

Oss: $\langle \dots \rangle$ è variabile ed è chiamato
METASIMBOLO

non $\langle \dots \rangle$ è fisso ed è chiamato
SIMBOLO TERMINALE

$\langle \text{soppressione} \rangle$ è il simbolo iniziale
dello ASSIOMA

$\dots \rightarrow \dots$ è una REGOLA DI PRODUZIONE

$\dots \Rightarrow \dots$ applicazione di una regola detto
TASSO DI DERIVAZIONE

$\dots \Rightarrow^* \dots$ applicazione di più regole detto
DERIVAZIONE IN ZERO O PIÙ PASSI

Es

$\langle \text{soppressione} \rangle \Rightarrow$ Il treno $S\langle \text{num} \rangle$ delle
 $\langle \text{orario} \rangle$ è soppresso \Rightarrow
Il treno S_4 delle
 $\langle \text{orario} \rangle$ è soppresso \Rightarrow
Il treno S_4 delle
 $\langle \text{ore} \rangle$ e $\langle \text{minuti} \rangle$ è
soppresso \Rightarrow^* Il treno
 S_4 delle 10 e 20 è
soppresso

è una
derivazione per
la generazione di
una frase nelle
stazioni ferroviarie

Formalizzano il concetto di grammatica

Def: Una grammatica è una quadrupla:

$$G = (\Sigma, M, S, P) \text{ dove}$$

- Σ insieme finito di simboli terminali
- M " " " " metasimboli

$$\Sigma \cap M = \emptyset$$

- $S \in M$ è un metasimbolo ed è l'ASSIOMA
- P insieme delle regole di produzione

Def: $\alpha \rightarrow \beta$ dove: $\alpha \in (\Sigma \cup M)^+$
 $\beta \in (\Sigma \cup M)^*$

es $S \rightarrow \epsilon$ è ammessa

$\epsilon \rightarrow S$ non è ammessa

Def: Si dice che w è derivabile da ϵ in un passo e si scrive

$$\epsilon \Rightarrow w$$

quando:

$$z = x\alpha y \text{ e } w = x\beta y \text{ e}$$

$$\alpha \rightarrow \beta \in P$$

$$S. \text{ ha } x\alpha y \Rightarrow x\beta y$$

\nwarrow
 $\alpha \rightarrow \beta$

Def: Si dice che w è derivabile da z in zero o più passi e si scrive

$$z \Rightarrow^* w$$

quando:

$\exists k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ e esistono le parole w_1, w_2, \dots, w_k
l.c.

$$z \Rightarrow w_1 \Rightarrow w_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow w_k = w$$

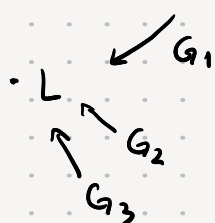
oppure $w = z$

Def: (linguaggio generato da G)

Il linguaggio generato da G è:

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow^* w\} = L(G)$$

Osservazioni



$$L(G_1) = L(G_2) = L(G_3)$$

Un linguaggio può ammettere
più grammatiche che lo
generano

- Date due grammatiche G_1 e G_2 se
generano lo stesso linguaggio si dicono
EQUIVALENTI

G_1, G_2, G_3 sono equivalenti

es - $G = (\Sigma = \{a\}, M = \{S\}, S, \underbrace{\{S \rightarrow aS, S \rightarrow a\}}_P)$

$L(G) = ?$

$S \Rightarrow a$

$S \Rightarrow aS \Rightarrow aaS \Rightarrow aaaS \Rightarrow^*$

$\dots \Rightarrow^* a^{n-1}S \Rightarrow a^{n-1}a = a^n$

$L(G) = a^+$

- $L = \{a^{2^n} \mid n \geq 1\}$

$S \rightarrow aaS$

$S \rightarrow aa$

$S \rightarrow aA$

$A \rightarrow aS$

$A \rightarrow a$

G_1

G_2

$S \Rightarrow aA \Rightarrow aaS \Rightarrow aaaS \Rightarrow$
 $\Rightarrow aaaa$

NOTA: G_1 e G_2 sono equivalenti,

- $L = \{a^n b^n \mid n > 0\}$

es: a^2b^2 a^3b^3 $ab \leftarrow \underline{\text{si}}$

ab^2 ba $a^4b^3 \leftarrow \underline{\text{no}}$

$S_{G1} \rightarrow ab$

$S_{G1} \rightarrow aSb$
 (2)

~~abS~~

~~Sab~~

aSb

$$S \Rightarrow a S b \Rightarrow a a S b b \Rightarrow a a a S b b b \\ \Rightarrow a a a a b b b b$$

$$S \Rightarrow_{(2)}^* a^{n-1} S b^{n-1} \Rightarrow_{(1)} a^n b^n$$

$$- \{0, 1\}$$

$$\text{Palindrome } \hat{P} = \{w w^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$$

$$w = w_1 w_2 \dots w_n$$

$$w^R = w_n \dots w_2 w_1$$

$$\text{es: } \begin{array}{c|c} 010 & 010 \\ 01 & 10 \\ 110 & 011 \end{array} \quad \begin{array}{c} 01 \\ 0010 \\ 010 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{no} \\ \text{no} \end{array}$$

Regole

$$S \xrightarrow{(1)} \epsilon$$

$$S \xrightarrow{(2)} 11$$

$$S \xrightarrow{(3)} 0 S 0$$

$$S \xrightarrow{(4)} 1 S 1$$

$$S \Rightarrow_{(3)} 0 S 0 \Rightarrow_{(4)} 0 1 S 1 0 \Rightarrow_{(3)} 0 1 0 S 0 1 0$$

$$\Rightarrow_{(2)} \underbrace{010}_w \underbrace{1010}_{w^R}$$

$$\cdot \{w \in \{0, 1\}^* \mid \#_1(w) = \#_0(w)\}$$

$$\#_0(w) = \text{numero di } 0 \text{ in } w$$

es: 0101 $\#_1 = 2 = \#_0$ si
1101 $\#_1 = 3$ $\#_0 = 1$ no

Diamo una possibile G facile da capire, ma non è la migliore G per questo linguaggio

$$1S \rightarrow 7S0 \quad 3Z \rightarrow 0$$
$$1S \rightarrow ZU \quad \quad \quad 4U \rightarrow 1$$
$$S \Rightarrow ZSU \Rightarrow ZZSUU \Rightarrow \dots$$
$$\dots \Rightarrow \underbrace{zz \dots z}_n \underbrace{uu \dots u}_n$$
$$s Z U \rightarrow U Z$$

$zzz\overline{uuu} \Rightarrow$

$zz\overline{u}z\overline{u}$ $zz\overline{uu}z\overline{u}$ $z\overline{u}z\overline{u}z\overline{u}$ 010101
--

$$- \{a^n b^n c^n \mid n > 0\}$$
$$1. S \rightarrow aSBC \quad 3. CB \rightarrow BC$$
$$S \rightarrow aBC$$
$$S \Rightarrow_{(1)} a S B C \Rightarrow_{(1)} a a S B C B C$$
$$\underset{(2)}{=} a a a \underbrace{B C B C} \underset{(3)}{=} a a a B B C C B C$$

BBBCCC \Rightarrow aaa BB C BB CC
(3)

(3) > a a a B B B C C C