FÓRMULAS DERIVACIÓN E INTEGRACIÓN

DERIVADAS

BASICAS

$$\frac{dy}{dx}\ k = 0$$

$$\frac{dy}{dx}\ x = 1$$

ALGEBRAICAS

$$\frac{dy}{dx}\ kx = k$$

$$\frac{dy}{dx}\ x^n\ = nx^{n-1}$$

$$\frac{dy}{dx}\ cf(x) = c\ \frac{dy}{dx}\ f(x)$$

$$\frac{dy}{dx}\ cx^n\ = cn\, x^{n-1}$$

$$\frac{dy}{dx}[u \pm v \pm \pm w] = \ u' \pm\ v' \pm w'$$

$$\frac{dy}{dx}u \cdot v\ = u\ v' + v\ u'$$

$$\frac{dy}{dx}\frac{u}{v}\ = \frac{v\ \cdot u' - u \cdot\ v'}{v^2}$$

TRIGONOMETRICAS

$$\frac{dy}{dx}\ sen\, u = \cos\ u\ \ u'$$

$$\frac{dy}{dx}\ cos\, u = -\text{sen}\ u\ u'$$

$$\frac{dy}{dx}\ tan\, u = sec^2\ u\ u'$$

$$\frac{dy}{dx}\cot u = \ -csc^2\ u\ \ u'$$

$$\frac{dy}{dx}\sec u = \sec u \cdot \tan u \cdot u'$$

$$\frac{dy}{dx}\ csc\ u = -\csc u \cdot \cot u \cdot u'$$

POTENCIAL Y EXPONENCIAL

$$\frac{dy}{dx}\ ku^n\ = k \cdot u \cdot u^{n-1}$$

$$\frac{dy}{dx}k^u\ = k \cdot \ln c \cdot u'$$

$$\frac{dy}{dx}u^v\ = v \cdot u^{v-1}v' + u^v \ln u\ \cdot v'$$

$$\frac{dy}{dx}e^u\ = e^u\ u'$$

$$\frac{dy}{dx}|u| = \frac{|u|}{u}u'$$

$$\frac{dy}{dx}|u| = \frac{|u|}{u}u'$$

LOGARITMOS:

$$\frac{dy}{dx}\ln u = \frac{1}{u}u'$$

$$\frac{dy}{dx}\log u = \frac{1}{u \cdot \ln 10}u'$$

$$\frac{dy}{dx}\log_C u = \frac{1}{u \cdot \ln c}u'$$

$$\frac{dy}{dx}\log_v u = \frac{v \ln v\ \ u' - u \ln u\ v'}{u \cdot v \cdot \ln^2 v}u'$$

TRIGONOMETRICAS INVERSAS

$$\frac{dy}{dx}\sin^{-1} u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}\quad u'$$

$$\frac{dy}{dx}\cos^{-1} u = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}\quad u'$$

$$\frac{dy}{dx}\tan^{-1} u = \frac{1}{1+u^2}\quad u'$$

$$\frac{dy}{dx}\cot^{-1} u = -\frac{1}{1+u^2}\quad u'$$

$$\frac{dy}{dx}\sec^{-1} u = \frac{1}{u \cdot \sqrt{u^2-1}}\quad u'$$

$$\frac{dy}{dx}\csc^{-1} u = -\frac{1}{u \cdot \sqrt{u^2-1}}\quad u'$$

INTEGRALES

1. $\int k\,dx = k\int dx = kx + c$

2. $\int k\,f(x)dx = k\int f(x)dx$

3. $\int x^n\,dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c \qquad n \neq -1$

4. $\int dx = x + c$

5. $\int x^{-1}\,dx = \int \dfrac{1}{x}\,dx = \ln x + c$

6. $\int (u+v+w)\,dx = \int u\,dx + \int v\,dx + \int w\,dx + c$

7. $\int sen\,u\,du = -\cos u + c$

8. $\int cos\,u\,du = \operatorname{sen} u + c$

9. $\int \tan u\;du = \ln|\sec u| + c = -ln|\cos u| + c$

10. $\int cot\,u\,du = ln|\operatorname{sen} x| + c$

11. $\int \sec u\;du = \ln|\sec u + \tan u| + c$

12. $\int csc\,u\,du = -\ln|\csc u + \cot\;u| + c$

13. $\int sec^2\,u\,du = \tan u + c$

14. $\int csc^2\,u\,du = -\cot\;u + c$

15. $\int sec\,u\cdot\tan u\;du = \sec u + c$

16. $\int csc\,u\cdot\cot u\;du = -\csc\;u + c$

17. $\int u^n\,du = \dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c \qquad n \neq -1$

18. $\int e^u\,du = e^u + c$

19. $\int a^u\,du = \dfrac{1}{\ln a}a^x + c \qquad a > 0$

20. $\int \dfrac{du}{u} = \ln u + c$

TECNICAS INTEGRACION

CAMBIO DE VARIABLE

Solo se cambia una variable por otra, es un cambio ciego, es decir no modifica la función.

$$\int \operatorname{sen} 5x\,dx$$

Solución aquí se cambia por: $u=5x$ *de donde* $\frac{du}{dx} = 5$

Y por lo tanto: $dx = \frac{du}{5}$

La integral: queda como: $\int sen\,5x\,dx$

$$\int sen\,u\,\frac{du}{5} = \frac{1}{5}\int sen\,u\,du = \frac{1}{5}(-\cos\;u) + c$$

Sustituyendo el valor de u*, tenemos:*

$$-\frac{1}{5}\cos 5x + c$$

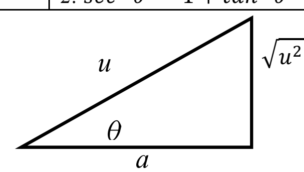
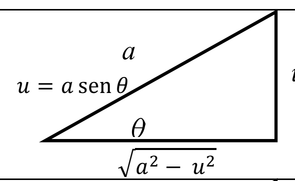
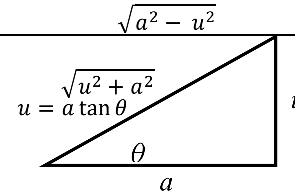
INTEGRACION POR PARTES:

$$\int u\,dv = uv - \int v\;du$$

Esta fórmula permite que se conviertan ciertas integrales aparentemente complejas en integrales mucho más simple, siguiendo las siguientes tres reglas para elegir u *y* dv*:*

1. *u debe ser una función facil de derivar*
2. *dv debe ser una expresión facil de integrar*
3. $\int v\cdot du$ *debe ser más sencilla que* $\int u\,dv$

SUSTITUCION TRIGONOMETRICA

$u^2 - a^2$ $a^2 - u^2$ $u^2 + a^2$	1. $tan^2\,\theta = sec^2\,\theta + 1$ 2. $cos^2\,\theta = 1 - sen^2\,\theta$ 2. $sec^2\,\theta = 1 + tan^2\,\theta$
Radical $\sqrt{u^2 - a^2}$ *sustituir* $u = a\sec\theta$ *aplicando 1 tenemos:* $\sqrt{u^2 - a^2} = a\tan\theta$	
Radical $\sqrt{a^2 - u^2}$ *sustituir* *Aplicando 2 tenemos:* $\sqrt{a^2 - u^2} = a\operatorname{sen}\theta$	
Radical $\sqrt{u^2 + a^2}$ *sustituir* *aplicando 3 tenemos* $\sqrt{u^2 + a^2} = a\sec\theta$	

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

POTENCIAS DE SENO Y COSENO

$$\int sen^m\ x\ \cos^n\ x\ dx$$

CASO 1: *si* $\boldsymbol{m}$ *es impar y positiva, se debe conservar un factor sen x, convirtiendo los demás, mediante la identidad pitagórica* $\boldsymbol{sen^2\ x + cos^2\ x = 1}$, *en forma de binomio*
CASO II: *si* $\boldsymbol{n}$ *es impar y positiva, se debe conservar un factor cos x, convirtiendo los demás, mediante la identidad pitagórica* $\boldsymbol{sen^2\ x + cos^2\ x = 1}$, *en forma de binomio*
CASO III: *Si* $\boldsymbol{n}$ *y* $\boldsymbol{m}$ *son pares y positivas, aquí se debe considerar la conversión de ambos factores con las siguientes identidades:* $\boldsymbol{sen^2\ x = \frac{1 - cos^2\ 2x}{2}}$ *y* $\boldsymbol{cos^2\ x = \frac{1 + cos^2\ 2x}{2}}$ *Esto puede resultar integrales semejantes al caso 2.*

PRODUCTO SENO-COSENO CON ARGUMENTO DISTINTO

$$sen\ Ax\ \cdot sen\ Bx = \tfrac{1}{2}[\cos(A-B)x - \cos(A+B)x]$$

$$sen\ Ax\ \cdot cos\ Bx = \tfrac{1}{2}[\operatorname{sen}(A-B)x + \operatorname{sen}(A+B)x]$$

$$cos\ Ax\ \cdot cos\ Bx = \tfrac{1}{2}[\cos(A-B)x + \cos(A+B)x]$$

INTEGRALES CON FACTORES SECANTES Y TANGENTES

$$\int sec^m\ x\ tan^n\ x\ dx$$

CASO 1: *si* $\boldsymbol{m}$ *es impar y positiva, se conserva un factor* $\boldsymbol{sec^2\ x}$, *convirtiendo los demás a* $\boldsymbol{\tan x}$, *mediante la identidad* $\boldsymbol{sec^2\ x = 1 + tan^2\ x}$
CASO II: *si* $\boldsymbol{n}$ *es impar y positiva, separamos un factor* $\boldsymbol{tan^2\ x = sec^2 - 1}$
CASO III: *Si solo hay factores de* $\boldsymbol{tan^m\ x}$, *y* $\boldsymbol{m}$ *es par y positiva, convertimos un factor* $\boldsymbol{tan^2\ x}$ *con la identidad* $\boldsymbol{tan^2\ x = sec^2\ x - 1}$

IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS

BASICAS	***INVERSAS***
$en\ \theta = \frac{c.o.}{hip}$	$csc = \frac{1}{sen\ \theta} = \arcsin\theta = \sin^{-1}\theta$
$os\ \theta = \frac{c.a.}{hip}$	$sec = \frac{1}{cos\ \theta} = arccos\ \theta = \cos^{-1}\theta$
$an\ \theta = \frac{sen\ \theta}{\cos\theta} = \frac{c.o.}{c.a.}$	$cot = \frac{1}{tan\ \theta} = \frac{cos\ \theta}{\operatorname{sen}\theta} = \arctan\theta = \tan^{-1}\theta$

$$sen\ \theta \cdot csc\ \theta = 1 \qquad cos\ \theta \cdot sec\ \theta = 1$$

$$tan\ \theta \cdot cot\ \theta = 1 \qquad sen^2\ \theta + cos^2\ \theta = 1$$

IDENTIDADES PARES-IMPARES

$$sen\ (-x) = -sen\ x \qquad csc(-x) = -csc\ x$$

$$cos\ (-x) = -cos\ x \qquad sec(-x) = -sec\ x$$

$$tan\ (-x) = -tan\ x \qquad cot(-x) = -cot\ x$$

$$1 + tan^2\ \theta = \frac{1}{cos^2\theta}$$

$$1 + cot^2\ \theta = \frac{1}{sen^2\theta}$$

$$sen\ 2\alpha = 2\ sen\ \alpha\cos\alpha$$

$$cos\ 2\alpha = cos^2\ \alpha - \operatorname{sen}^2\alpha$$

$$sen\ \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$cos\ \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$sen\ (\alpha \pm \beta) = sen\ \alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\ sen\ \beta$$

$$cos\ (\alpha \pm \beta) = cos\ \alpha\cos\beta\ \mp \operatorname{sen}\alpha\ sen\ \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{sen\ (\ \alpha +\ \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$$

$$\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot\alpha \cdot \cot\beta \mp 1}{cot\beta \pm \cot\alpha}$$

$$\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2} sen(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}\cos(-\beta)$$

$$sen\ \alpha + sen\beta = \frac{1}{2}.\cos(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}.\cos(\alpha -$$

$$\operatorname{sen}\alpha . \cos\beta = \frac{1}{2}.\operatorname{sen}(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}.\cos(\alpha-\beta)$$

$$\cos\alpha . \cos\beta = \frac{1}{2}.\cos(\alpha-\beta) + \frac{1}{2}.\cos(\alpha+\beta)$$

$$\tan\alpha.\tan\beta = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta}$$

$$\cot\alpha.\cot\beta = \frac{\cot\alpha + \cot\beta}{\tan\alpha + \tan\beta}$$