Linguaggio delle espressioni booleane = L
su $\wedge$ e $\vee$

Def:

- $0, 1 \in L$
- $x, y \in L \Rightarrow \left.\begin{matrix} (x \wedge y) \\ (x \vee y) \end{matrix}\right\} \in L$
- Nient'altro appartiene ad L

Grammatica G:

$\Sigma : \{ 0, 1, (,), \wedge, \vee \}$

$M : \{ E \}$

E

$P = \{ E \to 0,\ E \to 1,\ E \to (E \wedge E),$
$E \to (E \vee E) \}$

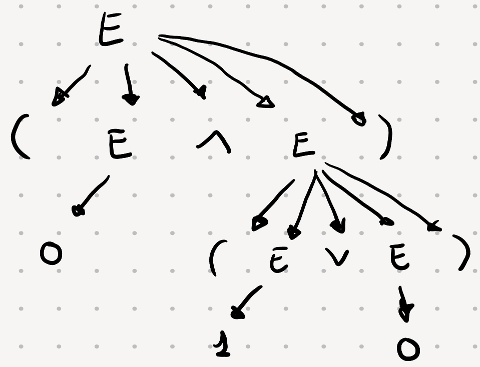
$w = (0 \wedge (1 \vee 0)) \in L$

$E \Rightarrow (E \wedge E) \Rightarrow (0 \wedge E) \Rightarrow$

$\Rightarrow (0 \wedge (E \vee E)) \Rightarrow^* (0 \wedge (1 \vee 0))$

Albero di derivazione per w

① Radice = Assioma



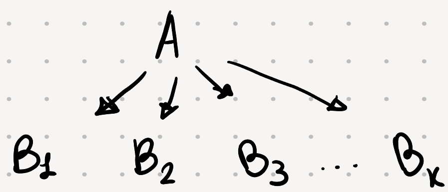
② Nodi interni = variabili

③ Foglie = simboli terminali

Leggendo le foglie da sx a dx ottengo w

④

È ammesso il sottoalbero:



Solo se:

$$A \to B_1 B_2 B_3 \dots B_k$$

è una regola di G

Osservazione:

Per avere alberi di derivazione,
G deve essere di tipo 2

Classificazione di Chomsky
(versione provvisoria)

Abbiamo 4 tipi in funzione delle regole:

complesse

Tipo 0: nessun vincolo sulle regole

Tipo 1: sono ammesse regole
$\alpha \to \beta$ con $|\beta| \geq |\alpha|$

Tipo 2: Sono ammesse regole della forma:

$A \to B$ dove $A \in M$
$B \in (\Sigma \cup M)^+$

Tipo 3: Sono ammesse regole della forma

$A \to yB$ dove $A, B \in M$

$A \to x$ $\quad y \in \Sigma^*$
$x \in \Sigma^+$

semplici

Fatto: Una grammatica di tipo k è anche di tipo $k-1$ (per $k = 3, 2, 1$)

Definizione: Un linguaggio si dice di tipo k se ammette G di tipo k che lo genera

Definizione: $R_k = \{ L \subseteq \Sigma^* \mid L \text{ è di tipo } k \}$

R_3 = Linguaggi regolari

R_2 = Linguaggi liberi dal contesto

R_1 = Linguaggi dipendenti dal contesto

R_0 = linguaggi RICORSIVAMENTE ENUMERABILI

Esempi di tipi di G:

<u>Tipo 3</u>: $A \to yB$, $A \to x$

- $S \to aaS$
  $S \to aa$ per $\{a^{2n} \mid n>0\}$

- a^+b^+
  $A \to aA$
  $A \to aB$
  $B \to bB$
  $B \to b$

<u>Tipo 2</u>: $A \to B$

- $S \to aSb$
  $S \to ab$ per $\{a^nb^n \mid n>0\}$

- B = parole su parentesi ben formate

$S \to (S)S$ Es ()(), (())
$S \to (S)$ (()())(())
$S \to ()S$
$S \to ()$ ((), (()(( ] non in B

Tipo 1: $\alpha \to \beta \qquad |\beta| \geq |\alpha|$

- $S \to aSBc$

  $S \to aBC$

  $CB \to BC$

  $aB \to ab$

  $bB \to bb$

  $bC \to bc$

  $cC \to cc$

per $\{ a^n b^n c^n \mid n > 0 \}$