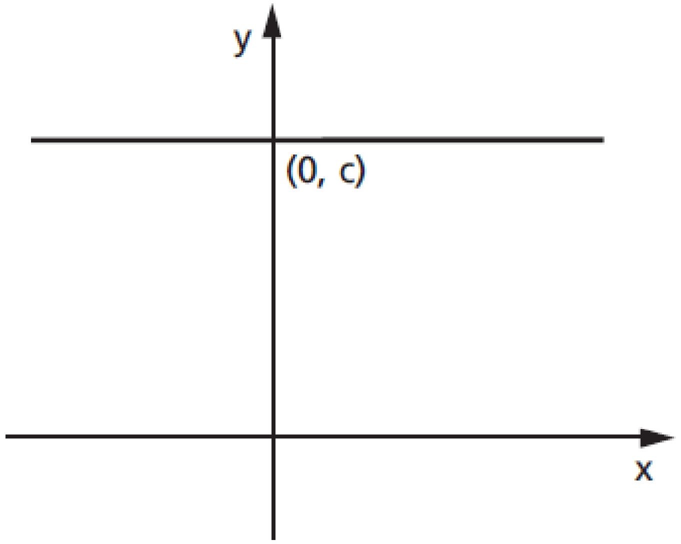
3- Função constante, função linear e função afim

Função Constante

Uma função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função constante** quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o mesmo elemento $c \in \mathbb{R}$, ou seja,

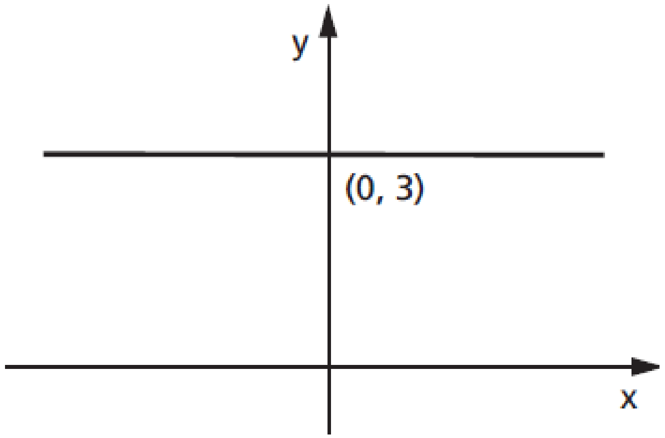
$$\boxed{f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = c.}$$



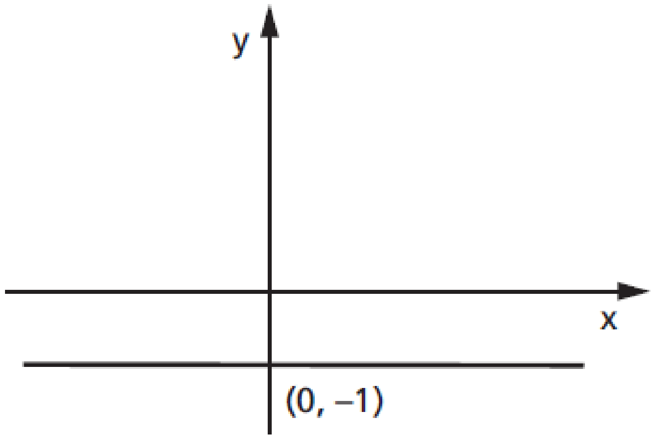
O gráfico da função constante é uma reta paralela ao eixo x passando pelo ponto $(0, c)$.
A imagem de f é o conjunto $Im(f) = \{c\}$.

Exemplos:

1) $y = 3$



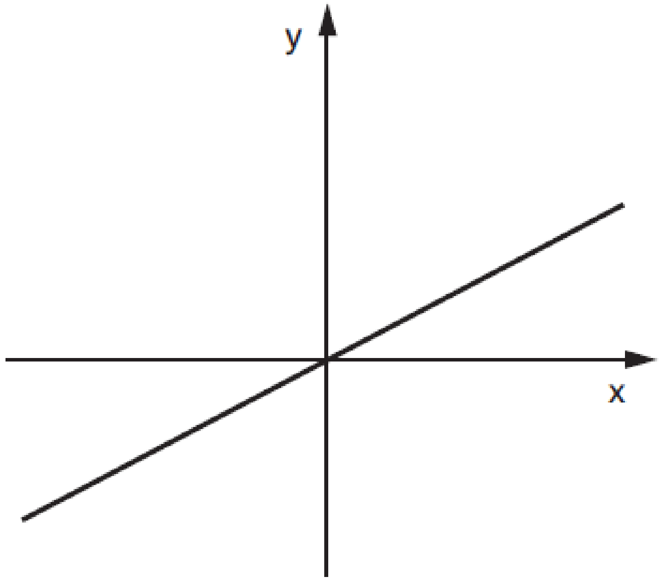
2) $y = -1$



Função Linear

Uma função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função linear** quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa o elemento $ax \in \mathbb{R}$, em que $a \neq 0$, ou seja,

$$\boxed{f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax.}$$

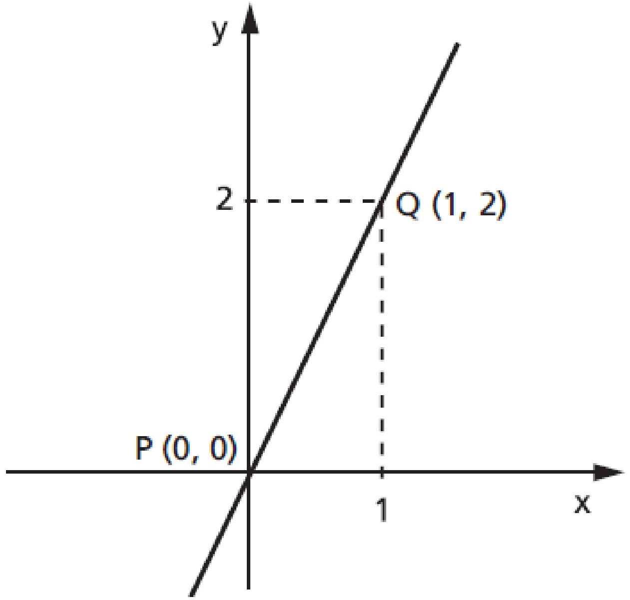


O gráfico da função linear é uma reta que passa pela origem.
A imagem de f é o conjunto $Im(f) = \mathbb{R}$.

Exemplo: Construir o gráfico da função linear $y = 2x$.

Considerando que dois pontos distintos determinam uma reta e no caso da função linear um dos pontos é a origem, basta atribuir a x um valor não nulo e calcular seu valor em $y = 2x$.

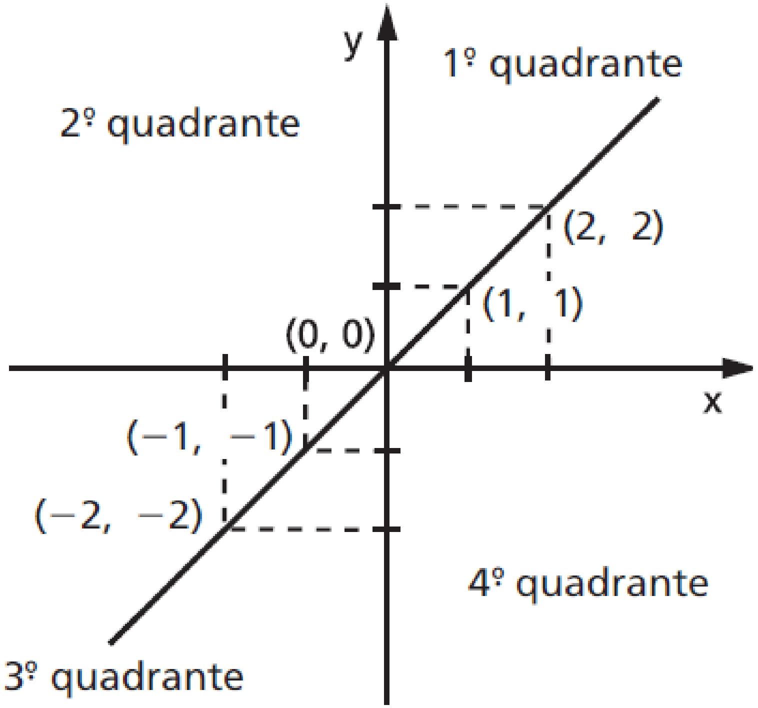
x	y = 2x
1	2



Observação:

A função linear que a cada elemento x associa o próprio x é chamada de **função identidade:**

$$\boxed{f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x.}$$



O gráfico da função identidade é a reta **bissetriz dos quadrantes ímpares**.
Outra notação para essa função é $Id\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, Id(x) = x$

Função Afim

Chama-se **função polinomial do 1º grau** ou **função afim**, qualquer função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais e $a \neq 0$.

$$\boxed{f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b \ \ (a \neq 0)}$$

Exemplos:

(**a**) $y = 3x + 2$ em que $a = 3$ e $b = 2$

(**b**) $y = -2x + 3$ em que $a = -2$ e $b = 3$

(**c**) $y = -4x$ em que $a = -4$ e $b = 0$

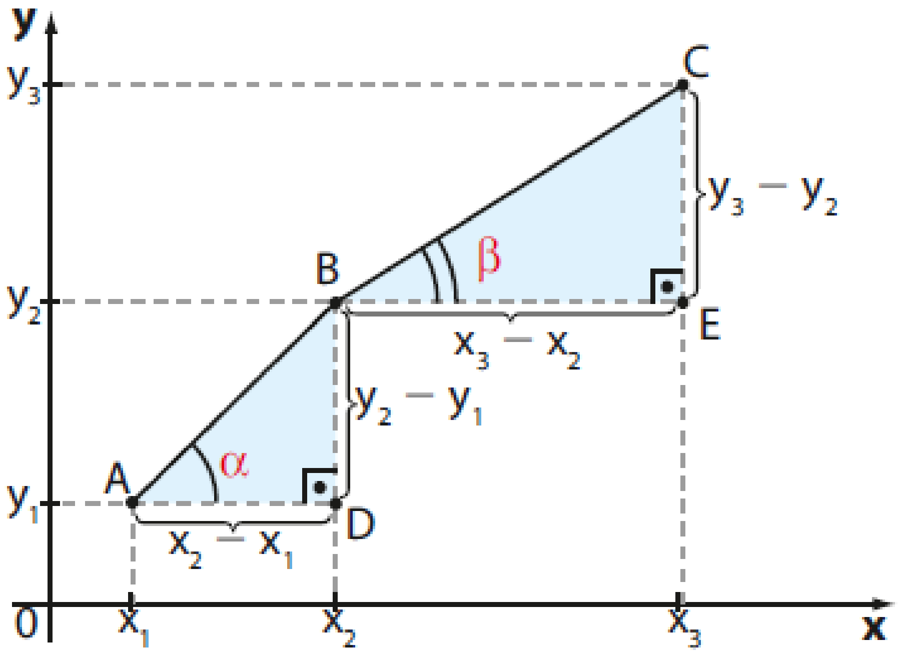
Observe que se $b = 0$, então a função afim $y = ax + b$ se transforma na função linear $y = ax$; logo podemos dizer que a função linear é um caso particular da função afim.

Gráfico e Estudo do Sinal da Função Afim

Proposição: O gráfico da função afim $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$ é uma reta.

Demonstração: Tomemos três pontos distintos $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ pertencentes ao gráfico dessa função. Vamos mostrar que A, B e C estão alinhados, isto é, pertencem a mesma reta. Suponha, por absurdo, que A, B e C não pertencem a uma mesma reta, como mostra a figura abaixo.

Como A, B e C são pontos do gráfico da função f, então suas coordenadas satisfazem a lei $y = ax + b$. Assim:



$$\begin{cases} y_1 = ax_1 + b \;\; (I) \\ y_2 = ax_2 + b \;\; (II) \\ y_3 = ax_3 + b \;\; (III) \end{cases}$$

Fazendo $(II) - (I)$:

$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1) \Rightarrow a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Fazendo $(III) - (II)$:

$$y_3 - y_2 = a(x_3 - x_2) \Rightarrow a = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

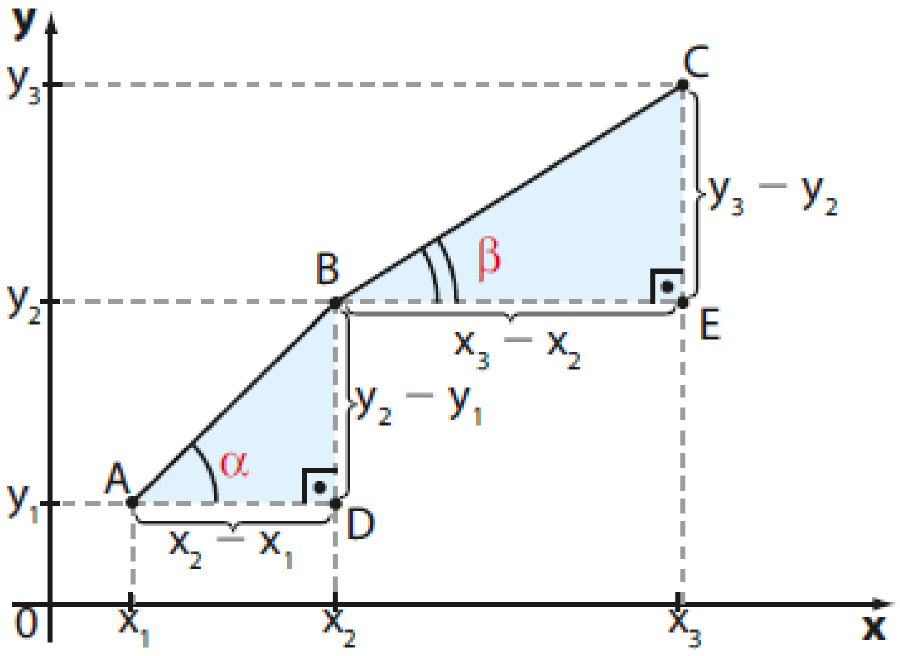
Desse modo, temos que

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2},$$

ou seja, os lados dos triângulos retângulos ABD e BCE são proporcionais. Logo, esses triângulos são semelhantes e seus ângulos são congruentes. Em particular, temos que $\alpha = \beta$ e isso não poderia ocorrer. A contradição vem do fato de supormos que A, B e C não pertencem a mesma reta.

Conclusão: Os pontos A, B e C estão alinhados e desse modo pertencem a mesma reta.

Desse modo, está provado que o gráfico da função afim é uma reta.

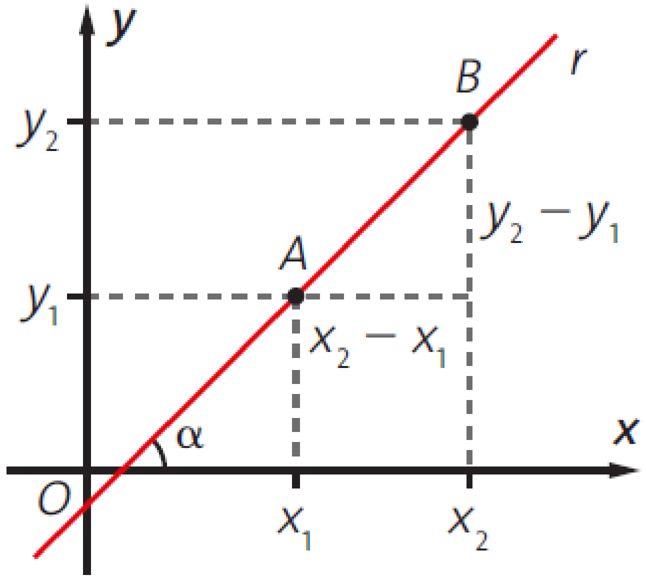


Observações:

(1) Vimos que o gráfico da função $y = ax + b$ é uma reta. Temos que:

- a: **coeficiente angular** da reta (mede a inclinação da reta em relação ao eixo Ox)

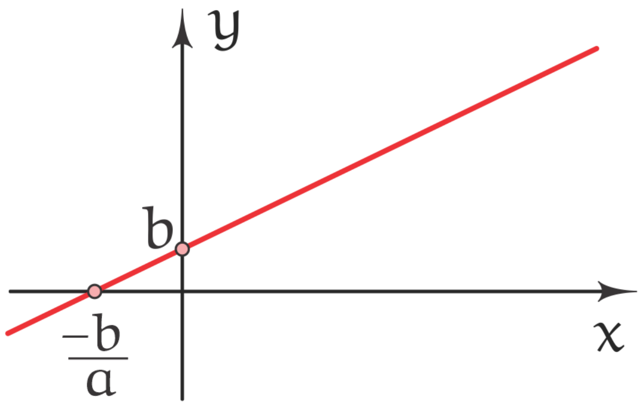
$$\boxed{a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{ou} \quad a = tg(\alpha)}$$



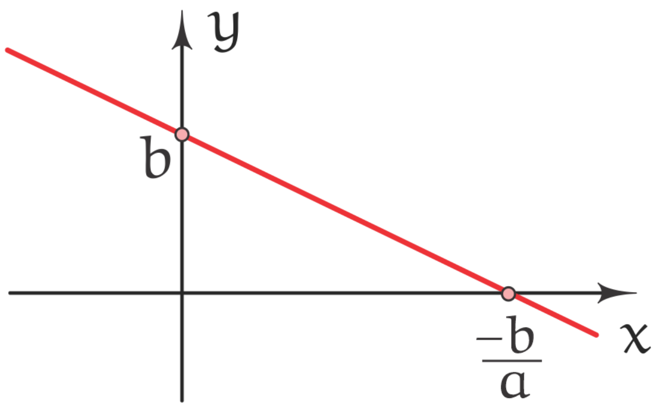
- b: **coeficiente linear** (é o ponto onde a reta corta o eixo Oy)

(**2**) O gráfico da função afim $y = ax + b$ é:

- **crescente:** quando o valor de $a > 0$
- **decrescente:** quando o valor de $a < 0$



f é *crescente* quando $a>0$



f é *decrescente* quando $a<0$

Justificativas:

- Para $a > 0$:

  Se $x_1 < x_2$, então $ax_1 < ax_2$. Daí, $ax_1 + b < ax_2 + b$. Logo, $f(x_1) < f(x_2)$.

- Para $a < 0$:

  Se $x_1 < x_2$, então $ax_1 > ax_2$. Daí, $ax_1 + b > ax_2 + b$. Logo, $f(x_1) > f(x_2)$.

(3) Estudo do sinal

Estudemos o sinal da função afim $f(x) = ax + b$.

- **Zero ou raiz:**

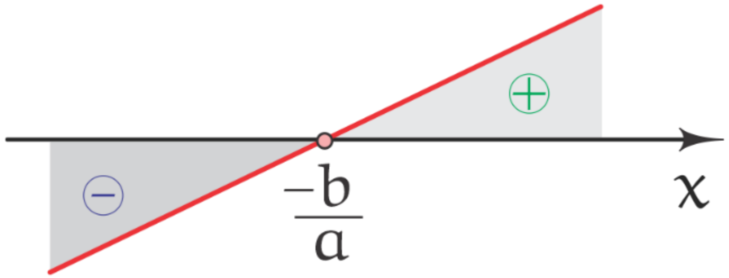
$$f(x) = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}.$$

Temos dois casos possíveis:

1º) $a > 0$ (função é crescente)

$$y > 0 \Rightarrow ax + b > 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a}$$

$$y < 0 \Rightarrow ax + b < 0 \Rightarrow x < -\frac{b}{a}$$

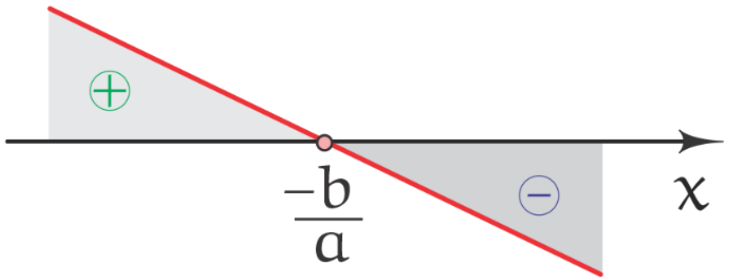


$\boxed{a>0}$

2º) $a < 0$ (função é decrescente)

$$y > 0 \Rightarrow ax + b > 0 \Rightarrow x < -\frac{b}{a}$$

$$y < 0 \Rightarrow ax + b < 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a}$$



$\boxed{a<0}$

Exemplos

(1) Construa o gráfico de cada função afim e faça o estudo do sinal:

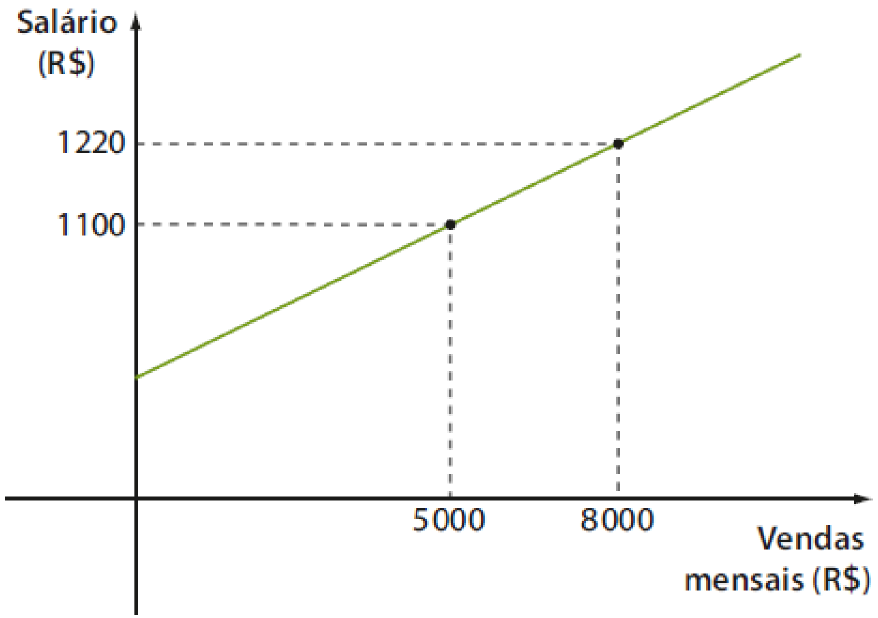
(a) $f(x) = 2x + 1$ **(b)** $f(x) = -x + 3$

(2) Obtenha a equação da reta que passa pelos pontos:

(a) $P(1,2)$ e $Q(3,-2)$

(b) $R(1,-1)$ e $S(-1,2)$

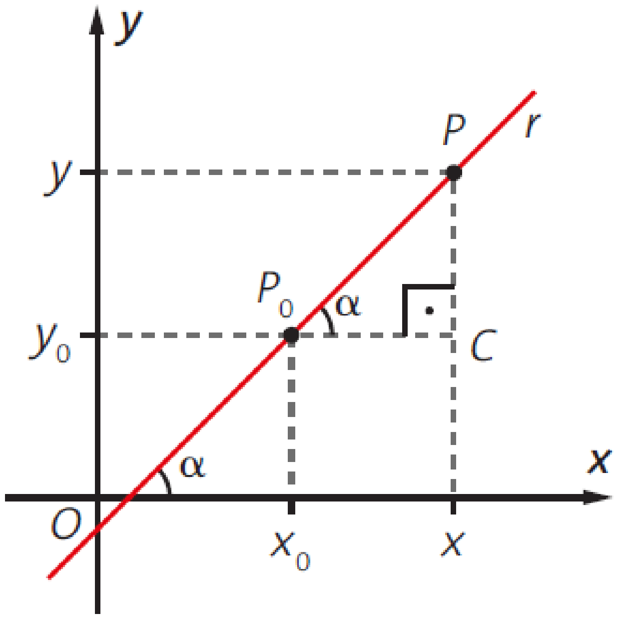
(3) Um vendedor recebe um salário fixo e mais uma parte variável, correspondente à comissão sobre o total vendido em um mês. O gráfico seguinte informa algumas possibilidades de salário em função das vendas.



(a) Encontre a lei da função cujo gráfico é essa reta.
(b) Qual é a parte fixa do salário?
(c) Alguém da loja disse ao vendedor que, se ele conseguisse dobrar as vendas, seu salário também dobraria. Isso é verdade?

Observação Importante!

É possível obter a equação de uma reta se conhecermos o seu coeficiente angular e um ponto por onde ela passa.



Seja r uma reta com coeficiente angular a e que passa pelo ponto $P_0(x_0, y_0)$. Se $P(x, y)$ é um ponto genérico de r, então

$$a = \frac{y - y_0}{x - x_0} \Rightarrow y - y_0 = a(x - x_0) \Rightarrow \boxed{y = y_0 + a(x - x_0)}$$

Exemplo: Determine a equação da reta que possui coeficiente angular $a = -3$ e que passa pelo ponto $(5, -2)$.

Temos que $a = -3$, $x_0 = 5$ e $y_0 = -2$, logo

$$y = y_0 + a(x - x_0) \Rightarrow y = -2 + (-3)(x - 5)$$

$$\Rightarrow y = -2 - 3x + 15$$

$$\Rightarrow y = -3x + 13$$

Inequações do 1º Grau

Podemos aplicar o estudo do sinal da função afim para auxiliar na resolução de inequações do primeiro grau.

Exemplo: Resolva, em $\mathbb{R}$, as seguintes inequações:

(a) $2 \leq 3x + 1 < x + 7$

(b) $(1 - 4x)(2x - 5) \leq 0$

(c) $\frac{4x-8}{2-6x} \geq 0$

(d) $\frac{x+2}{1-x} \leq 2$

(e) $\frac{1}{x-1} < \frac{2}{x-2}$

(f) $\frac{(1-2x)(3+4x)}{4-x} > 0$

(g) $\frac{x}{x+1} > x$

Exercícios

(**1**) Construa os gráficos das seguintes funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$:

(**a**) $y = x + 2$ (**b**) $y = -x + 1$ (**c**) $y = -2x$ (**d**) $y = \frac{5}{2}$

(**2**) Um hotel oferece a seus hóspedes duas opções para uso da rede *wi-fi* no acesso à internet:

1ª) Pagamento de uma taxa fixa de R$ 18,00 por dia com acesso ilimitado.

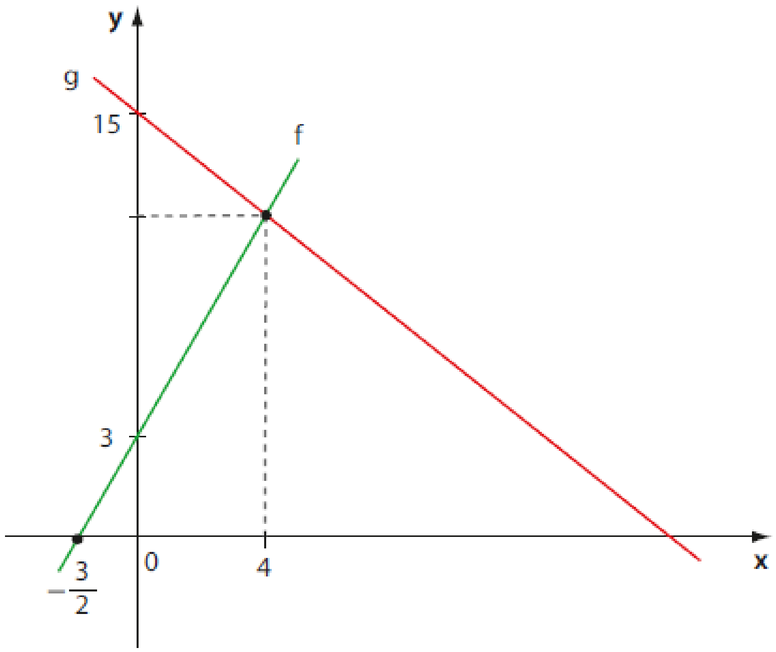
2ª) Cobrança de R$ 2,50 por hora de acesso, com valor proporcional no fracionamento da hora (minuto).

(**a**) Escreva, para cada opção oferecida, a lei da função que relaciona o preço p, em reais, pago por esse serviço, em função do tempo t (com $0 < t < 24$), em horas de acesso.

(**b**) Se escolher a 1a opção, quanto pagará a mais um cliente que usou a rede por 5 horas em certo dia, na comparação com a 2a opção?

(**c**) Por quanto tempo de uso diário da rede *wi-fi* seria indiferente a escolha de qualquer um dos planos?

(3) Na figura estão representados os gráficos de duas funções $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = 2x + 3$ e $g(x) = ax + b$. Calcule o valor de $g(8)$.



(4) Determine a equação da reta que passa pelo ponto $(-1, 0)$ e possui coeficiente angular 3.

(5) Explicite o domínio da seguinte função

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{1-2x}}.$$

(**6**) Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por minuto
A	R$ 35,00	R$ 0,50
B	R$ 20,00	R$ 0,80
C	0	R$ 1,20

(**a**) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utilize 25 minutos por mês?

(**b**) A partir de quantos minutos de uso mensal o plano **A** é mais vantajoso do que os outros dois?

4- Função Quadrática

Função Quadrática

Chama-se **função quadrática** ou **função polinomial do 2º grau** qualquer função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

$$\boxed{f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c \;\; (a \neq 0)}$$

Exemplos:

(**a**) $f(x) = x^2 + 5x + 4$ em que $a = 1, b = 5$ e $c = 4$

(**b**) $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$ em que $a = -2, b = 3$ e $c = -4$

(**c**) $f(x) = -x^2 + 3$ em que $a = -1, b = 0$ e $c = 3$

(**d**) $f(x) = 3x^2 - 9x$ em que $a = 3, b = -9$ e $c = 0$

(**e**) $f(x) = -16x^2$ em que $a = -16, b = 0$ e $c = 0$

Zeros da Função do 2º grau

Os **zeros** ou **raízes** da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, são os números reais x tais que $f(x) = 0$, ou seja, são as soluções da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, que podem ser obtidas pela fórmula de Bhaskara.

Temos que

$$f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Quantidade de raízes

A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o **discriminante** $\Delta = b^2 - 4ac$:

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \;\Rightarrow\; x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \;\Rightarrow\; x = \frac{-b}{2a} \\ \Delta < 0 \;\Rightarrow\; \text{não existem raízes reais} \end{cases}}$$

Observação: Vamos deduzir a fórmula de resolução de uma equação do segundo grau. Temos que:

$$\begin{aligned}
ax^2 + bx + c = 0 &\Leftrightarrow a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \\
&\Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \\
&\Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \\
&\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\
&\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
&\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}
\end{aligned}$$

Exemplo: Obtenha os zeros das funções quadráticas a seguir.

(**a**) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

Temos que $a = 1, b = -5$ e $c = 6$.
Então:

- $\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1$
- $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \Rightarrow x = 3$ ou $x = 2$

Logo, as raízes de f são 2 e 3.

(**b**) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$

Temos que $a = 4, b = -4$ e $c = 1$.
Então:

- $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 16 = 0$
- $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{4 \pm 0}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

Logo, a única raiz de f é $\frac{1}{2}$.

(**c**) $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$

Temos que $a = 2, b = 3$ e $c = 4$.
Então:

- $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 32 = -23$

Como $\Delta < 0$, segue que f não possui raiz real.

Soma e produto das raízes

Sejam x_1 e x_2 as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$.
Temos que:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \left(\sqrt{\Delta}\right)^2}{(2a)^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

A utilização dessas fórmulas nos permite resolver equações do segundo grau mentalmente, principalmente se as raízes forem inteiras.

Exemplo: Resolva mentalmente as seguintes equações, usando soma e produto:

(a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

- A soma das raízes é $-\frac{b}{a} = 6$ e o produto é $\frac{c}{a} = 8$.
- Logo, as raízes são $x_1 = 2$ e $x_2 = 4$.

(b) $x^2 + 2x - 35 = 0$

- A soma das raízes é $-\frac{b}{a} = -2$ e o produto é $\frac{c}{a} = -35$.
- Logo, as raízes são $x_1 = -7$ e $x_2 = 5$.

Forma fatorada

Se $y = ax^2 + bx + c$ é uma função quadrática com raízes x_1 e x_2, então ela pode ser escrita em sua **forma fatorada** dada por

$$\boxed{y = a(x - x_1)(x - x_2).}$$

Vamos mostrar esta propriedade:

$$y = ax^2 + bx + c = a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

Lembrando que $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ e $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$, podemos escrever:

$$y = a \cdot \left[x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2\right]$$

$$y = a \cdot \left[\underbrace{x^2 - x_1x} - \underbrace{x_2x + x_1x_2}\right]$$

$$y = a \cdot \left[x \cdot (x - x_1) - x_2 \cdot (x - x_1)\right]$$

$$y = a \cdot \left[(x - x_1) \cdot (x - x_2)\right] = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Exemplo: As raízes da função $y = x^2 - 2x - 3$ são $x_1 = -1$ e $x_2 = 3$. Então, sua forma fatorada é

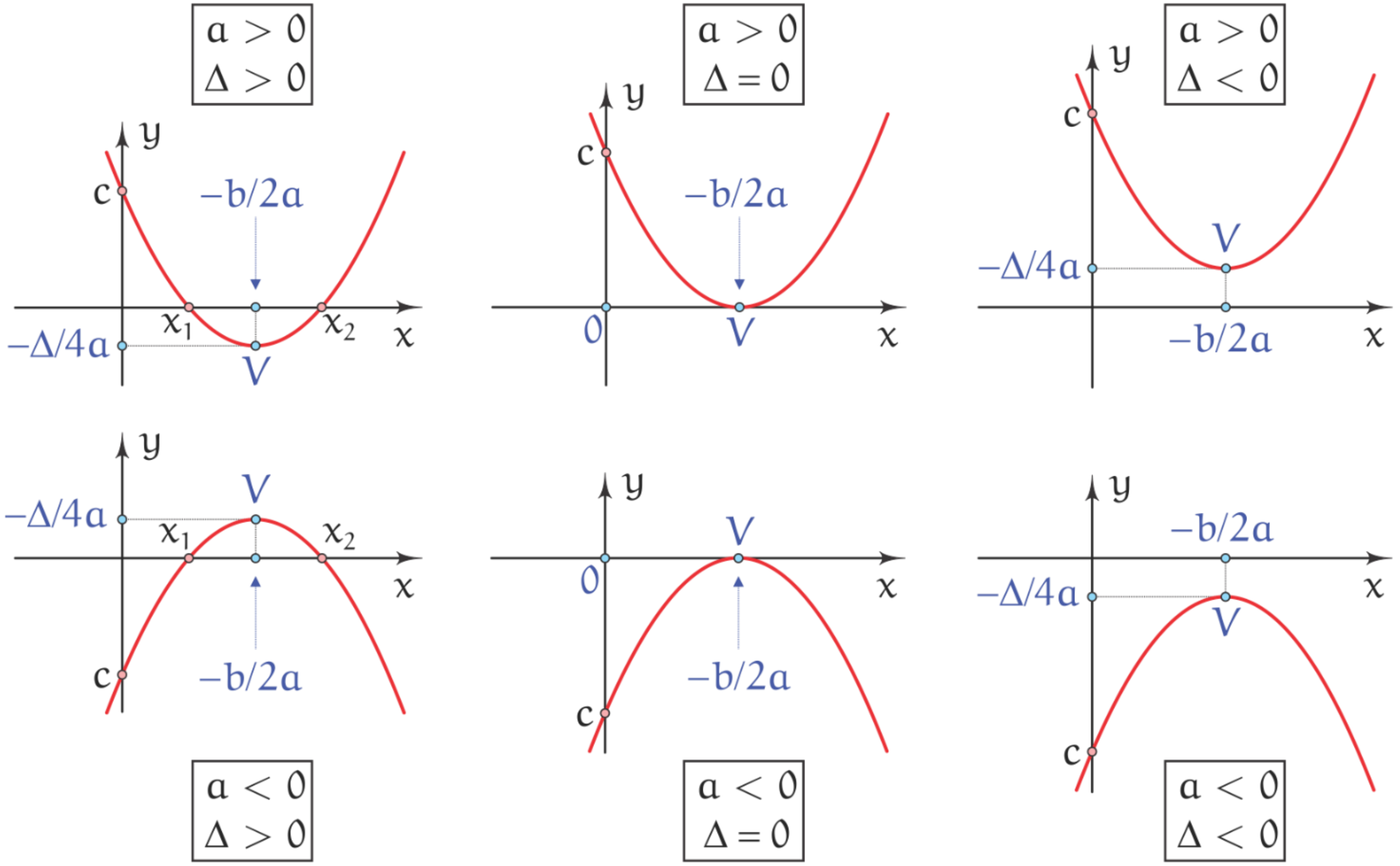
$$y = 1 \cdot \big(x - (-1)\big)(x - 3) = (x + 1)(x - 3).$$

Gráfico da função quadrática

O gráfico de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ é uma **parábola**.

Características:

- Quando $a > 0$ a concavidade da parábola é voltada para cima e ela possui um ponto de mínimo V;
- Quando $a < 0$ a concavidade da parábola é voltada para baixo e ela possui um ponto de máximo V;
- O vértice da parábola é o ponto dado por $V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$;
- A parábola corta o eixo y no ponto $(0, c)$.
- As raízes são as soluções da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

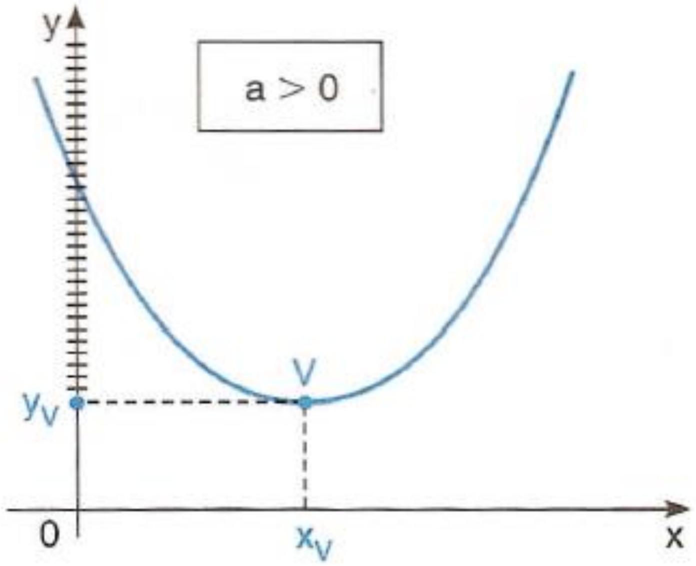


Observação:

Há apenas duas possibilidades para o **conjunto imagem** da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$.

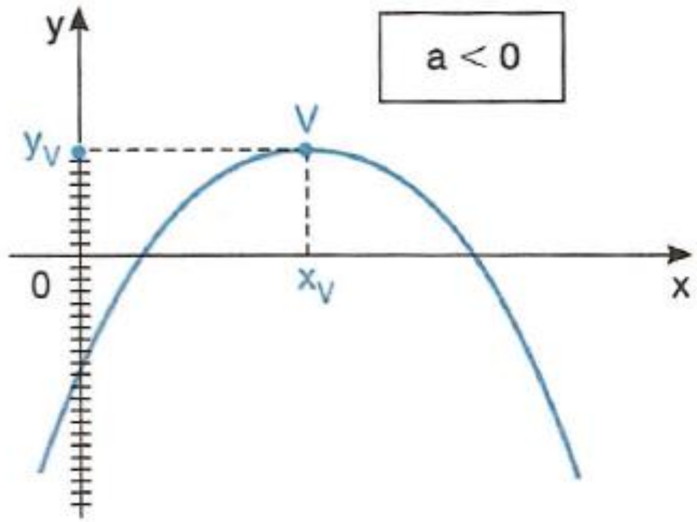
1ª quando $a > 0$,

$$\text{Im} = \left\{ y \in \mathbb{R} \mid y \geq y_V = -\frac{\Delta}{4a} \right\}$$



2ª quando $a < 0$,

$$\text{Im} = \left\{ y \in \mathbb{R} \mid y \leq y_V = -\frac{\Delta}{4a} \right\}$$



Construção da parábola

Podemos usar as seguintes informações para nos auxiliar no esboço da parábola.

(**1**) O valor do coeficiente a define a concavidade da parábola.

(**2**) Os zeros definem os pontos em que a parábola intersecta o eixo x.

(**3**) O vértice $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ indica o ponto de mínimo (se $a > 0$) ou de máxima (se $a < 0$).

(**4**) A parábola corta o eixo y no ponto $(0, c)$.

Exemplo: Faça o esboço do gráfico das seguintes funções quadráticas.

(**a**) $y = x^2 - 2x - 3$

(**b**) $y = -x^2 + 4x - 4$

(**c**) $y = x^2 + 2x + 2$

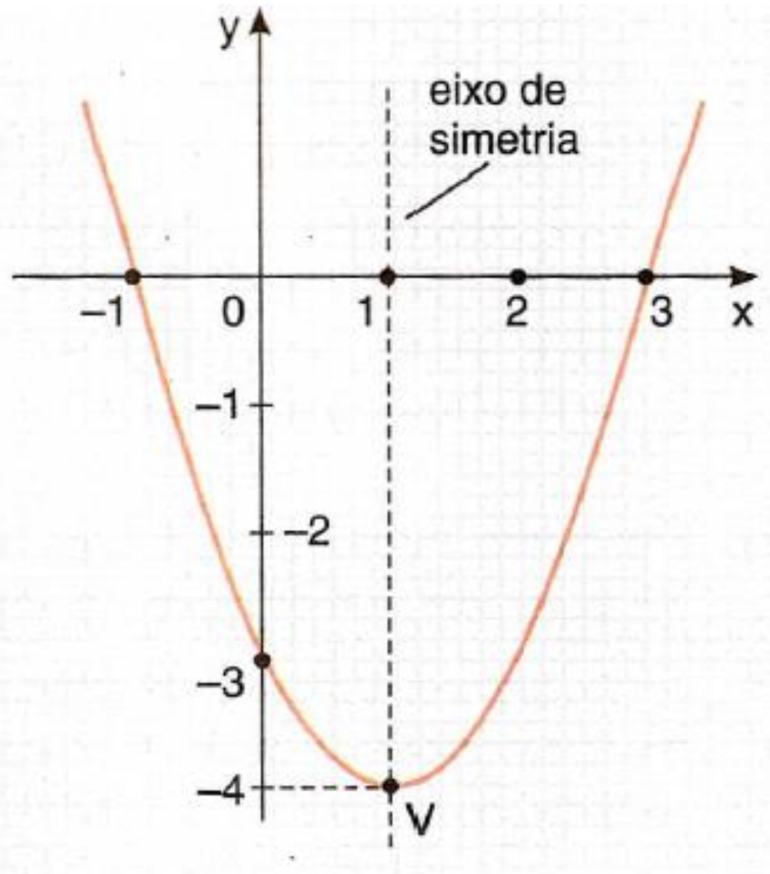
Solução:

(a) $y = x^2 - 2x - 3$

Características:

- concavidade voltada para cima, pois a = 1 > 0.
- zeros: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \dfrac{2 \pm 4}{2} \begin{cases} -1 \\ 3 \end{cases}$.
- vértice: $V = \left(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{\Delta}{4a}\right) = (1, -4)$.
- interseção com o eixo *y*: (0, c) = (0, –3).

Note que $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -4\}$.

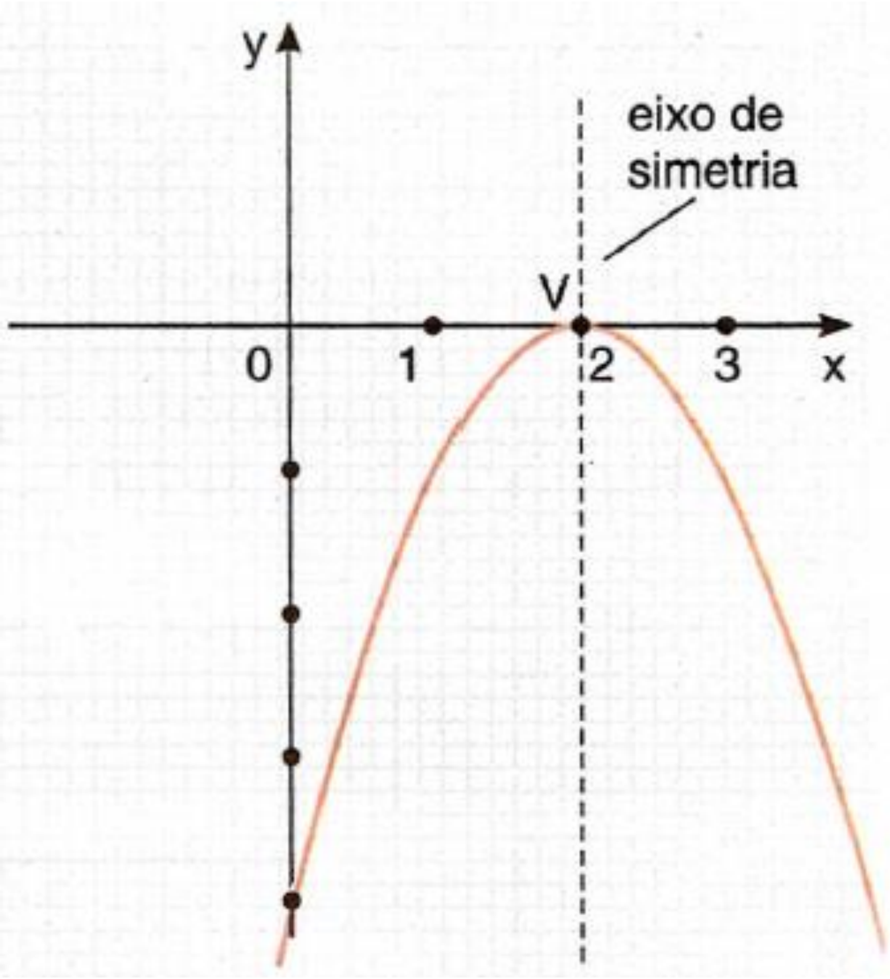


(b) $y = -x^2 + 4x - 4$

Características:

- concavidade voltada para baixo ($a = -1$).
- zeros: $x = \dfrac{-4 \pm 0}{-2} = 2$.
- vértice: $V = \left(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{\Delta}{4a}\right) = (2, 0)$.
- interseção com o eixo y: $(0, c) = (0, -4)$.

Note que $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 0\}$.

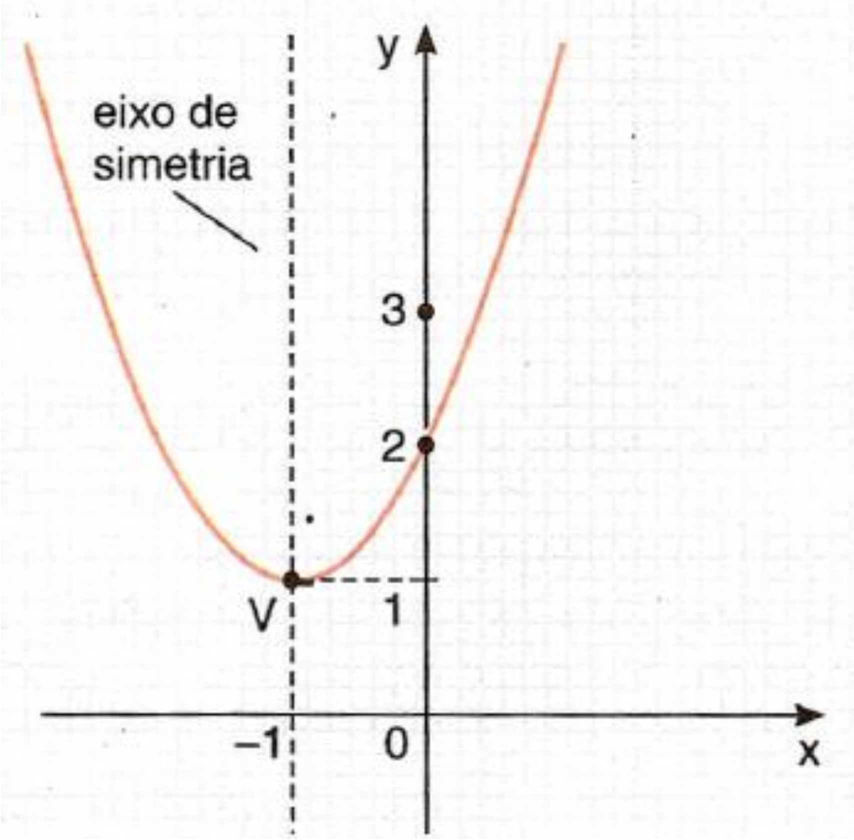


(c) $y = x^2 + 2x + 2$

Características:

- concavidade voltada para cima $(a = 1)$.
- não tem zeros, pois $\Delta = -4$.
- vértice: $V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) = (-1, 1)$.
- interseção com o eixo y: $(0, c) = (0, 2)$.

Note que $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$.



Exercícios

(1) Faça o esboço do gráfico das seguintes funções quadráticas:

(a) $y = 2x^2 - 3x + 1$ **(b)** $y = -x^2 + 4x$ **(c)** $y = -x^2 + 2x + 15$ **(d)** $y = 3x^2$

(2) Resolva, em $\mathbb{R}$, as seguintes equações:

(a) $(3x - 1)^2 + (x - 2)^2 = 25$

(b) $x + \frac{1}{x} = 3$

(c) $(-x^2 + 1)(x^2 - 3x + 2) = 0$

(3) Determine m para que a função $f(x) = x^2 - 3x + m$ tenha duas raízes reais e distintas.

(4) Obtenha a forma fatorada de f, sendo:

(a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$ **(b)** $f(x) = x^2 + 6x + 5$ **(c)** $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

(5) Uma bola, lançada verticalmente para cima, a partir do solo, tem sua altura h (em metros) expressa em função do tempo t (em segundos), decorrido após o lançamento, pela lei:

$$h(t) = 40t - 5t^2.$$

Determine:

(**a**) a altura em que a bola se encontra 1 s após o lançamento; $\boldsymbol{R}$: $35\ m$

(**b**) o(s) instante(s) em que a bola se encontra a 75 m do solo; $\boldsymbol{R}$: $t = 3\ s$ e $t = 5\ s$

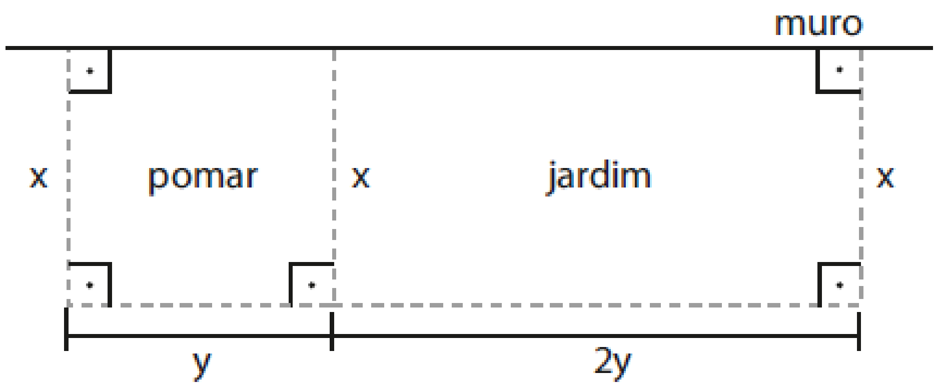
(**c**) a altura máxima atingida pela bola; $\boldsymbol{R}$: $80\ m$

(**d**) o instante em que a bola retorna ao solo. $\boldsymbol{R}$: $t = 8\ s$

(6) Um fazendeiro possui 150 metros de um rolo de tela para cercar um jardim retangular e um pomar, aproveitando, como um dos lados, parte de um muro, conforme indica a figura seguinte.

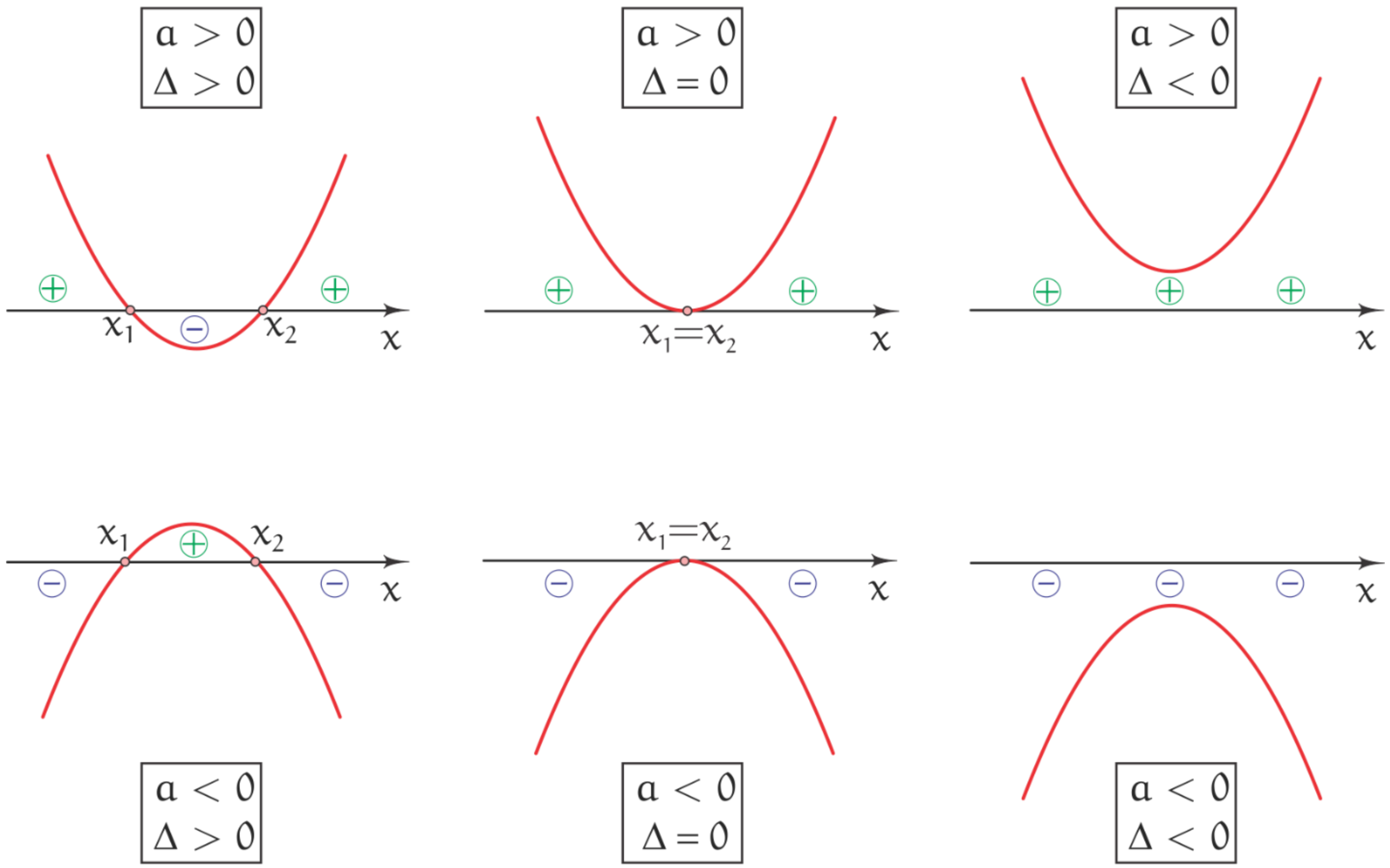
(**a**) Para cercar com a tela a maior área possível, quais devem ser os valores de x e y? **R:** $x = y = 25$

(**b**) Qual seria a resposta, caso não fosse possível aproveitar a parte do muro indicada, sendo necessário cercá-la com a tela? Nesse caso, em que percentual ficaria reduzida a área máxima da superfície limitada pelo jardim e pelo pomar reunidos? **R:** $x = 25, y = 12{,}5$; redução: 50%



Estudo do sinal da função quadrática

O estudo do sinal da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ depende dos valores do coeficiente a e do discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$. Podem ocorrer os seguintes casos:



Inequações do 2º Grau

O estudo do sinal da função quadrática é utilizado para resolver inequações que envolvem expressões do segundo grau.

Exemplo: Resolva, em $\mathbb{R}$, as seguintes inequações:

(a) $x^2 - 3x + 2 < 0$

(b) $-x^2 + 9 \geq 0$

(c) $-x^2 + 6x - 9 > 0$

(d) $2x^2 - 2x + 5 > 0$

(e) $-8 \leq x^2 - 2x - 8 \leq 0$

(f) $(x - 3)(x^2 + 3x - 4) > 0$

(g) $\frac{-x+3}{x^2-4x-5} \geq 0$

(h) $(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 16) > 0$