FYS2140 Kvantefysikk, Oblig 8

Mitt **navn** og **gruppenummer**

18. mars 2012

Obliger i FYS2140 merkes med navn og gruppenummer!

Denne obligen dreier seg om en partikkel i en kubisk, tredimensjonal, uendelig brønn/boks, og om degenererte tilstander. Oppgavene tilsvarer Oppgave 4.2 og 2.45 i Griffiths.

Oppgave 1 Bruk separasjon av variable teknikken i *kartesiske* koordinater til å løse det kubiske uendelig brønn/boks potensialet:

$$V(x,y,z) = \begin{cases} 0, & 0 < x,y,z < a \\ \infty, & \text{ellers.} \end{cases} \tag{1}$$

a) Finn de stasjonære tilstandene og de korresponderende energiene.

b) Kall de distinkte energiene E_1, E_2, E_3, $\ldots$, ordnet etter stigende energi. Finn E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 og E_6. Bestem degenerasjonsgraden til de ulike energiene (altså, antall tilstander med samme energi). *Kommentar:* I endimensjonale problemer opptrer ikke degenererte bundne tilstander (se Oppgave 2.45 i Griffiths), men i tre dimensjoner er de vanlige.

c) Hva er degenerasjonsgraden til E_{14}, og hvorfor er dette tilfellet interessant?

Oppgave 2 Hvis to (eller flere) distinkte[1] løsninger av den tids-uavhengige Schrödingerligningen har samme energi E, så sier vi at tilstandene er **degenererte**. For eksempel er fri-partikkel løsningene dobbelt degenererte — en løsning representerer bevegelse mot høyre, og den andre mot venstre. Men, vi har aldri møtt *normaliserbare* degenererte løsninger, og dette er ingen tilfeldighet. Bevis det følgende teoremet: *i en dimensjon*[2] *finnes det ingen degenererte bundne tilstander. Hint:* anta at det finnes *to* løsninger, ψ_1 og ψ_2, med samme energi E. Multipliser Schrödingerligningen for ψ_1 med ψ_2, og Schrödingerligningen for ψ_2 med ψ_1, og finn differansen, for å vise at $(\psi_2 d\psi_1/dx - \psi_1 d\psi_2/dx)$ er en konstant. Bruk at for normaliserbare løsninger så har vi at $\psi \to 0$ ved $\pm\infty$, for å demonstrere at denne konstanten er null. Konkluder med at ψ_2 er et tall multiplisert med ψ_1, og at de to løsningene derfor ikke er distinkte.

[1] Hvis to løsninger bare skiller seg ad ved en multiplikativ konstant (slik at de, når de er normalisert, bare skiller seg ved en fasefaktor $e^{i\phi}$), så representerer de den samme fysiske tilstanden, og i denne betydningen er de *ikke* distinkte løsninger. Teknisk så mener vi med "distinkt" "lineært uavhengige".

[2] I høyere dimensjoner er slik degenerasjon veldig vanlig, som vi skal se i kapittel 4. Anta at potensialet ikke består av isolerte deler adskilt av områder hvor $V = \infty$ — for eksempel vil to isolerte uendelige kvadratiske brønner gi degenererte bundne tilstander, hvor partikkelen er enten i den ene eller andre brønnen.