f(x) = \cos(x)\ ,\ x_0 = 0$

Para obtener el polinomio de Taylor podemos usar un ciclo for.

Precondiciones:

- Que las funciones sean derivables en el punto x_0.
- Derivar es una función que deriva la función f(x) hasta el orden i, y luego la evalúa en x_0.
- Factorial es una función que calcula el factorial de un número.
- Potencia es una función que eleva el primer parámetro al segundo parámetro.

```
f(x) = funcion

x0

polinomioTaylor = f(x0)

for i desde 1 hasta 4: (orden del polinomio de Taylor)

        polinomioTaylor += ( derivar(f(x), i, x0) / factorial(i) ) * potencia((x – x0), i)

fin for

resultado = evaluar(polinomioTaylor, x0)

mostrar(resultado)
```

Con este pseudocódigo podemos hallar el polinomio de Taylor de las funciones del ejercicio siguiendo sus instrucciones.

a) $f(x) = \sqrt{x}\ ,\ x_0 = 1$

Aplico el algoritmo:

$$P(x) = \sqrt{1} + \frac{\left(\sqrt{x}\right)'(x_0)}{1!}(x-x_0)^1 + \frac{\left(\sqrt{x}\right)''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{\left(\sqrt{x}\right)'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \frac{\left(\sqrt{x}\right)^{IV}(x_0)}{4!}(x-x_0)^4$$

$$P(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3 - \frac{5}{128}(x-1)^4$$

b) $f(x) = x^5 + 4x^2 + 3x + 1\ ,\ x_0 = 0$

Aplico el algoritmo:

$$P(x) = ({x_0}^5 + 4{x_0}^2 + 3x_0 + 1) + \frac{(x^5 + 4x^2 + 3x + 1)'(x_0)}{1!}(x-x_0)^1 + \frac{(x^5 + 4x^2 + 3x + 1)''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{(x^5 + 4x^2 + 3x + 1)'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \frac{(x^5 + 4x^2 + 3x + 1)^{IV}(x_0)}{4!}(x-x_0)^4$$

$$P(x) = 1 + 3x + 4x^2 + x^5$$

Como ya es un polinomio, da el mismo polinomio.

a) $f(x) = \cos(x)\ ,\ x_0 = 0$

Aplico el algoritmo:

$$P(x) = \cos(x_0) + \frac{(\cos(x))'(x_0)}{1!}(x-x_0)^1 + \frac{(\cos(x))''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{(\cos(x))'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \frac{(\cos(x))^{IV}(x_0)}{4!}(x-x_0)^4$$

$$P(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4$$