7) $a + bt + ct^2 = f(t)$ $(1,-1), (2,3), (3,13)$

$a + b + c = -1$
$a + 2b + 4c = 3$
$a + 3b + 9c = 13$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 9 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 8 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 8 & 14 \end{bmatrix} \quad -2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \end{bmatrix} \quad /2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad -3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad -1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad -1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$a = 1$
$b = -5$
$c = 3$

$f(t) = 1 - 5b + 3c^2$

2) $a+bx+cy+x^2+y^2=0$

$-x^2-y^2=a+bx+cy$ $\quad (5,5),(4,6),(6,2)$

$a+5b+5c=-5^2-5^2=-50$

$a+4b+6c=-4^2-6^2=-52$

$a+6b+2c=-6^2-2^2=-40$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & -50 \\ 1 & 4 & 6 & -52 \\ 1 & 6 & 2 & -40 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ -1 \\ -1 \end{matrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & -50 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 6 & 2 & -40 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -1 \end{matrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & -50 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 10 \end{bmatrix} \cdot(-1)$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & -50 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 10 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -1 \end{matrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & -50 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 8 \end{bmatrix} \cdot(-2)$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & -50 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ +1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & -50 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \cdot(-5)$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 & -30 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \cdot(-5)$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -20 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

$a=-20$

$b=-2$

$c=-4$

$-20-2x-4y+x^2+y^2=0$

$x^2+y^2=20+2x+4y$

3 (2) a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Reduced echelon

b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 01 & 0 \end{bmatrix}$ Echelon

c) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Neither

d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ Echelon

4(4) $\begin{bmatrix} \textcircled{1} & 2 & 4 & 5 \\ 2 & \textcircled{4} & 5 & 4 \\ 4 & 5 & \textcircled{4} & 2 \end{bmatrix}$ -2

$\downarrow$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 6 & 6 \end{bmatrix}$ $/3$

$\downarrow$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ -2

$\downarrow$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $/3$

$\rightarrow$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $\rightarrow$

$\downarrow$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ -2

$\downarrow$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ -2

$\downarrow$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ -4

$\rightarrow$

$\begin{bmatrix} \textcircled{1} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \textcircled{1} & 0 & -2 \\ 0 & 0 & \textcircled{1} & 2 \end{bmatrix}$

$\delta(8)$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & -5 \\ -3 & 7 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ +3 \end{matrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & 0 & 6 \end{bmatrix} \; /2$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$x_1 - 3x_2 = -5$$

$$x_2 = 3$$

$$\downarrow$$

$$x_1 - 3 \cdot 3 = -5$$

$$x_1 = -5 + 9$$

$$x_4 = 4$$

$$\downarrow$$

$$x_4 = 4$$

$$x_2 = 3$$

$$\underline{x_3 = \text{free}}$$