Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических и информационных технологий
институт

Кафедра «Информатика»
кафедра

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 6

Метод Пауэлла
Тема

Преподаватель			В. В. Тынченко
		Подпись, дата	Инициалы, Фамилия
Студент	КИ19-17/1Б, №031939174		А. К. Никитин
	Номер группы, зачетной книжки	Подпись, дата	Инициалы, Фамилия

Красноярск 2021

1 Постановка задачи

Разработать программу, реализующую метод Пауэлла.

Найти безусловный экстремум функции, выбранной в соответствии с заданием, с использованием разработанной программы.

Функция: $(x_2 + x_1 - 1)^2 + 2(x_1 - 2)^2 \rightarrow min$

2 Описание метода

В методе сопряженных направлений (методе Пауэлла) используется факт, что минимум квадратичной функции может быть найден не более чем за n шагов при условии, что поиск ведется вдоль сопряженных относительно матрицы Гессе направлений. Так как достаточно большой класс целевых функций может быть предоставлен в окрестности точки минимума своей квадратичной аппроксимацией, описанная идея применяется и для неквадратичных функций. Задается начальная точка и направления, совпадающие с координатами. Находится минимум f(x) при последовательном движении по (n + 1) направления с помощью одного из методов одномерной минимизации. При этом полученная ранее точка минимума берется в качестве исходной для поиска по совершенно нового направлению, а направление используется как при первом, так и последнем поиске. Находится новое направление поиска, сопряженное с. Оно проходит через точки, полученные при последнем поиске. Направление заменяется сопряженным направлением, после чего повторяется поиск по (n+1) направлениям, уже не содержащим старого направления .

Для квадратичных функций последовательностью n^2 одномерных поисков приводит к точке минимума (если все операции выполнены точно).

3 Исходные тексты программ

На листинге 1 представлен код программы, реализующий задание.

Листинг 1 – Метод Пауэлла

```
import numpy as np
from const import f, x
```

Продолжение листинга 1

```
import one_dimensional.powell as one_dim
import math


def init_directions(length):
    directions = np.zeros((length, length))
    for i, row in enumerate(directions):
        row[i] = 1.

    np.insert(directions, 0, directions[-1])
    return np.array(directions)


def change_directions(directions, length, new_direction):
    new_directions = np.array([d for d in directions[1:]])
    np.insert(new_directions, [0, length], new_direction)

    if np.linalg.matrix_rank(new_directions) == length:
        return new_directions
    return directions


def powell_method_n(x0, interval, epsilon=0.01):
    print(x0, interval, epsilon)
    n = len(x0)
    x0 = np.array(x0).astype(float)
    d = init_directions(len(x0))

    y = x0.copy()
    iterations = 0
    while True:
        iterations += 1
        y0 = y.copy()

        for i in range(n):
            one_dim_func = f(y + x * d[i])
            t = one_dim.powell_method_1(one_dim_func, interval)[0]
            y = y + t * d[i]

            if i == 0:
                y1 = y.copy()
```

Окончание листинга 1

```
            elif i == n - 2 and (y == y0).all():
                return y, iterations

        if (y == y1).all():
            return y, iterations

        if math.sqrt(sum(np.square(y - x0))) < epsilon:
            return y, iterations

        d = change_directions(d, n, y - y1)
        x0 = y.copy()


if __name__ == '__main__':
    print(powell_method_n((8, 9), interval=[-20, 20], epsilon=0.3))
```

4 Исследование влияния параметров метода на точность и скорость нахождения решения

Из рисунка 1 можно заключить, что чем меньше параметр эпсилон, тем точнее решение, однако тем больше шагов необходимо алгоритму для нахождения ответа.

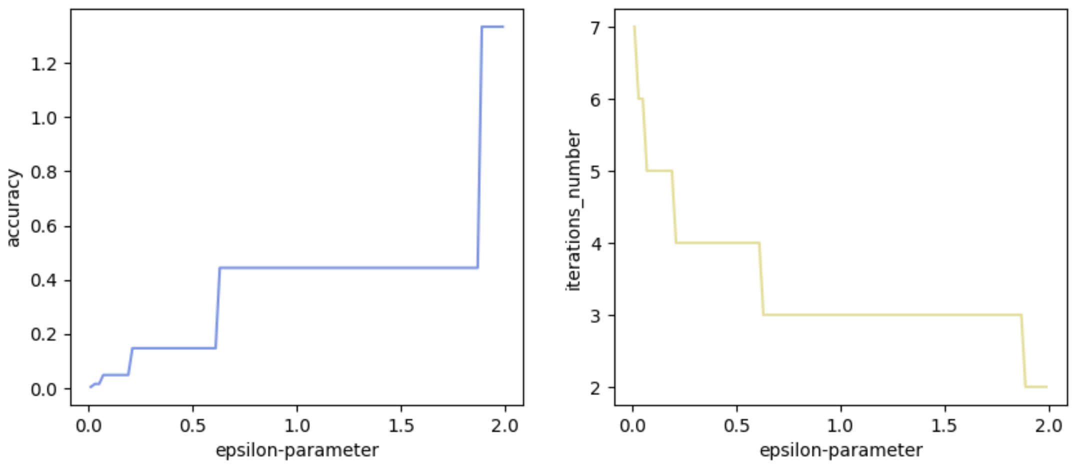

Рисунок 1 - Влияние параметра ε на точность и производительность

5 Вывод

В результате данной работы был реализован и проанализирован метод Пауэлла для поиска локального минимума многомерной функции. Также были проанализированы гиперпараметры (эпсилон-параметр) метода и их влияние на работу функции.