FYS1120 Oblig: Cyclotron

Aleksander Hansen

26. oktober 2012

Det er noen tvetydigheter eller uklarheter i språket vedrørende plotting av grafer, og hvilken akse oppgaveskriver har hatt i tankene at variablene skulle plottes mot. F.eks i oppgave 3a står det, "plot $x(t)$ against $y(t)$", noe som impliserer $y(t)$ på førsteaksen og $x(t)$ på andreaksen, noe som virker litt merkelig. Derfor har jeg valgt å plotte alle grafer med tid på andreaksen, og posisjon eller hastighet på førsteaksen. Det er noe en matematiker kanskje ikke ville ha gjordt, men det virker mer fysisk intuitivt. Og grafer hvor bare posisjon- og hastighetskomponenetene plottes mot hverandre har jeg plottet x-, y- og z-komponentene langs første-, andre- og tredjeaksen respektivt.

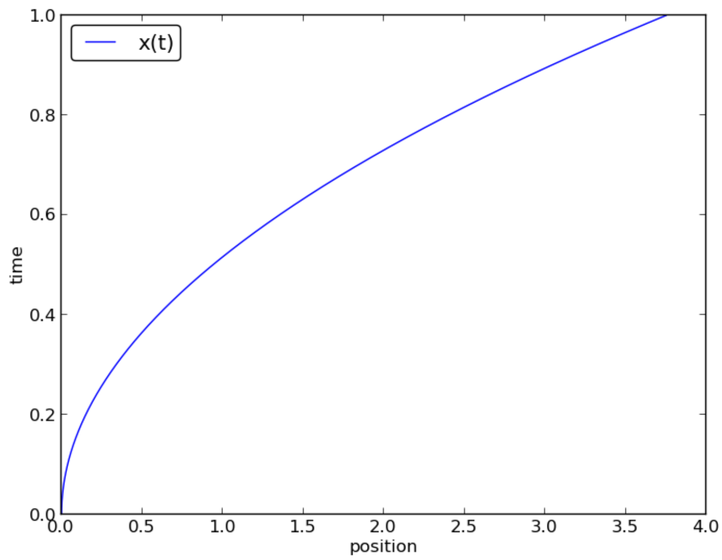
Skriptene er kjørt i ipython med –gui=wx og –pylab=wx flaggene på.

3D plottene ser forferdelig ut, for jeg har hatt så mye problemer med mayavi at jeg til slutt måtte fikse aksene osv. manuelt.

Exercise 1

Alle plottene til oppgave 1 fås ved å kjøre skriptet "exercise1.py" i terminalen. I tillegg må filen "FYS1120_oblig_lib.py" ligge i samme mappe fordi den inneholder funksjonen som løser bevegelseslikningen.

a) Plottet er vist i Figur 1.



Figur 1: x-komponenten til posisjonen som en funksjon av t.

b) Siden E-feltet bare har én komponent forskjellig fra null, som er konstant, kan vi behandle dette som et 1-dimensjonalt problem. Vi har,

$$F_x = qE_x = ma_x(t) \Rightarrow a_x(t) = \frac{qE_x}{m}$$

$$a_x(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{qE_x}{m}$$

Vi integrerer på begge sider fra $t = 0$ til $t = t$, for å finne hastigheten $v_x(t)$,

$$\int_0^t \frac{d^2x(t)}{dt^2}dt = \int_0^t \frac{qE_x}{m}dt = \frac{qE_x}{m}\int_0^t dt$$

$$v_x(t) - v_x(0) = \frac{qE_x}{m}t$$

Vi integrerer igjen for å finne $x(t)$,

$$\int_0^t v_x(t)dt = \int_0^t \frac{dx(t)}{dt}dt = \int_0^t \frac{qE_x}{m}t + \int_0^t v_0 dt = \frac{qE_x}{m}\int_0^t tdt + v_{x,0}\int_0^t dt$$

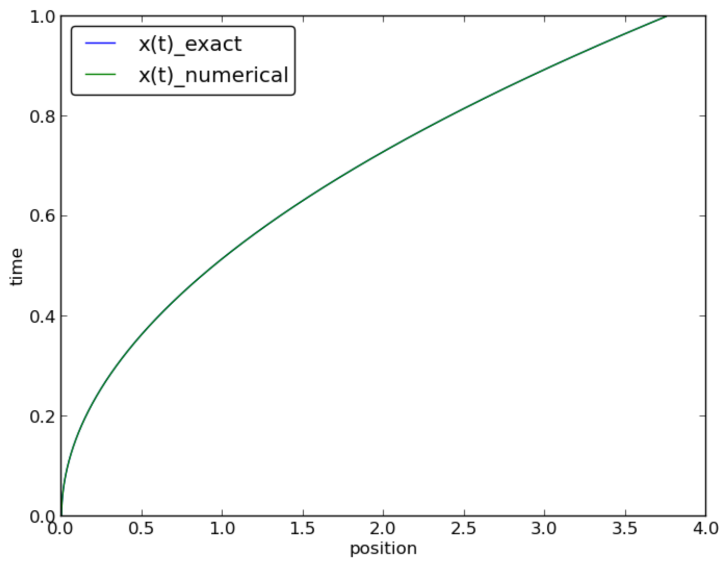
$$x(t) + x(0) = \frac{qE_x}{2m}t^2 + v_{x,0}t$$

Vi ender opp med den en analytisk løsning av bevegelseslikningen:

$$x(t) = \frac{qE_x}{2m}t^2 + v_{x,0}t + x_0$$

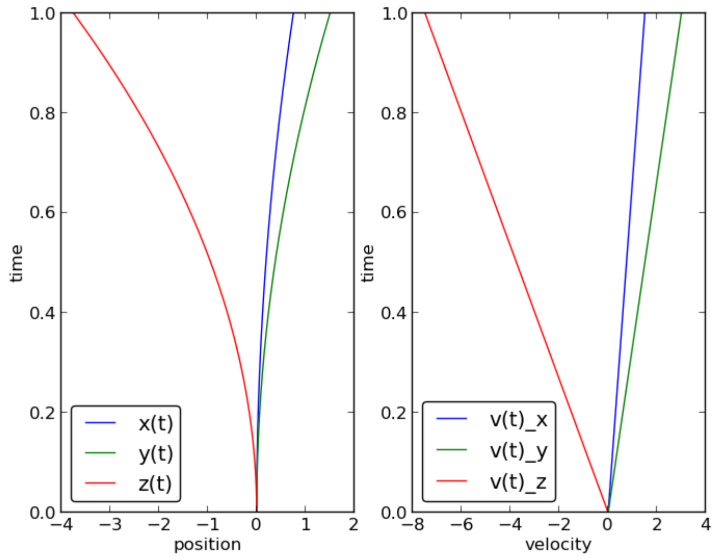
Hvor $v_{x,0}$ og x_0 er initialbetingelsene.

Den analytiske og numeriske løsningen er plottet sammen i Figur 2.



Figur 2: Analytisk og numerisk løsning.

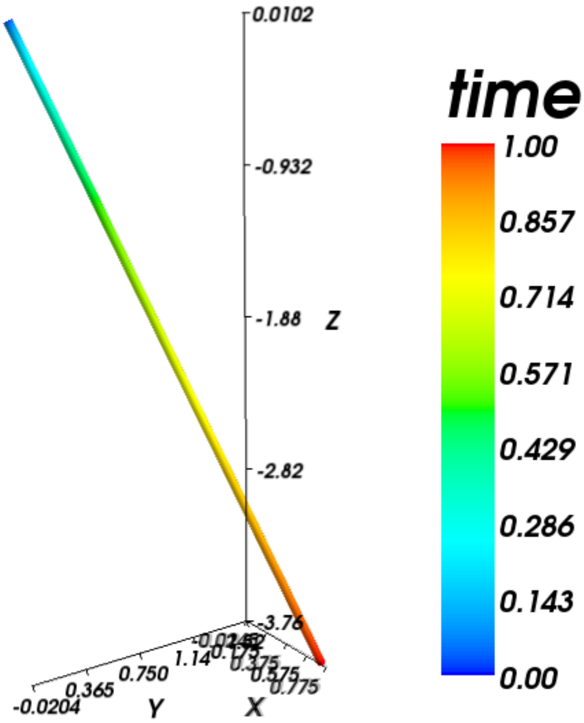
c) Plottene til oppgaven er vist i Figure 3.



Figur 3: Posisjons og hastighetskomponentene plottet mot tid.

Vi ser at dette er en ballistisk bevegelse fordi hastighetene er konstante og uavhengige av hverandre. Samt at posisjonen som funksjon av tid er en parabel.

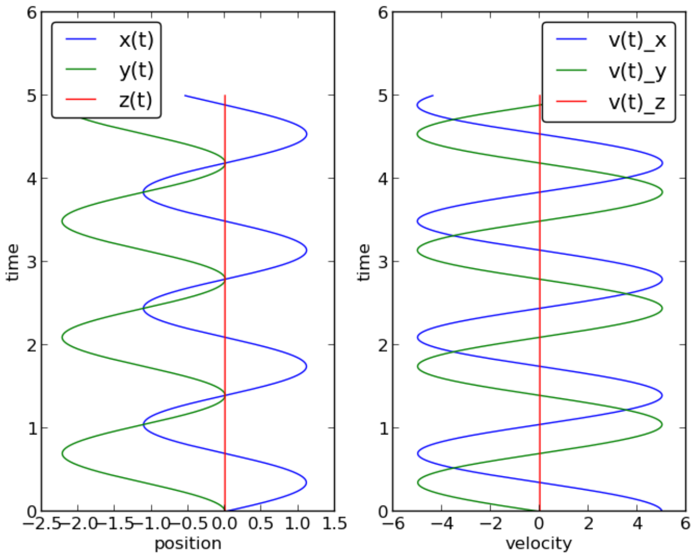
d) Bevegelsens tidsutvikling i 3 dimensjoner er vist i Figur 4.



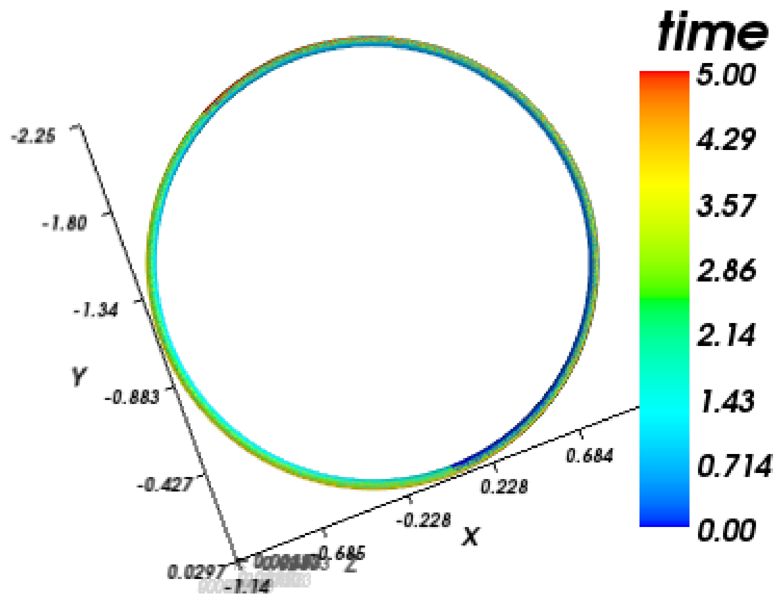
Figur 4: 3-dimensjonalt plott av posisjonen som funksjon av tid.

Exercise 2

a) Plottene som tilhører oppgaven er plottet i Figur 5 og Figur 6.



Figur 5: Posisjons og hastighetskomponentene plottet mot tid.



Figur 6: 3-dimensjonalt plott av posisjonen som funksjon av tid.

b) Siden det ikke er noe elektrisk felt tilstede så vil ikke farten, magnituden på hastigheten, endres. Jeg kan da altså "målte" tiden på et hvilket som helst interval og deretter gange tiden opp til den fulle perioden. Jeg velger å måle tiden mellom to fortegnskifter på y-komponenten til hastigheten, for deretter å gange med to for å få den fulle perioden.

c) Siden partikkelen beveger seg i en konstant sirkelbane så må magnituden på kraften fra magnetfeltet på partikkelen, være lik sentripetalkraften partikkelen opplever.

$$q|\vec{B} \times \vec{v}| = q|\vec{B}||\vec{v}|sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

Dette uttrykket reduserer til,

$$qBv = \frac{mv^2}{r}$$

fordi vinkelen mellom $\vec{B}$ og $\vec{v}$ er 90°. Her er $B = |\vec{B}|$ og $v = |\vec{v}|$. Substituerer vi hastigheten uttrykt ved vinkelhastigheten og radiusen, $v = \omega_c r$, får vi:

$$qB = m\omega_c$$

Deretter kan vi løse for ω_c,

$$\omega_c = \frac{qB}{m}$$

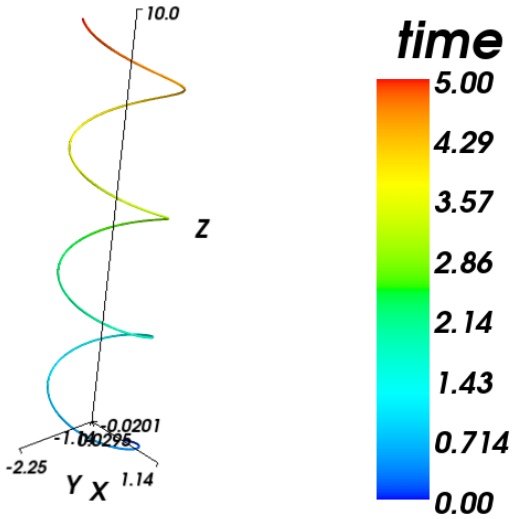
Substituerer vi nå relasjonen $\omega = 2\pi f$ for ω_c og løser for f får vi,

$$2\pi f = \frac{qB}{m} \Rightarrow f = \frac{qB}{2\pi m}$$

Vi har da at:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi m}{qB}$$

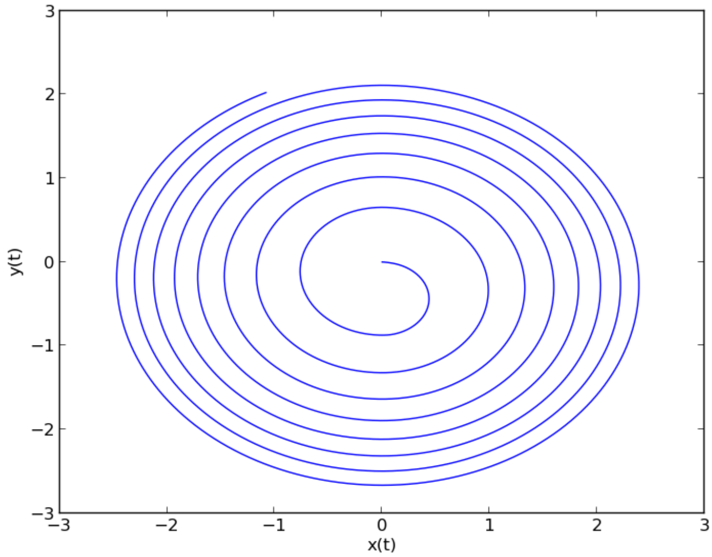
d) Banen til partikkelen i 3 dimensjoner for den nye initialhastigheten er vist i Figur 7.



Figur 7: 3-dimensjonalt plott av posisjonen som funksjon av tid.

Exercise 3

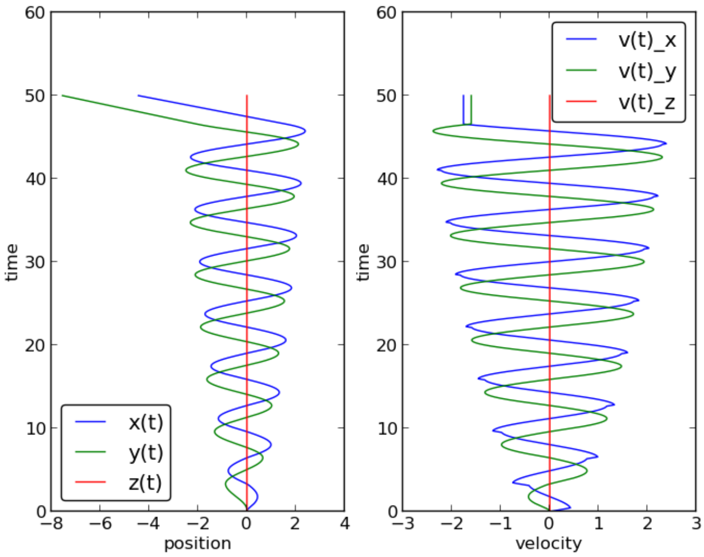
a) Banen til partikkelen er vist i Figur 8. Radiusen øker fordi partikkelen blir akselerert (farten øker) av E-feltet ved hver passering av y-aksen. Siden B-feltet er konstant så må radiusen øke for at sentripetalkraften og kraften fra B-feltet skal være i likevekt. Kreftene på tvers av fartsretningen må være i likevekt.



Figur 8: x(t) vs. y(t)

b) Istedet for å legge enda en nesten identisk "FYS1120_oblig_lib.py" som kutter av E- og B-feltet ved $|r| > r_D$, så manipulerte jeg heller hastigheten og posisjonen når radiusen er nådd i "exercise3.py".

Komponentene til posisjonen og hastigheten er plottet som funksjon av tid i Figur 9.



Figur 9: posisjons og hastighetkomponentene vs. tid

c) Ved kjøring av scriptet "exercise3.py", i tillegg til alle plottene, gir det oss svaret på utgangshastigheten til partikkelen:

```
>> python exercise3.py
The particle's speed as it leaves the cyclotron is: 2.387
```

d og e) Jeg rakk ikke å gjøre det. Ble for mye knot med mayavi...