

1. (5 баллов) Найти ближайшую ортогональную матрицу (в смысле нормы Фробениуса) к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 2.16506351 & 0.4330127 \\ -0.8660254 & 1.25 & 0.25 \\ 0 & 0.5 & 2.5 \end{pmatrix}$$

Вывести результат в консоль и, посмотрев на него, найти соответствующие этому преобразованию угол и направление поворота.

2. (5 баллов) При помощи SVD найти обратную матрицу к квадратной матрице  $n \times n$ , состоящей из элементов

$$A_{ij} = \frac{1}{i + j - 1},$$

для размеров матрицы  $n=3$  и  $n=10$ .

3. (5 баллов) Для квадратной матрицы  $n \times n$ , состоящей из элементов

$$A_{ij} = i + j - 1,$$

найти с использованием SVD все решения уравнений  $AX=0$  для  $n=4$ .

4. (5 баллов) Написать программу, находящую все точки пересечения двух прямых на плоскости методом однородных координат. Прямые заданы уравнениями  $ax+by+c=0$ ,  $sx+dy+e=0$ .

5. Необязательная задача (15 баллов) В книге Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун «Матричные вычисления» теорема Эккарта-Янга доказана для 2-нормы. Доказать теорему Эккарта-Янга для нормы Фробениуса.

Рекомендованные функции: `cv2.SVDcomp`, `numpy.matmul`, `numpy.divide`, `numpy.squeeze`