

FYS2140 Kvantefysikk, Oblig 4

Mitt **navn** (**kandidatnummer**), og **gruppe**

1. februar 2012

Obliger i FYS2140 merkes med navn (kandidatnummer) og gruppenummer!

I forberedelsen til å takle Del II av pensum ser vi på to oppgaver med litt repetisjon av statistikk, som også finnes som Oppgave 1.3 og 1.5 i Griffiths. Tilslutt er det en oppgave som diskuterer begrepet **sannsynlighetsstrøm** — altså hvordan sannsynligheten endrer seg over tid — som vi ikke har hatt tid til å nevne på forelesning. Denne tilsvarer Oppgave 1.14 i Griffiths.

Oppgave 1 Vi betrakter den gaussiske sannsynlighetsfordelingen

$$\rho(x) = Ae^{-\lambda(x-a)^2}, \quad (1)$$

hvor A , a og λ er positive reelle konstanter. Slå opp integraler du behøver i Rottmann.

a) Bruk kravet om bevaring av sannsynlighet

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) dx = 1, \quad (2)$$

til å bestemme A .

b) Finn forventningsverdien til x

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \rho(x) dx, \quad (3)$$

forventningsverdien til x^2

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \rho(x) dx, \quad (4)$$

og standardavviket $\sigma = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$.

c) Tegn grafen til $\rho(x)$.

Oppgave 2 Vi betrakter bølgefunksjonen

$$\psi(x, t) = Ae^{-\lambda|x|}e^{-i\omega t}, \quad (5)$$

hvor A , λ og ω er positive reelle konstanter.

a) Finn normaliseringen til ψ .

b) Bestem forventningsverdien til x og x^2 .

- c) Finn standardavviket til x . Tegn grafen til $|\psi|^2$ som en funksjon av x og marker punktene $x_1 = \langle x \rangle + \sigma$ og $x_2 = \langle x \rangle - \sigma$ for å illustrere hvordan σ representerer “spredningen” i x av bølgefunksjonen. Hva er sannsynligheten for at partikkelen befinner seg utenfor dette intervallet?

Oppgave 3 La $P_{ab}(t)$ være sannsynligheten for å finne en partikkel i intervallet $[a, b]$ ved tiden t .

- a) Vis at

$$\frac{dP_{ab}}{dt} = J(a, t) - J(b, t), \quad (6)$$

hvor

$$J(x, t) \equiv \frac{i\hbar}{2m} \left(\Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial x} - \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right). \quad (7)$$

Hva er enhetene til $J(x, t)$? *Kommentar:* J kalles for **sannsynlighetsstrømmen**, fordi den gir raten sannsynlighet “flyter” forbi punktet x . En økende $P_{ab}(t)$ betyr at mere sannsynlighet flyter inn i a enn ut ved b .

- b) Finn sannsynlighetsstrømmen for bølgefunksjonen

$$\Psi(x, t) = Ae^{-a[(mx^2/\hbar) + it]}. \quad (8)$$

(Dette er er ikke desverre ikke noe spesielt imponerende eksempel, men vi skal se bedre senere i kurset.)