

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики



Отчет по практическому заданию №1

Построение параметрического портрета системы.
Нахождение областей множественности
стационарных состояний и автоколебаний

студента кафедры математической физики
Ефимова Александра Алексеевича

Москва, 2019

Оглавление

1	Постановка задачи	3
2	Однопараметрический анализ по k^2	4
3	Двухпараметрический анализ	8

Глава 1

Постановка задачи

Рассматривается автокаталитическая химическая реакция, в которой вещества X и Y адсорбируются на поверхность катализатора и десорбируются с поверхности с буферной стадией в зависимости от наличия свободных мест. Математическая модель данной реакции имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= k_1 z - k_{-1} x - k_2 z^2 x \\ \frac{dy}{dt} &= k_3 z^2 - k_{-3} y^2,\end{aligned}$$

где $z = 1 - x - y$.

$$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1$$

$$k_1 = 0,12, k_{-1} = 0,005, k_3 = 0,0032, k_2 = 1.05, k_{-3} = 0,002$$

Глава 2

Однопараметрический анализ по k_2

Стационарные состояние удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{aligned}k_1 z - k_{-1} x - k_2 z^2 x &= 0 \\k_3 z^2 - k_{-3} y^2 &= 0\end{aligned}$$

Решаем систему относительно переменной x и параметра k_2 . Подставляя в полученные выражения заданные значения параметров, получим функции $x(y)$ и $k_2(y)$. Зная область определения переменной y и пробегая по её значениям с малым шагом, найдем соответствующие значения x и k_2 . Затем находим собственные значения Якобиана для матрицы исходных функций. Выбирая те пары подряд идущих значений, которые имеют разный знак, найдем стационарные точки. Отмечаем полученные результаты на графиках.

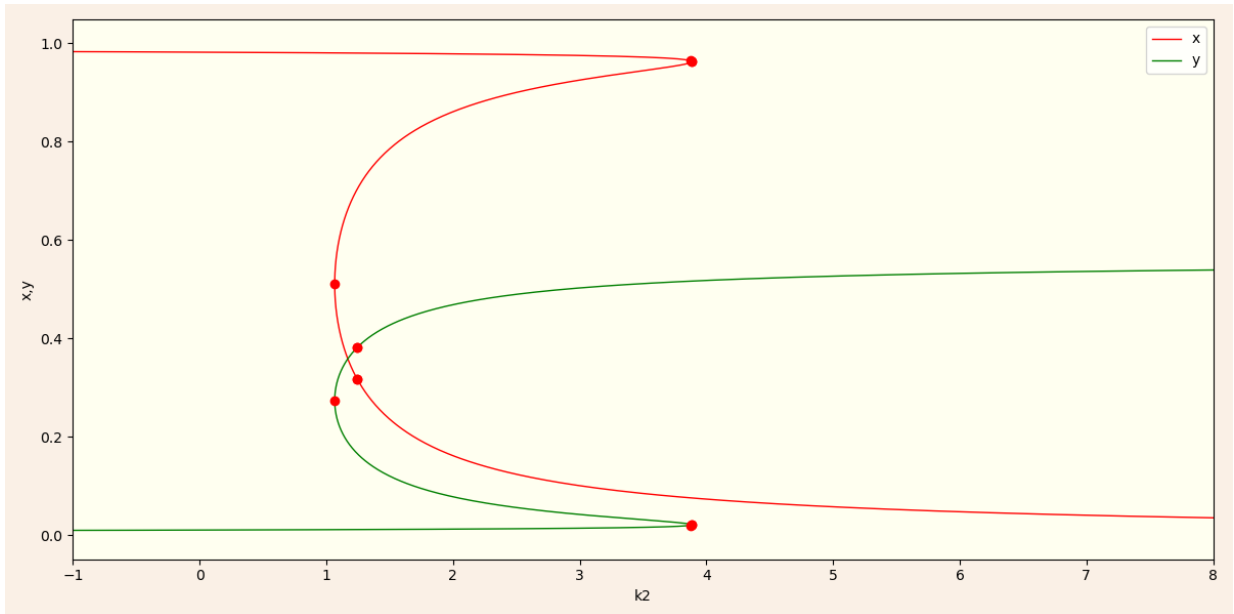


Рис. 2.1: $k_{-1} = 0.001$

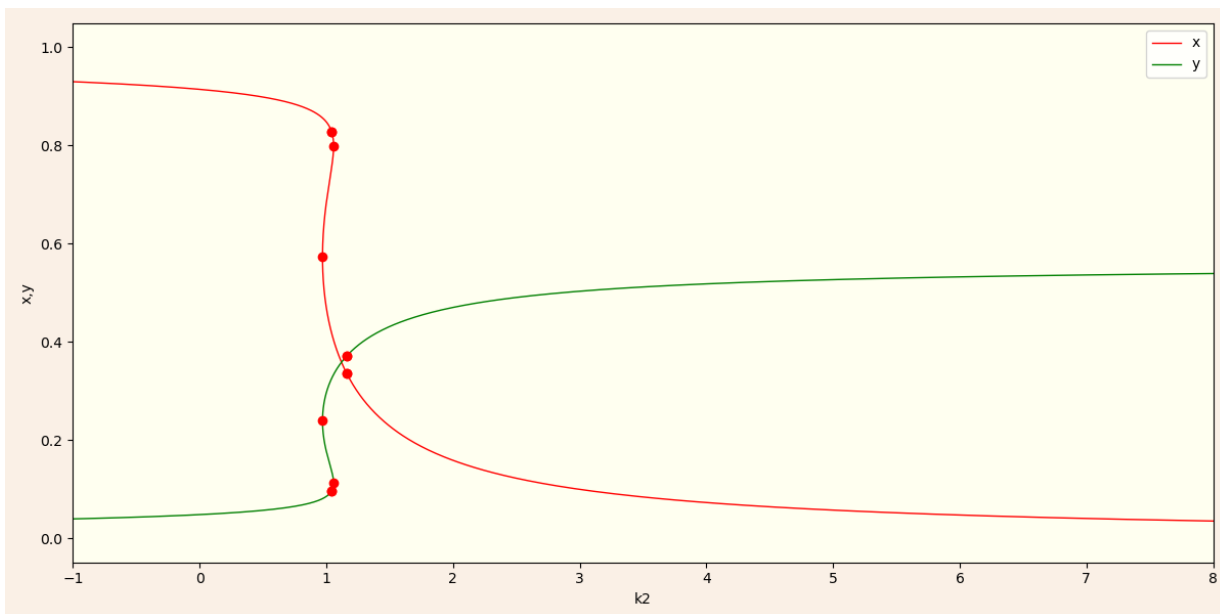


Рис. 2.2: $k_{-1} = 0.005$

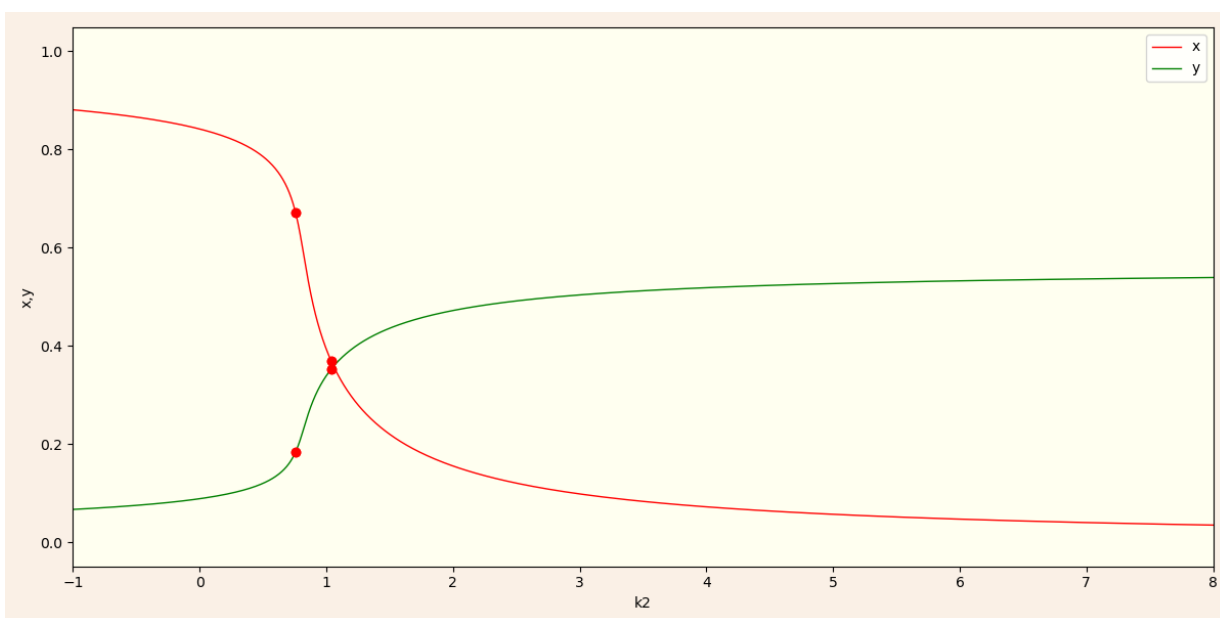
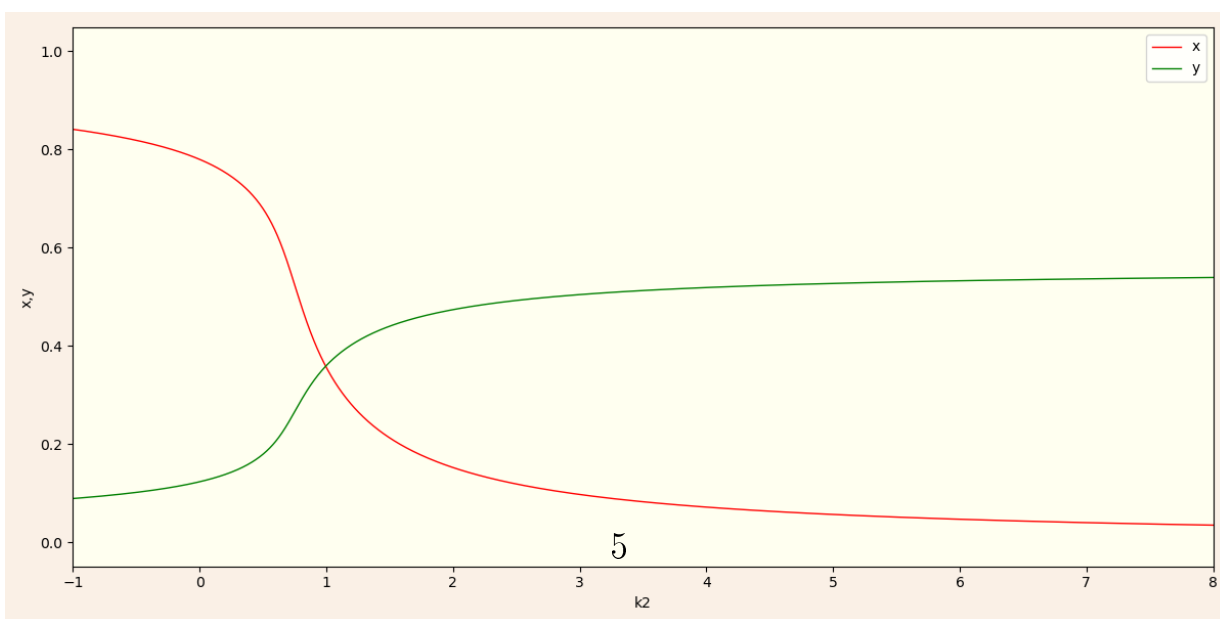


Рис. 2.3: $k_{-1} = 0.01$



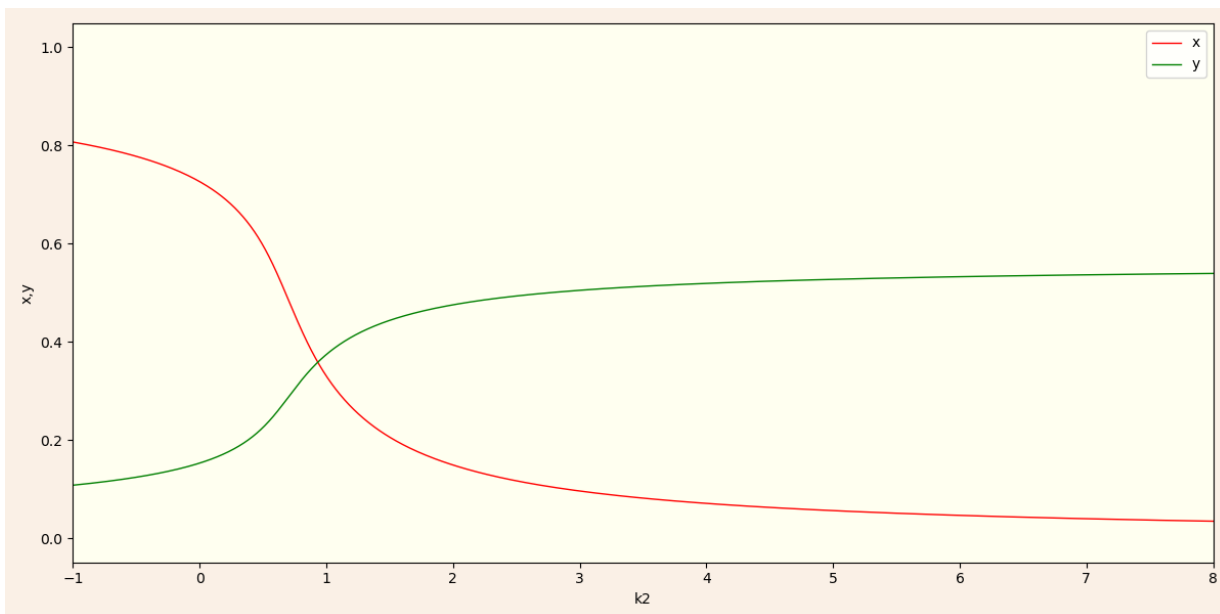


Рис. 2.5: $k_{-1} = 0.02$

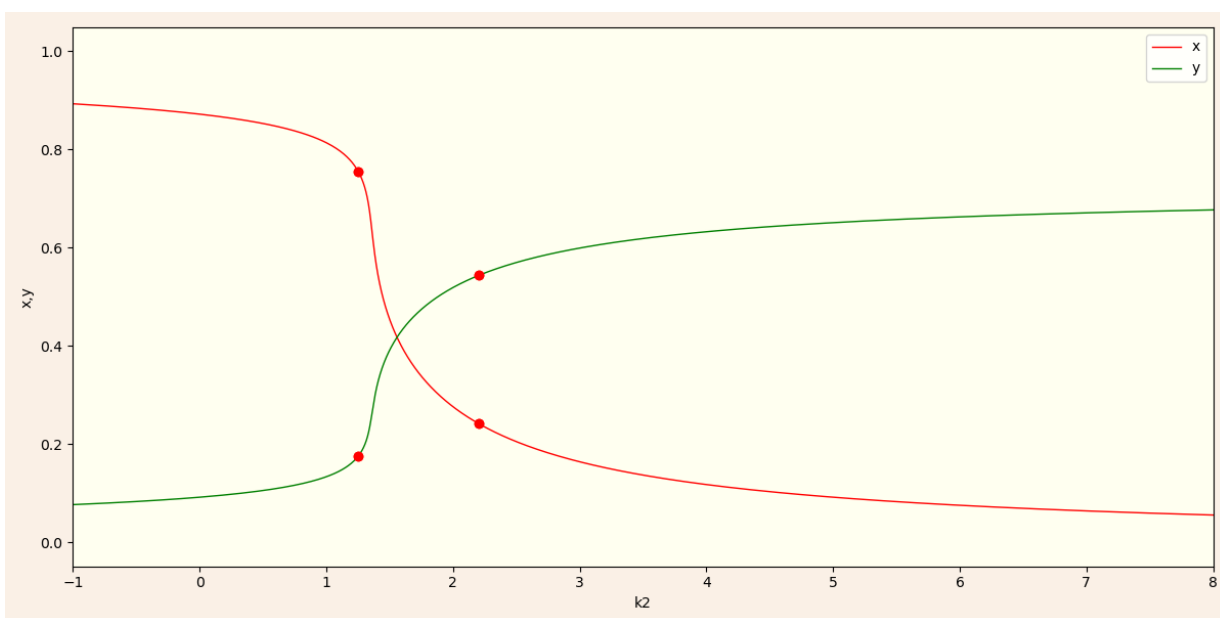
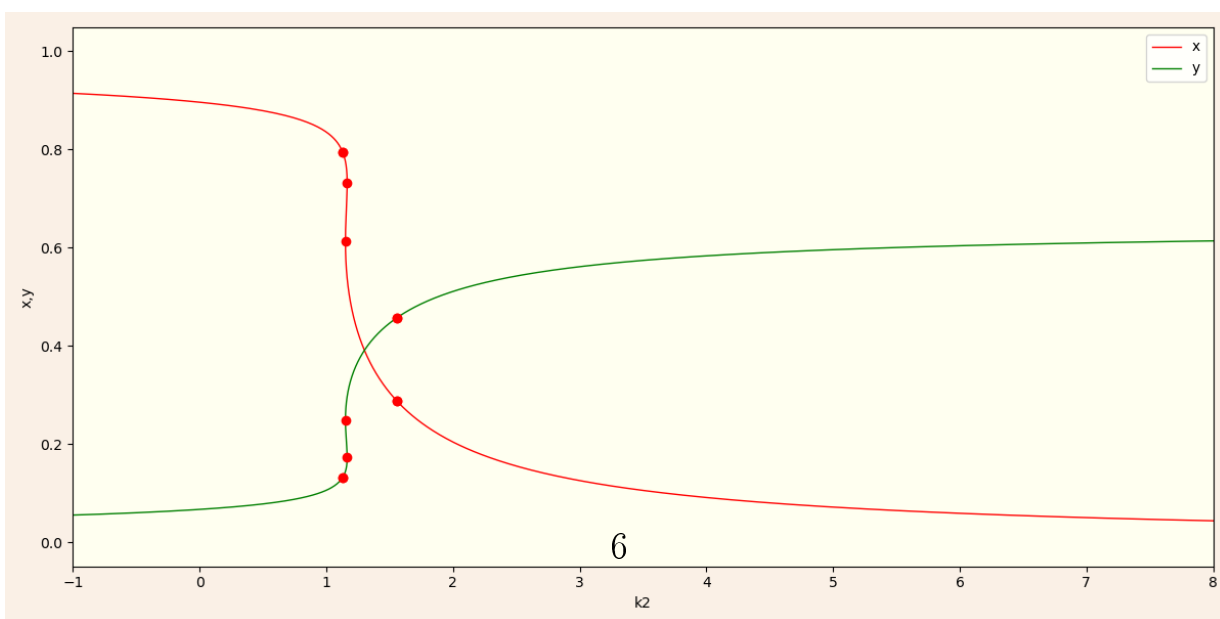


Рис. 2.6: $k_{-3} = 0.0005$



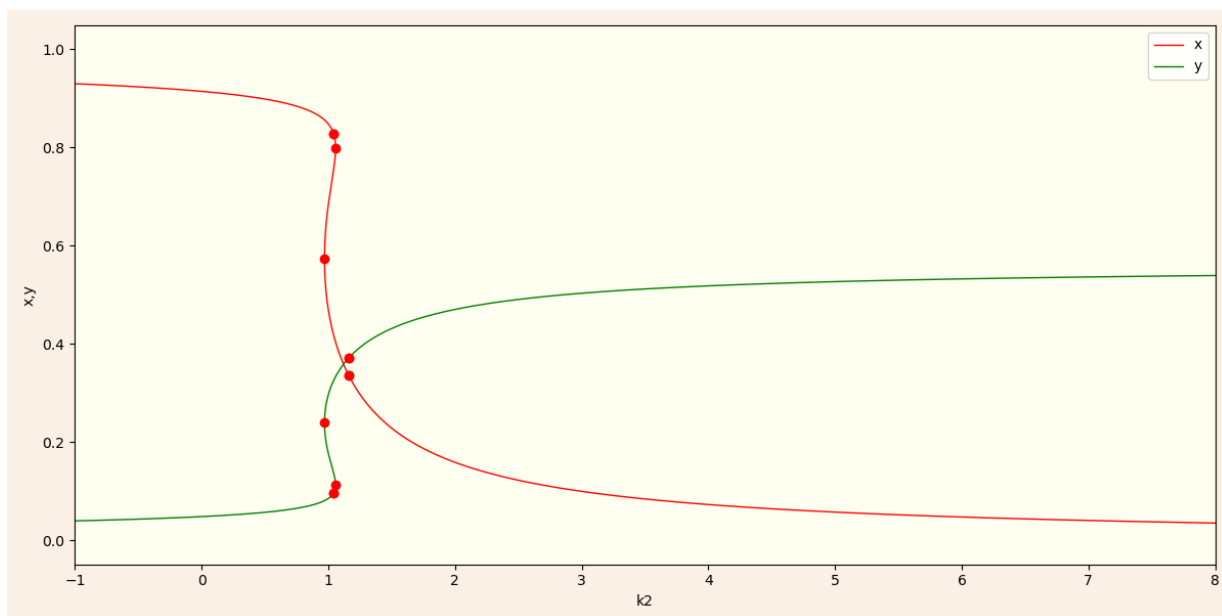


Рис. 2.8: $k_{-3} = 0.002$

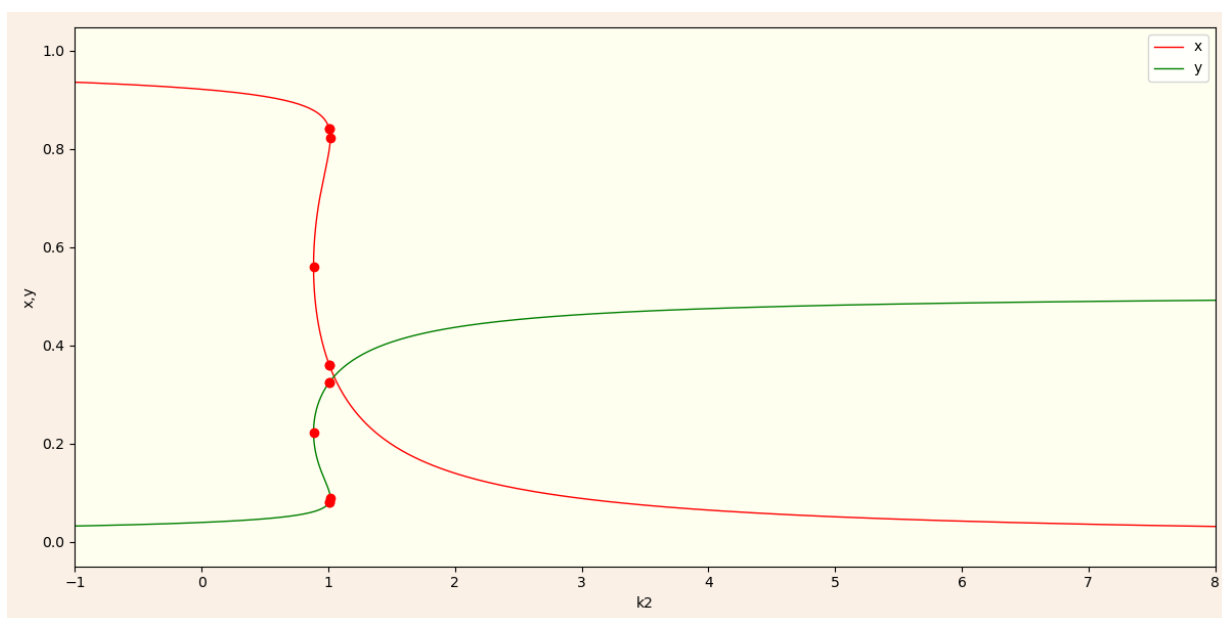
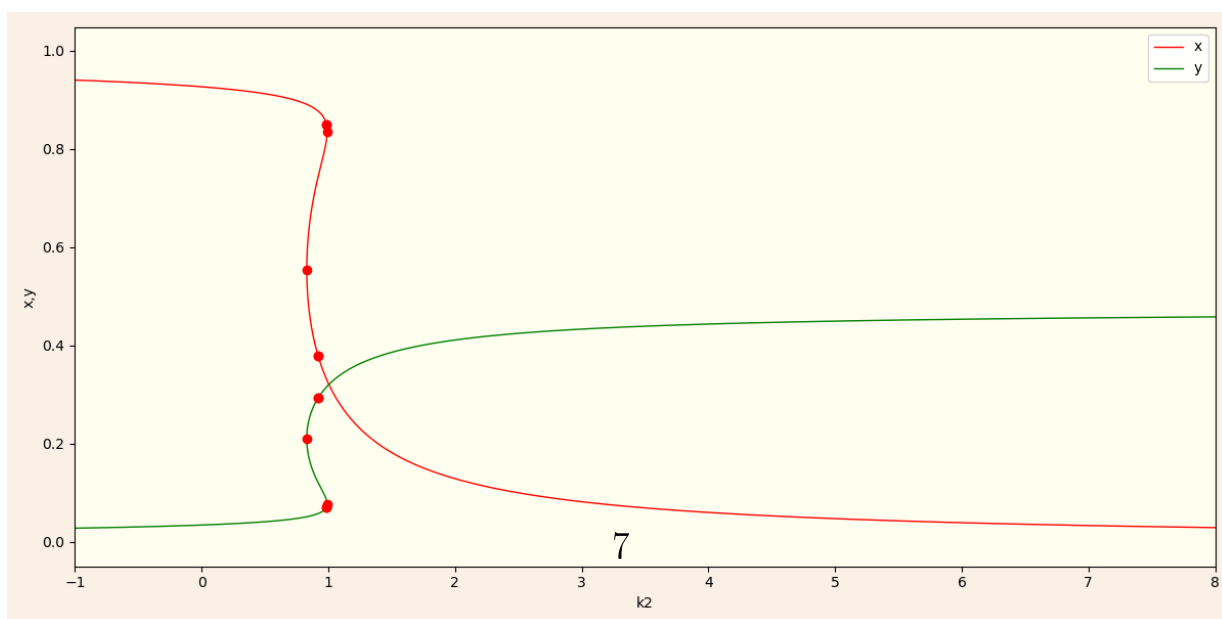


Рис. 2.9: $k_{-3} = 0.003$



Глава 3

Двухпараметрический анализ

Строим линии кратности и нейтральности относительно параметров k_1 и k_{-1} . Находя собственные Якобиана матрицы исходных функций, равные 0, получим соответствующие значения коэффициентов, дающие точку Богданова-Тakens. Внутри "петли" выбираем точку, при этом соответствующие параметры позволяют получить область автоколебаний. Отмечаем полученные результаты на графиках.

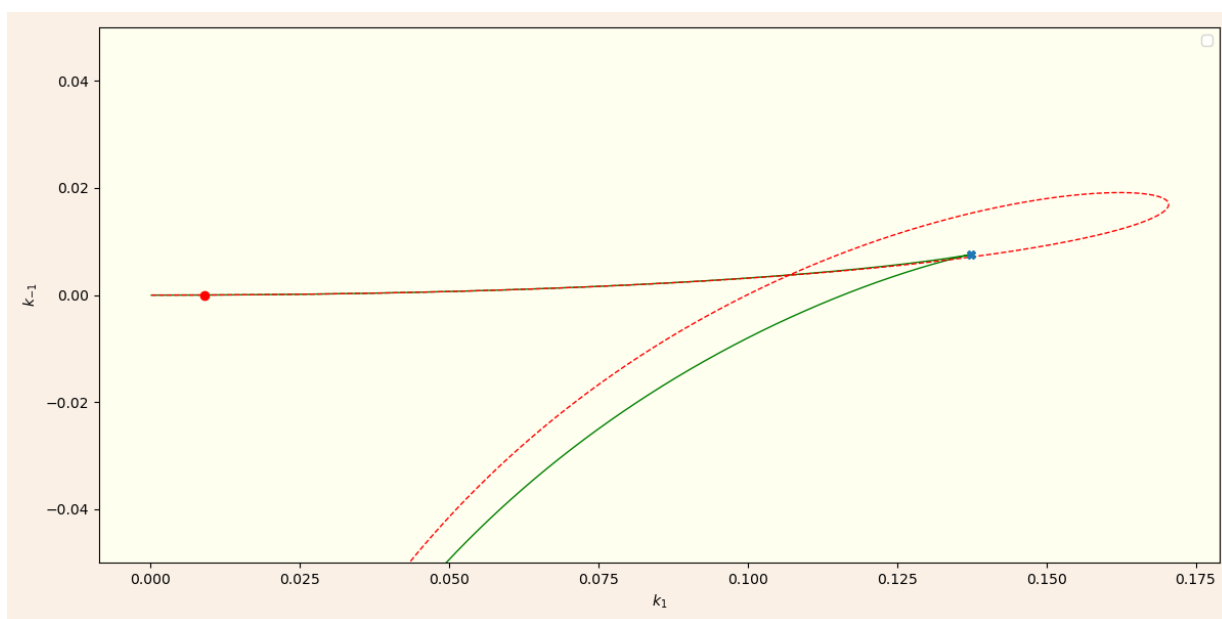


Рис. 3.1: Параметрический портрет с точками бифуркации ко-размерности-2

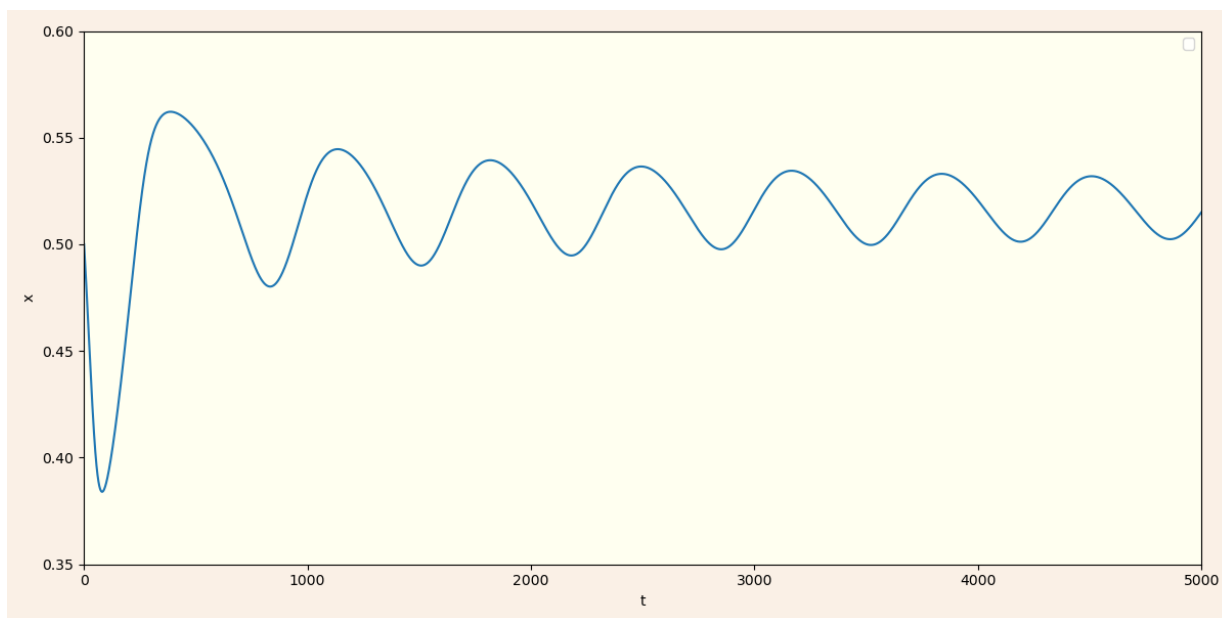


Рис. 3.2: График автоколебаний для x

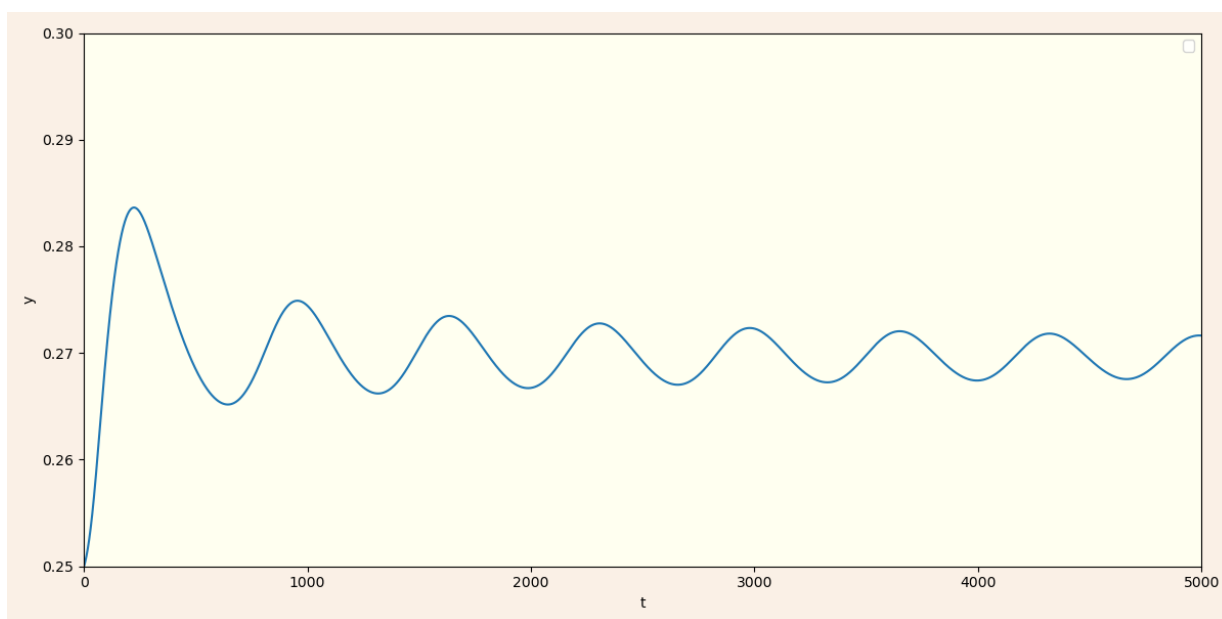


Рис. 3.3: График автоколебаний для y

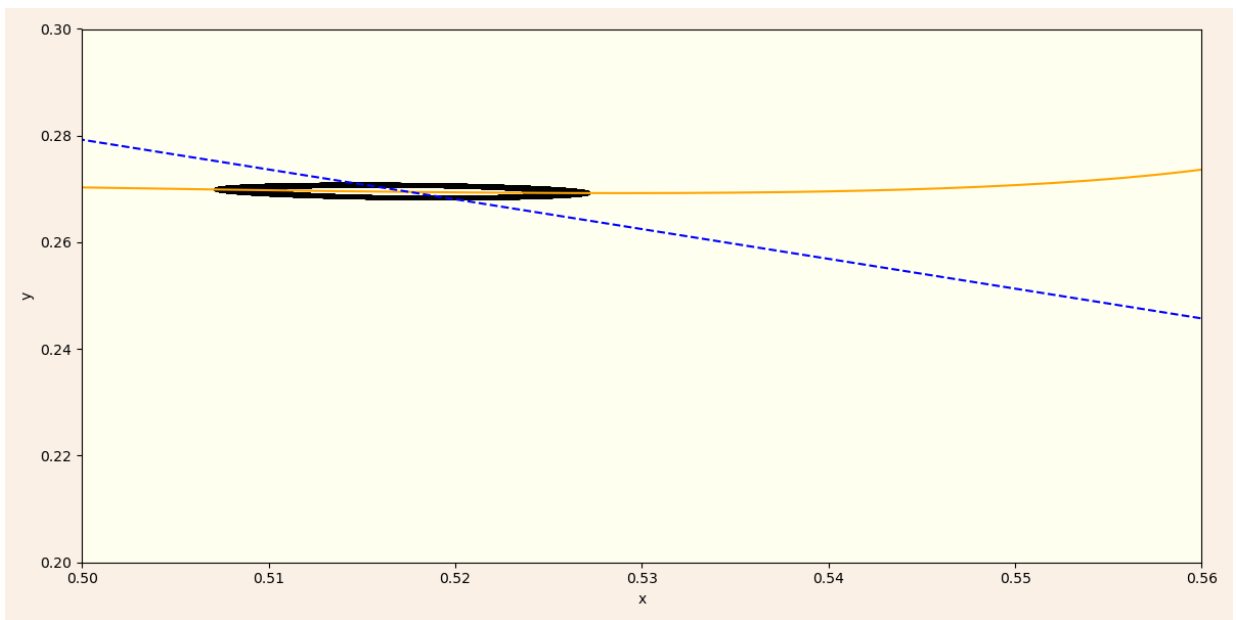


Рис. 3.4: Приближенный к предельному циклу фазовый портрет системы

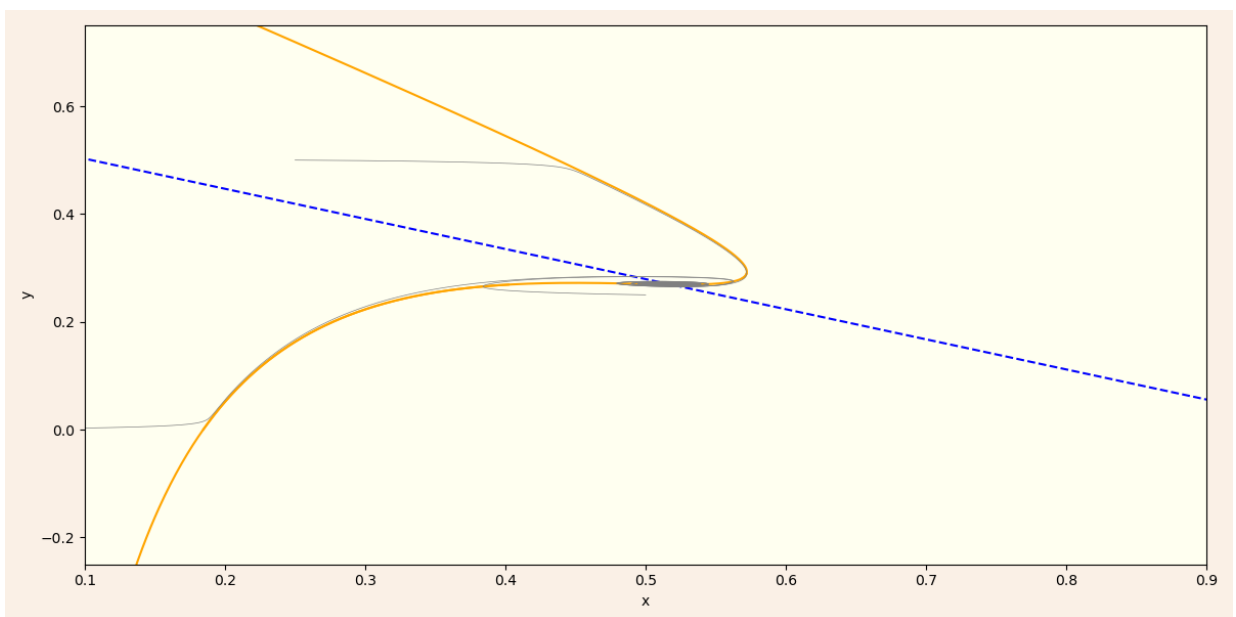


Рис. 3.5: Фазовый портрет системы с дополнительными траекториями