Raport fra Øvelse 1, FYS2150

Tid og frekvens

Aleksander Hansen

February 3, 2013

Abstract

Denne rapporten er fra Øving 1 i FYS2150. Øvelsens formål er å få et bevisst forhold til måling av tid, samt hvordan usikkerheter i måledata behandles. Vi måler perioden til et timeglass og en pendel med stoppeklokke og fotodiode. Vi konkluderer med at presisjonen til fotodioden er best, men vi kan ikke si noe sikkert om nøyaktigheten til metodene.

1 Introduksjon

Tid brukes til å definere mange andre størrelser som hastighet osv. så det å kunne måle tid nøyaktig og presist er helt avgjørende for å kunne måle mange andre størrelser. Vi skal i denne øvelsen måle tid på forskjellige måter og se hvordan vi behandler usikkerheten i disse målingene. *Presisjon* og *nøyaktighet* er stikkord som skal belyses, og hva de faktisk innebærer.

nevn pendelen som hovedinstrument for regular periodiske bevegelse (oppførsel), noe som er en premis for å kunne måle tid

2 Teori

Ved små vinkler oppfører en svingependelen seg tilnærtmet som en harmonisk oscillator. Perioden avhenger da bare av snorlengden, L, og tyngdeakselerasjonen, g. Og er gitt ved:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{1}$$

Sammenhengen i usikkerheten til størrelser avledet av andre størrelser er gitt ved:

$$\Delta Z^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial A}\Delta A\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\Delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\Delta C\right)^2 \ldots \tag{2}$$

Hvor Z er den avledede størrelsen, $Z = f(A, B, C, ...)$ er den aktuelle funksjonen av de andre størrelsene, $A, B, C, ...$, og $\Delta Z, \Delta A, \Delta B, \Delta C, ...$ er usikkerheten i disse størrelsene.

I følge Shannon-Nyquist' samplingsteorem, så må samplingsfrekvensen være minst to ganger frekvensen til fenomenet man prøver å måle for å få et brukbart resultat.

kunne også si noe om normalfordelingen, forhold mellom std. avikk og usikkerhet i gjennomsnitt

3 Eksperimentelt

Pendelen ble satt opp som følgende: På et relativt horisontalt bord ble en metallsylinder hengt fra et opphengspunkt ved hjelp av 2 snorer, slik vist i figur 1. Snorene ble siktet inn så godt det var mulig ved øyemål, slik at de var like lange. Oppsettet var satt opp slik under hele øvelsen. Pendelen ble satt til å svinge i det vertikale planet, ut/inn av figur 1.

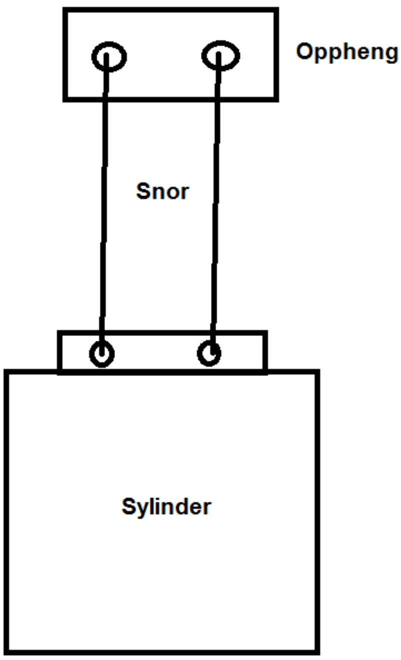

Figure 1: Pendeloppsett

A Timeglass og pendel

Perioden til timeglasset ble definert slik det virket mest hensiktsmessig. Vi hadde ikke noen mekanisme for å snu timeglasset identisk hver gang for å få en full perioden, derfor ble perioden her definert til å være tiden all sanden bruker å flytte seg fra toppen til bunnen i timeglasset når det står vertikalt i et tyngdefelt, gitt at all sanden starter i toppen. Dette gir muligheten for to forskjellige perioder da man kan starte timeglasset i to forskjellige starttilstander. Vi gjorde bare 1 måling av timeglasset i denne delen av øvelsen. hmm, litt lite

Vi startet timeglasset og pendelen samtidig med en vinkel på ca. 15°, og telte perioden til timeglasset i antall pendelperioder ved øyemål. Det er vanskelig å vite usikkerheten i denne målingen da feilkildene hovedsaklig kommer fra noe så varierende som menneskelig reaksjonstid, samt at det er vanskelig å se akkurat hvor i pendelbanen timeglasset renner ut. Men vi antar at vi klarer å angi perioden til timeglasset med en usikkerhet på ± 0.5 pendelperioder. bra, en av de få som tørte å måle deler av en periode med timeglass

Lengden fra opphengspunktet til massesenteret til pendelen ble målt med en tommestokk med en oppgitt usikkerhet på ± 1.0 mm, men pga. loddets irregulære form (det hadde en aluminiumskloss på toppen, samt skruer) så ble det vanskelig å vite hvor eksakt massesenteret lå. Vi målte derfor avstanden fra opphengspunktet til midten av loddet, og antok at massesenteret lå ± 5.0 mm innenfor dette. +-5mm virker ganske sjenerøs, men OK

B Pendel og stoppeklokke

Vi målte perioden til pendelen fortløpende med mellomtidsfunksjonen til en stoppeklokke 100 ganger. Deretter målte vi perioden til timeglasset med stoppeklokken. Vi gjorde i alt 7 måling, hvor vi startet timeglasset i sine respektive starttilstander annen hver gang.

C Pendel, fotodiode og 20MHz klokke

Vi festet en refleksiv teip ca. midt på loddet, og plasserte en fotodiode i pendelbanens laveste punkt. Dette er mest hensiktsmessig fordi det er punktet hvor pendelen har størst hastighet, og fordi svingningen er dempet og vil tilslutt ikke bryte lyset fra fotodioden. Fotodioden koblet vi så til en akvisisjonsboks, NI USB-6211, som vi igjen koblet til en PC slik at vi kunne registrere når pendelen brøt "synslinjen" til fotodioden, og dermed måle perioden til pendelen. Ved hjelp av MATLAB skriptet, *svingeperiode.m*, målte vi svingetiden til pendelen.

4 Resultater

Det var en annen gruppe som gjorde samme eksperiment samtidig med sin pendel festet i samme bord. Dette kan ha gitt opphav til energioverføringer mellom pendelene. Pendelen hadde også en tendens til å slingre som kan påvirke resultatene.

A Timeglass og pendel

- Perioden til timeglasset: $P = 196.0 \pm 0.5$ pendelperioder
- Lengde fra oppheng til massesenter: $L = 58.0 \pm 0.5$ cm

Bruker vi (2) til å finne usikkerhetsrelasjonen til (1) får vi:

$$\Delta T = T \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}\right)^2} \tag{3}$$

Tyngdeakselerasjonen i Oslo er $g = 9.825\text{m/s}$ [1]. Δg er ikke kjent, men jeg antar at den er lik 0.001 eller mindre. Vi kan nå beregne den teoretiske svingetiden til pendelen ved hjelp av (1) og usikkerheten med (3):

$$T = 1.526 \pm 0.007s$$

Perioden til timeglasset i sekunder kan vi nå finne, den er gitt ved:

$$P_T = P \cdot T \tag{4}$$

Usikkerheten finner vi igjen med å bruke (2) på (4):

$$\Delta P_T = P_T \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2} \tag{5}$$

Perioden blir:

$$P_T = 299.1 \pm 1.6s$$

ryddig, oversiktelig, bra

B Pendel og stoppeklokke

Målingene av perioden til pendelen er representert i Figur 2. Funksjonene, *mean()* og *std()* i MATLAB ble brukt til å finne gjennomsnittet og usikkerheten i form av standardavviket til gjennomsnittet. Pendelperioden, P, blir da:

$$P_P = 1.527 \pm 0.068s$$

virker mer som std. avikk enn usikkerhet på gjennomsnittet. Det første er vitkig om vi tenker på å måle noe en gang, det andre hvis vi skal sammenligne med teorestik periode.

Figur 3 er histogram av målingene i Figur 2, med den korresponderende normalfordeling i rødt. Figur 4 er en graf som fremkommer ved å bruke funksjonen *normplot()* i MATLAB. Figuren forteller om datapunktene er tilnærmet normalfordelt. Den røde linja er fra den analytiske normalfordelingen, hvis datapunktene skal være normalfordelt må de ligger mer eller mindre om/på denne linja.

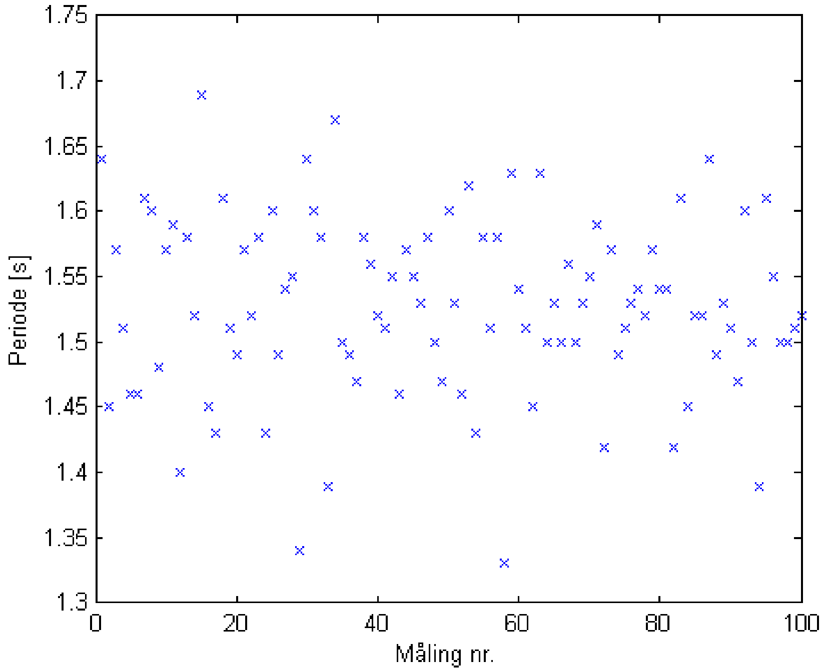

Figure 2: Perioden til pendelen målt med stoppeklokke.

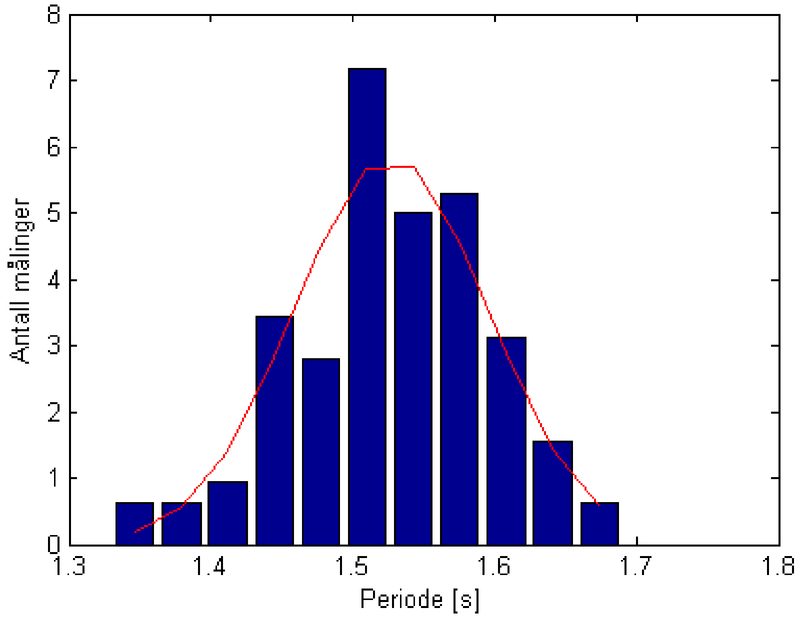

Figure 3: Histogram og normalfordeling.

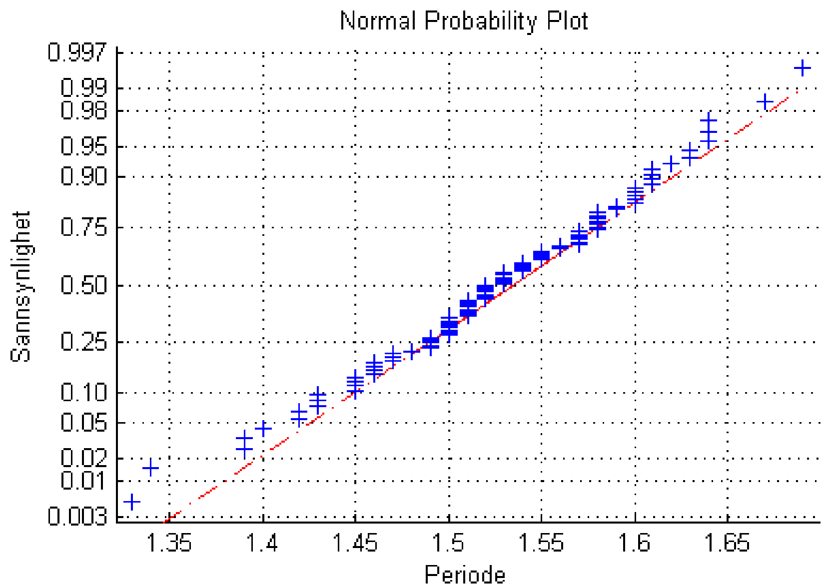

Figure 4: Normal sannsynlighets plot.

Målingene av periodene til timeglasset er angitt i Tabell 1. I Tabell 2 er det beregnet gjennomsnittet og usikkerheten til starttilstandene hver for seg, samt en gang hvor det ikke er gjordt noen distinksjon mellom hvordan man starter timeglasset, basert på data i Tabell 1.

Table 1: Perioden til timeglasset målt med stoppeklokke.

Måling nr.	Startilstand	Tid [s]
1	1	303.5
2	2	311.1
3	1	303.3
4	2	310.2
5	1	303.5
6	2	309.4
7	1	302.6

grundig, flott!

Table 2: Perioden til timeglasset, beregnet fra Tabell 1.

Starttilstand	Periode [s]
1	303.2 ± 0.4
2	310.2 ± 0.9
1+2	306.2 ± 3.8

C Pendel, fotodiode og 20MHz klokke

Figur 5 viser målingene av pendelperioden målt med fotodiode og stoppeklokke. Figur 6 viser et histogram av målepunktene i figur 5. Og slik som for figur 4, viser figur 7 hvor godt måledataene i figur 5 er normalfordelt.

Ved hjelp av MATLAB finner vi at perioden er:

$$P_P = 1.539 \pm 0.002s$$

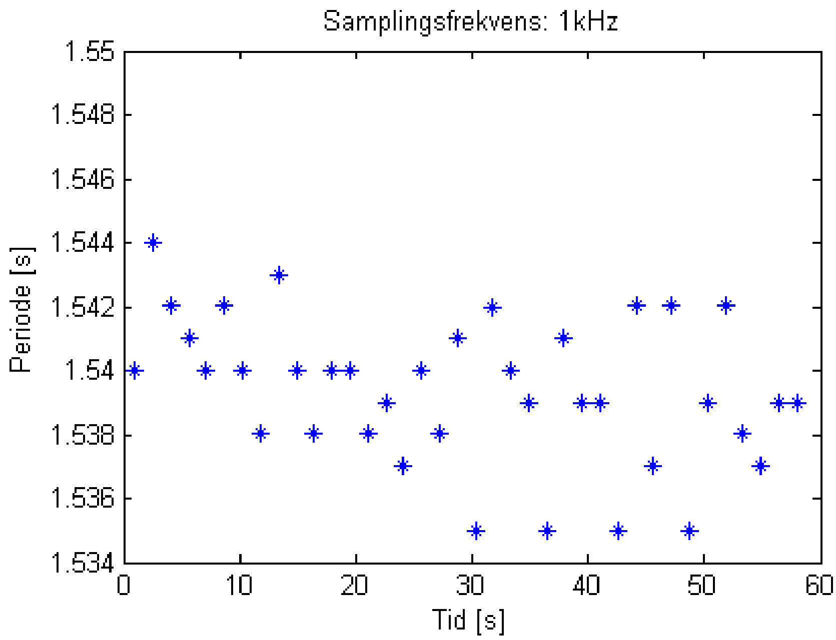

Figure 5: Perioden til pendelen målt med fotodiode og 20MHz klokke.

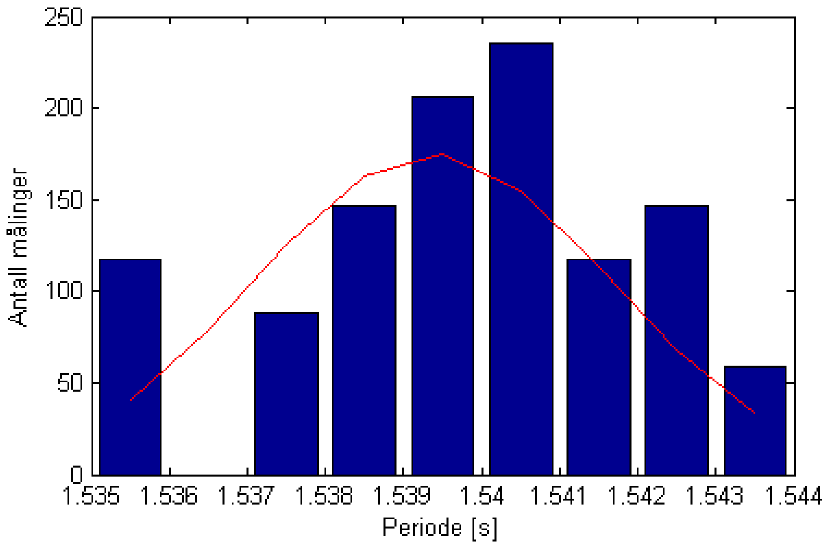

Figure 6: Histogram og normalfordeling.

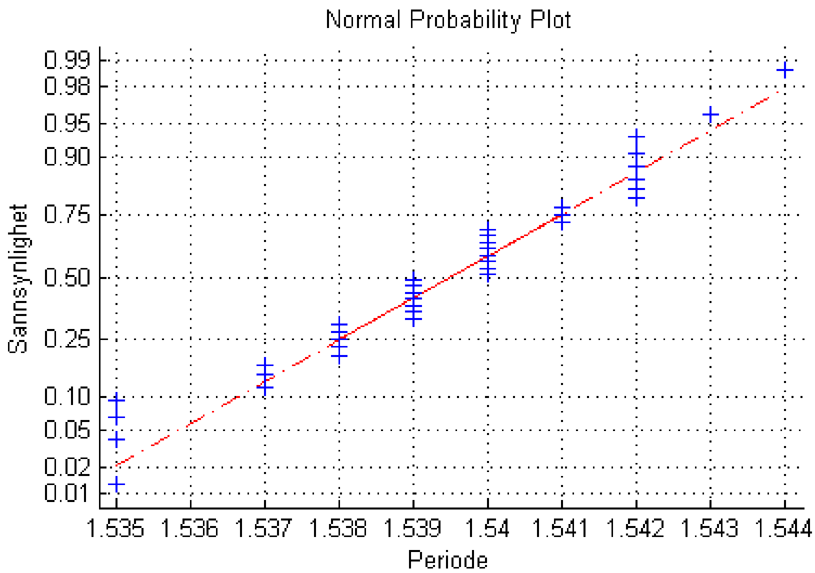

Figure 7: Normal sannsynlighets plot.

5 Diskusjon

Vi ser at perioden til pendelen i del A, B og C er mer eller mindre like. De ligger ikke alle innenfor hverandres usikkerhet, men det kommer nok av at det er umulig å skape de samme initialbetingelsene når man slipper pendelen. Utslaget har noe å si, fordi luftmotstanden avhenger av hastigheten, som er større midt i banen for større utslag. Det var også som sagt vanskelig å få pendelen til å svinge uten å slingre, samt at flere eksperimenter tok sted på samme bord osv. Alle disse feilkildene vi ikke hadde kontroll på kan nok forklare denne inkonsekvensen.

hvordan vet vi det? testet du med forsøk?

Vi ser også at den teoretiske svingetiden er mer presis enn den basert på måling med stoppeklokke. Dette var litt overraskende, da den teoretiske svingetiden er utledet fra to uavhengige størrelser, mens stoppeklokken måler perioden direkte. Dette er har nok sin forklaring i at menneskes reaskjonsevne er på $0.1 - 0.5s$ [2] (rundt 5-30% av perioden), noe som gjør at variansen i måledataene blir stor, selv med 100 målinger. Presisjonen til fotodioden var best.

Gjennomsnittet i A og B ligger veldig nære hverandre. Dette er muligens en tilfeldighet fordi gjennomsnittet i C ligger innenfor usikkerheten til B. Men utifra figur 3, 4, 6 og 7 ser det kanskje ut som målepunktene i B er mer normalfordelt enn i C. Dette kan tyde på at det er en systematisk feil i C,

savner litt tydeligere forsøk å diskutere nøyaktihet og presisjon hver for seg.

men det er vanskelig å avgjøre fra datagrunnlaget.

Perioden til timeglasset virket åpenbart å avhenge av hvilken veien man startet det, sett utifra tabell 1 og 2. Siden vi bare målte timeglasset i antall pendelsvingninger en gang i A, og vi vet ikke hvilken vei det var i forhold til starttilstandene i B, så kan det være risikabelt å sammenligne resultatene i A og B. Men det virker ikke urimelig at timeglassperioden i A svarer til tilstand 1 i B. Antar vi at det er riktig så ser vi at presisjonen i B er best, men at de ikke ligger innenfor usikkerheten til hverandre. Det er vanskelig å si noe sikkert om grunnen til dette. Datagrunnlaget er for tynt til å "triangulere" hvor feilen kommer fra.

var posisjonen av fotodioden viktig? testet med forsøk?

6 Konklusjon

prøvde du med større amplityde?

Det er vanskelig å konkludere med noe i denne øvelsen. Nøyaktighten til pendelperioden i A og B er like, men perioden i C ligger innenfor usikkerheten i B. Enten er det en systematisk feil i B, og perioden i C ligger nærmest den sanne verdien. Eller så svarer den teoretiske beregningen i A dårlig til den faktiske svingetiden. Uansett så kan vi hvertfall konkludere med at presisjonen til fotodioden var overlegen alle de andre måten, selv om vi ikke kan si noe sikkert om nøyaktigheten. Man må kanskje heller konkludere med at det er viktig å ta gode og nok målinger, slik at man kan komme med sterkere konklusjoner.

7 Kilder

[1] http://www.wolframalpha.com/input/?i=acceleration+of+gravity+in+oslo

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Mental_chronometry

konsis men innholdsrik konklusjon, bra.
i tillegg kan oppsumer de viktigste tallresultatene

vi kan neste aldri vite om vi har **estimert**
nøyaktigheten riktig, derfor er det vitkig å måle
med flere instrumenter og/eller ha uavhengige
eksperimenter som har ukorrelerte systematisk
usikkerheter