Scomposizione di parole

esempio:

$$\underbrace{\text{In}}_{\text{prefisso}}\underbrace{\text{catena}}_{\text{fattore}}\overbrace{\text{re}}^{\text{suffisso}}$$

Definizioni formali: $w, x \in \Sigma^*$

- Prefisso:

  w, x é prefisso di w?

  Si dice che x é prefisso di w quando:
  $$w = x \cdot y$$
  per una qualche parola y $(y \in \Sigma^*)$

- Suffisso:

  w, x é suffisso di w?

  Si dice che x é suffisso di w quando:
  $$w = y \cdot x$$
  per una qualche parola y $(y \in \Sigma^*)$

- Fattore:

  Si dice che x é fattore di w quando
  $$w = y \cdot x \cdot z$$
  per qualche y e z $(y, z \in \Sigma^*)$

Caso particolare:

Data $w \in \Sigma^*$ le parole:

- ε
- w

sono contemporaneamente prefisso, suffisso, e fattore di w

Definizione di linguaggio formale

Un linguaggio L é un qualunque sottoinsieme di Σ^*:

$$L \subseteq \Sigma^*$$

casi particolari:

- Linguaggio vuoto: $L = \emptyset$
- Linguaggio della parola vuota: $L = \{\varepsilon\}$

Linguaggi

$$L \subseteq \Sigma^*$$

Finiti — Infiniti

Esempi:

- $L = \emptyset$ $\quad |L| = 0$
- $L = \{\varepsilon\}$ $\quad |L| = 1$

- $\Sigma = \{a\}$

$$L_n = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, \underbrace{\overbrace{a \dots a}^{n \text{ lettere } a}}_{a^n}\}$$

$$|L_n| = n+1$$

- Vocabolario Italiano

$$\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$$

$$V = \{a, abaco, \dots, zuzzerellone, zzz\}$$

$$|V| \approx 200.000$$

esempi di linguaggi infiniti

- $\Sigma = \{a\}$

$$L = \{\varepsilon, a, aa, \dots, a^n, \dots\} = \Sigma^* = \{a\}^*$$

$$\{a\}^* = \{a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

dove: $a^0 = \varepsilon$

- Espressioni booleane E

$$\Sigma = \{0, 1, \wedge, \vee, \neg, (,)\}$$

E è così definito:

- $0, 1 \in E$
- Se $x, y \in E$ allora:

$$\left.\begin{array}{l} - (x \wedge y) \\ - (x \vee y) \\ - \neg x \end{array}\right\} \in E$$

- Nient'altro appartiene ad E

esempi

- parole in E

  $0, 1, (0 \wedge 1)$

  $((0 \wedge 1) \vee 0)$

  $\neg((0 \wedge 1) \vee 0)$

- parole non in E

  $\varepsilon, (, (0 \wedge 1$

  $(0 \wedge$

  $((\ldots)\ldots$

  $(00 \wedge 10)$

Operazioni sui Linguaggi

-) Insiemistiche : $A, B \subseteq \Sigma^*$

  - Unione

    $A \cup B = \{ w \in \Sigma^* \mid w \in A \vee w \in B \}$

  - Intersezione

    $A \cap B = \{ w \in \Sigma^* \mid w \in A \wedge w \in B \}$

  - Complemento

    $A^c = \{ w \in \Sigma^* \mid w \notin A \}$

Esercizi:

- A = numeri binari escluso lo zero
  = parole binarie con prefisso 1

  $A = 1\{0,1\}^*$

  $B = 0\{0,1\}^*$

  $C = \{0,1\}^* 0$

- $A \cup B = 1\{0,1\}^* \cup 0\{0,1\}^*$

  $A \cup B \stackrel{?}{=} \Sigma^* = \{0,1\}^*$

  no, manca ε

- $A \cup B = \Sigma^+ = \{0,1\}^+$

- $A \cap B = \emptyset$

- $A \cap C = 1\{0,1\}^* \cap \{0,1\}^* 0 = 1\{0,1\}^* 0$

- $A^c = (1\{0,1\}^*)^c = 0\{0,1\}^* \cup \{\varepsilon\} = B \cup \{\varepsilon\}$

- $A = a^* = \{a^n \mid n \in \mathbb{N}\} = \{a\}^*$

  $A^c = ?$

  $\Sigma = \{a\}$

  $A^c = \{w \in \{a\}^* \mid w \notin A\} = \emptyset$

  ora considero $A = \{a, b\}$

  $A^c = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \notin A\}$

  $= \{$parole su $\{a,b\}$ che hanno almeno una $b\}$

$b^* \cup a^n \ldots ?$

$b\{a,b\}^* \cup \{a,b\}^* b$ [aba é esclusa]

$= \underline{\{a,b\}^* \cdot b \cdot \{a,b\}^*}$ → parole che contengono almeno una b