Obligatorisk oppgavesett 1 for FYS2160, høsten 2012

Oppgave 1:
I denne oppgaven skal vi se på varmekapasiteten i en ideell gass. Vi antar hele tiden kvasistatiske forhold. Generelt er varmekapasiteten $C = \frac{Q}{\Delta T}$ ingen entydig størrelse, men avhenger av den detaljerte prosessen varmetilførselen skjer under. F.eks. i isokore (konstant-volum) prosesser gjelder at $C = C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$, i isobare (konstant-trykk) prosesser gjelder at $C = C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$.

a) Med utgangspunkt i termodynamikkens første lov, vis at følgende relasjon er gyldig for en generell (infinitesimal) prosess som involverer både varme og arbeid:

$$(C - C_V)dT = PdV \ . \tag{1}$$

Vi antar at den eneste form for arbeid som er involvert er mekanisk arbeid (volum-relatert arbeid).
Hint: Skriv ned termodynamikkens første lov på differensiell form (husk at vi kan sette $Q = CdT$). Bruk så ekvipartisjonsprinsippet og definisjonen av C_V til å finne et alternativt uttrykk for endringen dU i indre energi for en ideell gass.

b) Vi antar at C, C_V og C_P er konstanter. Vis at en ideell gass generelt adlyder relasjonen:

$$PV^\alpha = K = \text{konst} \ ; \quad \alpha = \frac{C - C_P}{C - C_V} \ , \tag{2}$$

der konstanten K er spesifikk for prosessen.
Hint: Bruk idealgassloven til å uttrykke differensialet dT ved to ledd som inneholder differensialene dV og dP, og sett dette uttrykket inn i ligningen fra a). I den videre regningen kan du få bruk for differansen mellom C_P og C_V i en ideell gass.

c) Angi verdiene av varmekapasiteten C, eksponenten α og konstanten K i ligningen $PV^\alpha = K$ for *i*) en isoterm prosess ($T =$ konst.), *ii*) en isobar prosess ($P =$ konst.) og *iii*) en adiabatisk prosess ($Q = 0$). Hva med en isokor prosess ($V =$ konst.)? Skisser alle de fire prosesstypene i et PV-diagram.

Oppgave 2: Oppgave 2.24 a) – d) i læreboka.
Hint: Bruk den mest nøyaktige versjonen av Stirling's approksimasjon.
Vi ser på en stor paramagnet med N dipoler som kan ha spinn opp ($\uparrow$) eller ned ($\downarrow$). Multiplisiteten er for en makrotilstand med $N_\uparrow$ dipoler med spinn opp:

$$\Omega(N, N_\uparrow) = \frac{N!}{N_\uparrow! N_\downarrow!} = \frac{N!}{N_\uparrow!(N - N_\uparrow)!} \ . \tag{3}$$

Oppgitt: Multiplisiteten har et maksimum for $N_\uparrow = \frac{N}{2}$.

Oppgave 3: Oppgave 2.37 i læreboka.
Oppgaven skal løses på 2 måter:

a) ved å la hver gass ekspandere fra delvolumene $V_A = (1-x)V$ og $V_B = xV$ inn i hele volumet V;

b) ved å sammenligne multiplisiteten i en gass med 2 typer molekyler, $N_A = (1-x)N$ og $N_B = xN$, med multiplisiteten i en gass der alle N molekyler er av samme type, og finne den tilsvarende entropidifferansen.

Oppgave 4: Oppgave 3.25 a) – d) i læreboka.
Vi tar utgangspunkt i multiplisiteten for en stor Einstein-krystall:

$$\Omega(N,q) \approx \left(\frac{q+N}{q}\right)^q \left(\frac{q+N}{N}\right)^N \quad . \tag{4}$$

Lykke til!