# SIMULACIÓN Y PRUEBAS DE DESEMPEÑO DE UNA RED NEURONAL PARA MODELAR LA TRANSFORMACIÓN SENSORIO-MOTORA

Alejandro Naranjo; Isabella Torres; José Londoño; Juan Camilo Tobar, Jhonatan Giraldo; Sergio Luis Castaño

alejandro.naranjo\_z@uao.edu.co
isabella.torres@uao.edu.co
jose.londono\_san@uao.edu.co
juan.tobar@uao.edu.co
jhonatan\_Dav.giraldo@uao.edu.co
sergio.castano@uao.edu.co
Ingeniería Mecatrónica - Ingeniería Biomédica
Facultad de Ingeniería
Departamento de Electrónica y Automática.
Universidad Autónoma de Occidente
Cali. Colombia

Resumen — En el siguiente documento se relata la implementación computacional de una red neuronal biológica cuyo comportamiento intenta imitar e ilustrar el funcionamiento y acoplamiento de la capa sensorial y motora de la corteza cerebral, intentando dar solución a un problema de transformación angular. Adicionalmente, se implementa un algoritmo de aprendizaje para actualizar los pesos que conectan ambas capas, con el objetivo de que el mismo ángulo que sirve de entrada en la capa sensorial, sea el mismo que el estipulado por la capa motora. Los resultados son suficientes y se cumplen ambos propósitos, más sin embargo, se espera mejorar los resultados en un trabajo futuro.

Palabras clave— Aprendizaje, Transformación, Capa sensorial, Capa motora, Neurona, Ángulo, Pesos sinápticos, Algoritmo.

Abstract —The following document describes the computational implementation of a biological neural network whose behavior tries to imitate and illustrate the functioning and coupling of the sensory and motor layer of the cerebral cortex, trying to solve a problem of angular transformation. Additionally, a learning algorithm is implemented to update the weights that connect both layers, with the aim that the same angle that serves as input in the sensory layer is the same as that stipulated by the motor layer. The results are satisfactory and both purposes are met. However, we hope to get better results as a future work.

Keywords – Learning, Transformation, Sensory layer, Motor layer, Neuron, Angle, Synaptic weights, Algorithm.

#### I. INTRODUCCIÓN

El sistema nervioso central (SNC) es una estructura compleja que cumple una variedad importante de funciones, entre ellas, capta y procesa rápidamente todo tipo de señales (procedentes del entorno o de nuestro propio cuerpo), controlando y coordinando a la vez los demás órganos y músculos del cuerpo. Esta definición puede verse representada como una forma de codificación neuronal poblacional. Dicha

codificación, se reparte en varias regiones cerebrales, las cuales permiten producir una conducta según la información procesada del estímulo. Éstas, se reparten por varias unidades neuronales encargadas de asimilar ciertas lecturas en particular, manifestando el fenómeno conocido como integración unimodal. En el caso de la decodificación sensorio-motora estas conexiones trabajan en la interpretación de ciertos estímulos que son percibidos como colores, texturas, movimientos y demás fenómenos detectados.

En una primera instancia, la transformación sensorio-motora ocurre cuando ingresa información sensorial de estímulos proveniente de diferentes modalidades: somatosensorial, visual, auditiva, etc. Luego, esta información es procesada por centros neuronales específicos que realizan una integración unimodal antes de ser transferida a la corteza primaria motora donde es integrada de forma multimodal. Finalmente, la corteza primaria motora, gracias a las representaciones internas generadas de las posiciones de los segmentos articulados de las extremidades superiores e inferiores que configuración constituyen la espacial del esquelético-muscular, es capaz de realizar el cálculo de los posibles movimientos disponibles de un individuo de acuerdo con el estímulo que ingresó inicialmente, lo que se traduce en el alcance y logro de objetivos o tareas determinadas [2].

Esta actividad no comienza siendo exacta, sino que por medio de un ensayo y error, se dan cambios en las conexiones sinápticas encargadas de traducir la información del sistema sensorial al motor, arrojando valores finales cada vez más parecidos al esperado, y gracias a ello manifestando un aprendizaje.

### II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Una persona se encuentra en el centro de una mesa circular que contiene palancas distribuidas alrededor de él y enfrente observa una pantalla vertical que muestra barras o líneas con diferentes ángulos de inclinación (de 0° a 360°). El sujeto debe alcanzar con su mano una palanca en la **misma dirección angular** que la de la barra representada en la interfaz. En la Figura 1 se puede observar la ilustración que describe el arreglo experimental.

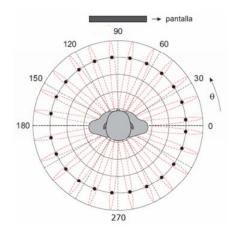


Figura 1. Ilustración que muestra al sujeto experimental en el centro de la mesa circular. Extraído del Ejercicio propuesto.

De acuerdo con lo anterior, el problema consiste en generar una red neuronal que realiza la transformación sensorio-motora que realizaría el SNC de la persona en cuestión. A continuación, se puede observar el grafo de la red neuronal que ilustra las conexiones entre los grupos neuronales de cada capa.

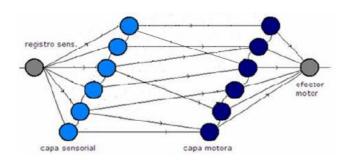


Figura 2. Grafo de la red neuronal para realizar transformación sensorio-motora. Extraído del Ejercicio propuesto.

Finalmente, y después de verificar el correcto funcionamiento de la acoplación entre ambas capas, demostrando la semejanza entre el ángulo inicial ingresado y el ángulo final calculado por la red. Se deben hallar los pesos de las conexiones sinápticas a forma de aprendizaje, actualizando dichos parámetros desde un valor aleatorio hasta lograr el mismo efecto que el de los pesos calculados directamente en los puntos anteriores.

# III. MÉTODOS Y DESARROLLO

Para dar solución al problema planteado se debe considerar el número de neuronas adecuadas en cada una de las capas que intervienen en la transformación sensorio-motora y, con base en esto, definir el número de orientaciones distintas, también conocidas como ángulos preferentes para repartir de manera igualitaria el espectro de 360°. Así mismo, se debe tener en cuenta el tipo de funciones de activación/transferencia a implementar en cada capa neuronal de acuerdo con el tipo de respuesta que se requiera en cada etapa.

A continuación, se describe el proceso llevado a cabo para implementar tanto la capa sensorial como la capa motora.

#### Red Sensorial

Se parte de la premisa que la entrada a la red es un estímulo equivalente al ángulo de inclinación de las líneas rectas presentadas, y a partir de allí, se construye una red neuronal cuyas unidades responden según la siguiente función de activación:

$$f_{i}(\theta) = exp\left(\frac{\left(\left[\cos\theta + \sin\theta\right]^{*} \begin{bmatrix}\cos\alpha_{i}\\\sin\alpha_{i}\end{bmatrix}\right) - 1}{2\lambda^{2}}\right)$$

Donde fi, es la respuesta de la neurona i ante la entrada de un estímulo angular  $\theta$ ;  $\alpha$ i, es el estímulo angular propio preferente de la neurona i, es decir, el valor con el cual la neurona responde con su capacidad máxima; y  $\lambda$ , es un coeficiente constante cuyo efecto es de controlar el ancho de la curva gaussiana, teniendo como centro a  $\alpha$ i.

A partir de esta expresión se puede notar que la respuesta de la neurona está normalizada en un rango entre 0 y 1, siendo su valor máximo 1 cuando el estímulo de entrada  $\theta$  y el estímulo preferente  $\alpha i$  coincidan. El valor de activación de la neurona decrece a medida que la diferencia entre los estímulos aumenta, tendiendo finalmente a cero con una sensibilidad definida por el valor de  $\lambda.$  Para esta práctica se selecciona un valor de lambda de 0.1 con la intención de aumentar la semejanza del estímulo angular de entrada con el codificado por la red.

Habiendo definido la función de activación en las unidades de la capa sensorial se dá paso a la selección del número de estímulos u orientaciones preferentes para las neuronas de la capa. Basado en el trabajo de Ramirez y Hurtado [2], en el cual se demuestra que para un rango de orientaciones, del estímulo visual entre 0 y  $\pi$  radianes, no se evidencian aumentos significativos en la calidad de la codificación sensorial a partir de 12 centros preferentes distintos, se propone entonces para esta práctica generar 24 centros preferentes geométricamente distintos, lo que significa una distribución uniforme de centros distanciados cada 0.2618 radianes, equivalente a 15°,

considerando la ampliación del rango de orientaciones que puede tomar el estímulo visual, siendo este de 0 y  $2\pi$  radianes. Cabe resaltar que, a pesar de tener 24 centros preferentes geométricamente distintos, en la implementación resulta necesario generar 25 centros centros, ya que incrementa el rango de orientaciones que la red es capaz de codificar.

Seguidamente, para poder medir la capacidad de codificación que realiza la red se debe realizar un proceso de decodificación, en el cual se calcula la orientación que la red está estimando, y así compararla con la orientación del estímulo de entrada y poder determinar la semejanza. Para decodificar la respuesta de la red se emplea la siguiente expresión:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} f_i(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\alpha}_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} f_i(\boldsymbol{\theta})}$$

Donde  $\widehat{\theta}$  corresponde al ángulo decodificado y N el número de neuronas en la capa sensorial. Este proceso es un promedio ponderado, donde el peso de la ponderación viene dado por el estímulo preferente de cada neurona  $\alpha_i$  y no se divide entre el total de neuronas sino entre la activación total o suma de las activaciones de las neuronas de la capa sensorial.

Por otro lado, como criterios para determinar un número apropiado de neuronas para la capa se emplean los conceptos de error relativo promedio y semejanza promedio, siendo las ecuación correspondientes las que se presentan a continuación:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{\left| \hat{\theta}_{i} - \theta_{i} \right|}{\left| \theta_{i} \right|}}{N}$$

$$S = \frac{\sum_{i=1}^{N} [\cos \theta_i \quad \sin \theta_i] * \begin{bmatrix} \cos \hat{\theta}_i \\ \sin \hat{\theta}_i \end{bmatrix}}{N}$$

Donde E, es el error relativo promedio; S, la semejanza promedio; y N, la cantidad de entradas o estímulos ingresados a la red.

Durante la fase de pruebas se tomaron como entradas 360 orientaciones uniformemente distribuidas en un rango entre 0 y  $2\pi$ , almacenando los valores de error relativo promedio y semejanza promedio al variar el número de neuronas en la capa. Para variar el número de neuronas se emplean múltiplos del 25, ya que ese fue el valor de centros preferentes seleccionados, consiguiendo con ello que cada centro preferente tuviera un número igual de neuronas que lo

codifican. Sin embargo, durante las pruebas y analizando los resultados, se evidenció una deficiencia en la red para estimar ángulos cercanos a los extremos del rango, es decir para ángulos próximos a 0 y a  $2\pi$ .

Para compensar este comportamiento se decidió por incluir un término condicional ωi, el cual toma valores de cero o uno, según corresponda. La activación de las unidades de la capa sensorial quedan modeladas de la siguiente forma:

$$f_i(\theta) = \omega_i^* exp\left(\frac{\left(\left[\cos\theta & \sin\theta\right] * \left[\frac{\cos\alpha_i}{\sin\alpha_i}\right]\right) - 1}{2\lambda^2}\right)$$

$$\omega_{i} = \begin{cases} 1, & \theta \leq \pi \text{ and } \alpha_{i} \leq \frac{13\pi}{12} \mid\mid \theta > \pi \alpha_{i} \geq \frac{11\pi}{12} \\ 0, & \theta \leq \pi \text{ and } \alpha_{i} \leq \frac{13\pi}{12} \mid\mid \theta > \pi \alpha_{i} \geq \frac{11\pi}{12} \end{cases}$$

Donde fi, es la respuesta de la neurona i de la capa sensorial ante la entrada de un estímulo angular  $\theta$ , y  $\omega$ i es el término condicional de la unidad i de la capa sensorial.

La intención al incluir esta condición es otorgar a la red sensorial la capacidad de diferenciar cuando la orientación del estímulo visual está por encima o por debajo del plano horizontal del campo de visión. Con ello, se consigue una mejora significativa en la codificación de los estímulos que se encuentran en los extremos del rango, pues al generar un sesgo se logra que la activación de neuronas que disparan ante un estímulo de entrada muy distinto en orientación a su ángulo preferente pero geométricamente cercano, no se propaguen en la red y en consecuencia, no tengan efecto sobre la codificación del ángulo.

Se hace énfasis también en que, debido a que la activación de las neuronas en la capa sensorial primaria está dada por una campana gaussiana, en la condición para  $\omega$  se requiere plantear que, para estímulos visuales con una orientación menor o igual a  $\pi$ , se propague la activación de las neuronas con centros preferentes menores o iguales a  $13\pi/12$  (195°), mientras que para el caso contrario, para estímulos con orientación mayor a  $\pi$ , la activación de neuronas que se propaga es la de aquellas con centros preferentes menores o iguales a  $11\pi/12$  (165°). Con ello, para estímulos próximos a  $\pi$ , ya sea superiores o inferiores, se asegura la propagación de la activación de suficientes neuronas para generar una codificación adecuada.

Para mejorar la capacidad de codificar y estimar ángulos muy cercanos a los extremos del rango se opta también por ampliar o incluir dos centros preferentes, uno en  $-\pi/12$  y otro en  $25\pi/12$ . Al ampliar el conjunto de centros preferentes se consigue poder centrar la campana gaussiana en valores cercanos a los extremos del rango y con ello mejorar la codificación y estimación de orientaciones cercanas a los

límites. Aunque se hayan adicionado dos centros preferentes, estos corresponden geométricamente a centros ya considerados, con lo cual el espacio sigue dividido en 24 centros geométricamente distintos, sin embargo, con la ampliación del rango podemos corregir matemáticamente la respuesta de la red sensorial y asegurar una mejor codificación para todas las orientaciones contenidas en el rango de estímulos de entrada de 0 a  $2\pi$ . Esto significa que en la implementación se generan 27 centros numéricamente distintos aunque sólo idealmente.

Habiendo aplicado las correcciones mencionadas anteriormente a la red, se realizan nuevamente pruebas para determinar el número más adecuado de neuronas en la capa sensorial, que permiten obtener una codificación óptima de los estímulos de entrada, pero esta vez se varía el número de neuronas como múltiplos de 27. Se decide finalmente que la capa sensorial tenga 108 neuronas.

Como último procedimiento se prueba el desempeño o calidad de decodificación del código poblacional de la capa sensorial para diez estímulos distintos de orientación angular aleatoriamente generados en el intervalo de 0 a  $2\pi$  radianes.

#### Red Motora

Después de verificar la respuesta de la capa sensorial utilizando la suma ponderada de las salidas de sus neuronas. Se pasa a realizar la acoplación con la capa motora utilizando el tipo de conexión fully connected entre las neuronas de la capa sensorial con las neuronas de la capa motora como se puede observar en la Figura 2. El número de centros poblacionales y neuronas elegidas es igual al considerado para la capa sensorial.

La conexión entre las neuronas de ambas capas viene ponderada por unos pesos sinápticos proporcionales al coseno de la diferencia entre las direcciones preferentes de las neuronas.

Para realizar el cálculo de estos pesos sinápticos es necesario tener en cuenta el vector de la dirección privilegiada de la capa motora  $(v_i^T)$  y el vector de la dirección privilegiada proveniente de la capa sensorial  $(v_i^T)$ .

$$v_i^T = \langle \cos \alpha_i, \sin \alpha_i \rangle$$
  $v_i^T = \langle \cos \beta_i, \sin \beta_i \rangle$ 

Como se puede observar en la anterior ecuación, el vector  $v_j^T$  tiene dirección preferencial  $\alpha_j$  y el vector  $v_i^T$  tiene dirección preferencial  $\beta_i$ . El peso sináptico  $w_{ij}$ , que corresponde al peso que pondera la conexión entre la neurona visual o sensorial j y la neurona motora i, es **proporcional** al producto escalar de los vectores que representan las direcciones privilegiadas de esas neuronas. Véase la Ecuación X.

$$w_{ij} = \gamma v_i^T \cdot v_i^T = \gamma \cos(\alpha_i - \beta_i)$$

En este punto, se considera la constante de proporcionalidad  $\gamma$  que determina el tipo de conectividad que se desea entre las dos capas neuronales. De esta manera, se decidió ajustar el valor de  $\varepsilon$  en 0.9 con el propósito de que al superarse este valor, el producto punto entre los vectores  $\boldsymbol{v}_j^T \cdot \boldsymbol{v}_i^T$  de igual a 1 y la conectividad neuronal sea muy buena en el acoplamiento sensorio-motor.

$$\gamma = \begin{cases} 1, & \text{si } (\mathbf{v}_j^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{v}_i^{\mathrm{T}}) > \epsilon \\ 0, & \text{si } (\mathbf{v}_j^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{v}_i^{\mathrm{T}}) \le \epsilon \end{cases}$$

Ahora bien, el cálculo de la entrada neta de una neurona motora  $P_i$  a partir de las neuronas de la corteza visual sensorial se realiza con la suma ponderada entre las proyecciones de las neuronas visuales  $f_j(\theta_k)$  y los pesos  $w_{ij}$  calculados. Véase la Ecuación X.

$$P_i(\theta_k) = \sum_{j=1}^{N} w_{ij} f_j(\theta_k)$$

Esta entrada neta para cada neurona motora es evaluada en la función de transferencia que se determine de acuerdo con la aplicación requerida, es decir, se puede evaluar en la función exponencial tipo campana gaussiana (Ecuación X.) o en la función identidad o lineal (Ecuación X). En el último caso, la respuesta motora  $r_i$  de una neurona motora es básicamente la entrada proveniente de la salida de la capa sensorial. En la siguiente ecuación se observa el cálculo para obtener la respuesta de las neuronas motoras.

$$r_i(y_i) = g_i(P_i(\theta_k))$$

Siendo  $g_i$  la función de transferencia.

$$g_i(P_i(\theta_k) = (P_i(\theta_k)$$

$$g_i(P_i(\theta_k) = exp(-\frac{(\beta_i - \theta)^2}{2\lambda^2})$$

Finalmente, para la decodificación del movimiento motor, aplicando el principio de centro de masa, se obtiene la dirección con la que será ejecutado el movimiento por el efector motor: la mano de la persona, que de acuerdo con las instrucciones del planteamiento del problema debe corresponder al ángulo de inclinación de la barra observada en la pantalla. Este cálculo se realiza con la siguiente ecuación.

$$\hat{\hat{\theta}}_k = \frac{\sum\limits_{i=1}^M r_i(y_i)\beta_i}{\sum\limits_{i=1}^M r_i(y_i)}$$

Para verificar el correcto funcionamiento de la decodificación motora se recurrió al cálculo de la semejanza y el error como se mencionó en la etapa de la capa sensorial.

# Mecanismo de Aprendizaje

Después de haber resuelto el acople de ambas capas, mostrando resultados convincentes, se procede al último punto del ejercicio en el que, a diferencia de los puntos anteriores donde los pesos tienen una educación concreta, de modo que se pueda llegar directamente a un resultado satisfactorio de la recreación del ángulo, se debe hallar estos valores indicados para los pesos que puedan transformar adecuadamente la respuesta sensorial a la motora a forma de actualizaciones por medio de un aprendizaje supervisado.

Este método es una forma por la cual una red neuronal artificial puede aprender el comportamiento de una serie de datos de entrada de forma que introduciendo una serie de datos en un orden distinto pueda recrear una salida esperada manifestada en esos datos que se usaron para su entrenamiento. Dicho entrenamiento basa sus fundamentos en el objetivo del ejercicio de actualizar una serie de pesos sinápticos.

Por ello se deben plantear una serie de conceptos necesarios.

En primer lugar, es indispensable definir las entradas que harán que el algoritmo aprenda a recrear los ángulos. Dichas entradas serán un vector de 200 posiciones con ángulos aleatorios entre 0° y 360° que entran en su totalidad a la red para realizar los cálculos, y se cumplirá una época. Para el final del entrenamiento se habrán cumplido en total 500 épocas.

Otro elemento necesario es el error, que sirve para poder comparar la salida de la red con la entrada, y de esa forma comprobar si el objetivo se está cumpliendo. Este error, denominado error cuadrático medio, va de acuerdo a la ecuación:

$$Ecm = \frac{\left(\widehat{\theta} - \widehat{\widehat{\theta}}\right)^2}{2}$$

Donde  $\widehat{\theta}$  , es el ángulo calculado salida de la capa sensorial; y  $\widehat{\widehat{\theta}}$  , es el ángulo salido de la capa motora.

Seguidamente, es indispensable elegir un método de regularización para poder actualizar los pesos. En la siguiente ecuación se puede ver como se hizo:

$$W_{ij}(n+1) = W_{ij}(n) + \eta \left(\widehat{\theta} - \widehat{\widehat{\theta}}\right)$$

Donde  $W_{ij}$ , representa el valor del peso tanto en el instante anterior, como en el siguiente (n+1); y  $\eta$ , es un coeficiente de aprendizaje que representa qué tan rápido convergerá, pues a

mayor sea su valor, mayor será la magnitud de estos pesos. Para el caso de este ejemplo se utilizó un valor de  $\eta$  de 0.01.

Es gracias a esta ecuación que los pesos restará o sumará dependiendo de en qué parte de la circunferencia se encuentre el vector en relación, de modo que si se encuentra opuesto se corregirá el valor de igual forma que si se encuentra próximo.

Finalmente, es necesario dar a la red una especie de recompensa que permita la convergencia de los pesos, pues aunque se logre un valor bajo para el error, no hay forma de parar la actualización sino hasta que haya parado el proceso de entrada de datos de entrenamiento.

Dicha recompensa será una condición dependiente del valor del error calculado en la iteración anterior, donde de cumplirse, evitará que los pesos se actualicen. En las siguientes iteraciones podrán volver a alterarse sus valores de no cumplir con el dato de error de la condición, y ese valor se irá reduciendo con el objetivo de lograr una convergencia de los pesos.

Finalmente, se graficó un error por época que es el promedio de todos los errores que se encontraron por cada uno de los valores ingresados a lo largo del entrenamiento del vector de entrada. Cabe resaltar en este apartado que no se utilizó el valor de salida de neurona pura pues estos valores a priori no tienen un punto de comparación como si lo tiene el valor de ángulo directamente. De modo que sería dificil estimar para cada una de las neuronas usadas un valor adecuado que recree por medio de la ponderación la salida correcta.

# IV. RESULTADOS

#### Red Sensorial v Motora

En esta sección se presentan los resultados obtenidos después de realizar algunos experimentos tanto para la capa sensorial como motora.

Para ejemplificar las limitaciones iniciales detectadas y corregidas de la red sensorial, se emplea una con 25 centros preferentes y una neurona por cada uno de ellos, mostrando su respuesta ante dos estímulos angulares muy cercanos geométricamente, seleccionados de forma aleatoria. Estos estímulos son  $\pi/36$  (5°) y  $71\pi/36$  (355°). En la figura 3 se muestra el nivel de activación de cada neurona que representa un centro preferente específico.

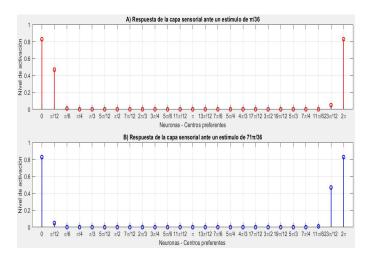


Figura 3. Respuesta de la capa sensorial con 25 centros preferentes distribuidos uniformemente entre 0 y  $2\pi$ , ante un estímulos angulares de  $\pi/36$  (A) y  $71\pi/36$  (B).

Para las respuestas mostradas en la figura 3, se calculó que para un estímulo angular de entrada  $\pi/36$  (0.087) el ángulo decodificado o estimado por la red fue de 2.577, resultando en un error relativo de 28.53 y una semejanza de -0.79. Mientras que para el estímulo de  $71\pi/36$  (6.196), el ángulo estimado fue el mismo, 2.577, obteniendo un error relativo de 0.4019 y la semejanza de -0.79. Debido a que la decodificación del ángulo se realiza con una suma ponderada, los ángulos que se encuentran en los extremos del rango y que son geométricamente cercanos pero con orientaciones distintas, como los dos seleccionados, no son correctamente decodificados, ya que se activan neuronas con orientaciones simétricamente opuestas y por efecto de la ponderación alta, que tienen los centros preferentes cercanos al  $2\pi$ , no se consigue una estimación precisa del estímulo angular de entrada.

Al aplicar las correcciones mencionadas con anterioridad en la sección de metodología y desarrollo, se consigue una decodificación mucho mejor de los estímulos, ya que con la ampliación a 27 centros preferentes en un rango de  $-\pi/12$  a  $25\pi/12$  y con la inclusión del peso sináptico ( $\omega$ ), se logra un rango de codificación muy superior a los anteriores. Y con ello, una estimación mucho más precisa de las orientaciones de entrada. En la figura 4, se muestra la respuesta de la red con las correcciones aplicadas.

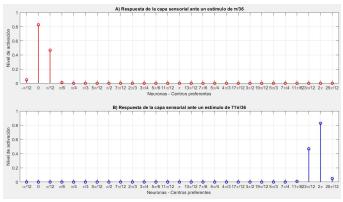


Figura 4. Respuesta de la capa sensorial con función de activación condicionada y con 27 centros preferentes distribuidos uniformemente entre  $-\pi/12$  y  $25\pi/12$ , ante un estímulos angulares de  $\pi/36$  (A) y  $71\pi/36$  (B).

En este caso, para las respuestas mostradas en la figura 4, se calculó que para un estímulo angular de entrada  $\pi/36$  (0.087) el ángulo decodificado o estimado por la red fue de 0.0846, resultando en un error relativo de 0.03 y una semejanza 0.99. Mientras que para el estímulo de  $71\pi/36$  (6.196), el ángulo estimado fue el mismo, 6.1986, siendo el error relativo de 0.0004 y la semejanza de 0.99. Es evidente entonces que las correcciones realizadas a la red fueron efectivas y permitieron una mejora radical en la capacidad de la red para decodificar estímulos angulares cercanos a los extremos del rango de orientaciones que puede tomar una línea recta en un espacio bidimensional.

Conociendo entonces que una red sensorial con 27 centros preferentes y función de activación condicionada tiene un excelente desempeño para codificar los estímulos de entrada, se procede a determinar la cantidad óptima de neuronas que debe tener la capa sensorial, para ello se calcula y grafica la semejanza promedio y el error promedio de la capa sensorial, ante 360 entradas uniformemente distribuidas entre 0 y  $2\pi$ , al variar la cantidad de neuronas en la capa. Los resultados se presentan en la figura 5.

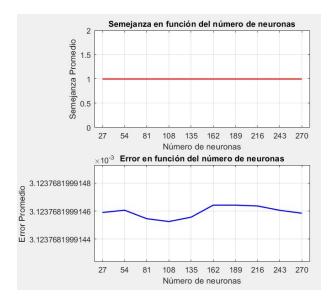


Figura 5. Gráficas comparativas de la semejanza promedio y el error promedio en función del número de neuronas en la capa sensorial.

Como se puede observar, la semejanza se mantiene constante en 1, mientras que el error varía ligeramente, alcanzando un valor mínimo para una red con 108 neuronas, con lo cual se selecciona esta cantidad de neuronas como la cantidad óptima para la capa sensorial.

Habiendo definido finalmente el número de neuronas de la capa sensorial, se prueba su desempeño para codificar diez valores distintos de orientación angular aleatoriamente generados en el intervalo  $[0, 2\pi]$ . Los estímulos angulares aleatoriamente generados y los valores de orientaciones decodificadas por la capa sensorial se muestran en la figura 6. El error relativo y semejanza obtenidos para cada uno de los estímulos aleatoriamente generados se muestran en la figura 7.

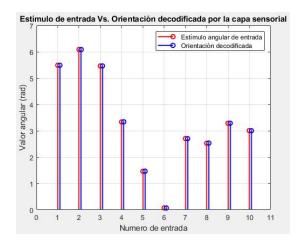


Figura 6. Valores de los 10 estímulos angulares aleatoriamente generados en el intervalo  $[0, 2\pi]$  vs orientaciones decodificadas por la capa sensorial.

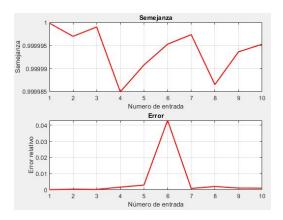


Figura 7. Semejanza y Error relativo entre los 10 estímulos angulares ingresados y las orientaciones decodificadas de la capa sensorial.

Como se puede observar en las gráficas de desempeño de la capa sensorial, se consigue una semejanza de prácticamente 1,

adicionalmente los errores son valores muy cercanos a cero, que oscilan en un intervalo muy pequeño. Lo que indica un gran desempeño de la capa sensorial para codificar las orientaciones de los estímulos visuales.

Así mismo, se realizaron los mismos experimentos para evaluar la decodificación de la capa motora y se obtuvieron los siguientes resultados.

En la Figura 8 se pueden observar los 10 ángulos aleatorios generados en el intervalo  $[0, 2\pi]$  de entrada que ingresaron a la capa sensorial y su correcta decodificación por parte de la capa motora, lo que garantiza que la transformación sensorio-motora se implementó óptimamente.

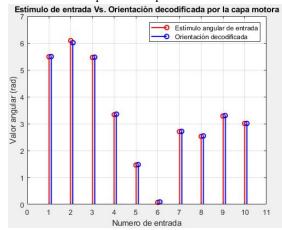


Figura 8. Valores de 10 estímulos angulares aleatoriamente generados en el intervalo  $[0, 2\pi]$  vs orientaciones decodificadas por la capa motora.

En la Figura 9 se observa la Semejanza y el Error relativo obtenido y como se puede evidenciar el valor de la semejanza es 0.9996 y el del error relativo es 0.0306.

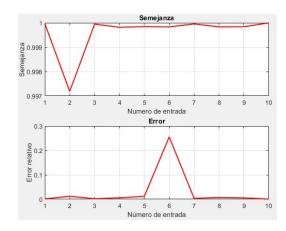


Figura 9. Semejanza y Error relativo entre los 10 estímulos angulares ingresados y las orientaciones decodificadas de la capa motora.

### Mecanismo de Aprendizaje

Del proceso de aprendizaje se obtuvo el valor de loss mostrado en la figura 10:

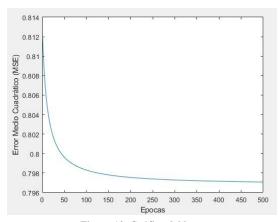


Figura 10. Gráfica del loss.

Como se puede ver, se logró que los pesos convergen hacia un valor mínimo en comparación con una relación de desemejanza entre la salida obtenida y la deseada. Sin embargo, el resultado del loss de cerca de 0.798 indica que aún así el algoritmo no logró aprender de manera satisfactoria el comportamiento requerido. Es decir, que no se alcanzaron los pesos que originalmente se tenían con las ecuaciones directas de los puntos anteriores.

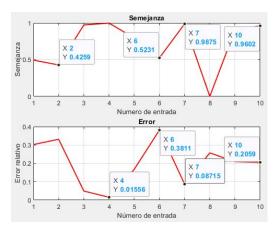


Figura 11. Semejanza y Error frente a los datos de validación.

En la Figura 11 se pueden observar los valores para semejanza y error relativo obtenido para los datos de validación para la capa motora. El valor de semejanza promedio es de 0,7056 y el valor del error relativo promedio es 0,2007. Demostrando el efecto que tiene sobre la validación tener valores altos de loss finales.

# V. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La razón por la que se utilizó función de transferencia lineal o identidad en las unidades motoras fue porque se necesitaba que la respuesta del efector motor correspondiera de manera precisa y similar con la salida proveniente de la capa sensorial, es decir, que el ángulo que ingresó a la red por vía corteza visual del estímulo observado en la pantalla sea el mismo ángulo de movimiento motor producido por la corteza primaria motora para alcanzar una de las palancas que se encontraban

distribuidas alrededor de la persona. Cabe resaltar que también se realizaron pruebas modificando la función de transferencia lineal por una no lineal como la de campana gaussiana utilizada en las neuronas de la capa sensorial, y sin embargo, a raíz de que los resultados no fueron los esperados puesto que la semejanza y error entre las capas sensorial y motora difieren en gran cantidad, se optó por implementar la función de activación lineal.

Esta experimentación permitió que se comprendiera la utilidad de implementar una función de transferencia no lineal en las unidades de la capa motora en el caso que se requiera disminuir o aumentar la respuesta de la capa motora con respecto a un estímulo ingresado en la capa sensorial.

A la hora de escoger el tipo de entrenamiento que tenían los pesos de la capa oculta se presentó la cuestión de hacerlo con aprendizaje por refuerzo como lo planteaba el problema, sin embargo y reflexionando sobre cómo poder realizar este algoritmo, se reconoció que debido al tipo de datos que alimentaban las redes, era más adecuado utilizar aprendizaje supervisado con la regla delta, que permite comparar los ángulos de entrada a la red con los ángulos generados por la capa motora. Pues como se dijo anteriormente y se hace hincapié a lo largo del escrito, los datos que utilizamos para darnos cuenta de la precisión de nuestro modelo son los ángulos producto de la ponderación de las salidas, siendo diferente a el método general donde se utilizan las salidas de las neuronas puramente.

Es probable que utilizando otros métodos se regularización se mejoren los resultados obtenidos para el entrenamiento, puesto que no se utilizaron medidas más especializadas como el dropout u otras funciones de regularización. Aún así, esto no solucionaría como tal el error a los datos de entrenamiento, sino a los de validación. Se concluye que entre los posibles trabajos futuros es adecuado incluir otros métodos de actualización de pesos basados en otras reglas y estudios.

# REFERENCIAS

- [1] Wilson, H. R. (2004). Spikes, Decisions, and Actions: The Dynamical Foundations of Neuroscience. Oxford University Press, USA.
- [2] Ramirez, D.F. Hurtado, J. (2014). MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN DE CIRCUITOS SINÁPTICOS Y SENSORIOMOTORES: Introducción a la Neurobiología Computacional.. Universidad Autónoma de Occidente, Cali, Colombia.
- [3] Ordoñez Guadarrama, B. E. (2017). Sistema genérico de clasificación extendida con aprendizaje hebbiano (GXCS-H) para apoyo a la generación de comportamientos autónomos. UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO. <a href="https://core.ac.uk/download/pdf/154796451.pdf">https://core.ac.uk/download/pdf/154796451.pdf</a>
- [4] Hertz, J., Krogh, A., y Palmer, R. G. (1991). Introduction to the theory

- of neural computation. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.
- [5] Gold, J. I. y Shadlen, M. N. (2007). The Neural Basis of Decision Making. Annual Review of Neuroscience, 30(1):535–574.
- [6] Peter Dayan and LF Abbott. Theoretical neuroscience: computational and mathematical modeling of neural systems. Journal of Cognitive Neuroscience, 15(1):154–155, 2003.