

## Применение алгоритма NAS для системы без расширения фазового пространства с мультипликативным управлением для цели $x_1(t) + \rho x_2(t) - d$

### Итоговая система

Дискретная система, мультипликативное управление в первом уравнении с добавлением случайного процесса

$\tau$  - шаг дискретизации,  $t$  - точка во времени,  $c$  - коэффициент затухания шума ( $0 < c < 1$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(t+1) = x_1(t) + \tau \cdot f_1 + \xi(t+1) + c\xi(t) \\ x_2(t+1) = x_2(t) + \tau \cdot f_2 \\ f_1 = u(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t) \\ f_2 = -\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t)x_2(t) \\ u(t) = \frac{-x_1(t) - c(\psi(t) + T_1\psi(t-1)) - \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t)x_2(t))) + d - T_1\psi(t)}{\tau x_1(t)} + \beta_1 x_2(t) \\ \psi(t) = x_1(t) + \rho x_2(t) - d \\ \xi \sim N(0, \sigma^2) \end{array} \right.$$

### Вывод системы с применением алгоритма NAS

Формулировка цели  $\psi(t) = x_1(t) + \rho x_2(t) - d$

Уравнение Эйлера-Лагранжа в дискретном варианте

$$\psi(t+1) + T_1\psi(t) = 0$$

Решаем уравнение Э-Л

$$\psi(t+1) + T_1\psi(t) = 0$$

$$x_1(t+1) + \rho x_2(t+1) - d + T_1\psi(t) = 0$$

$$x_1(t) + \tau \cdot f_1 + \xi(t+1) + c\xi(t) + \rho(x_2(t) + \tau \cdot f_2) - d + T_1\psi(t) = 0$$

$$x_1(t) + \tau(u(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t)) + \xi(t+1) + c\xi(t) + \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t)x_2(t))) - d + T_1\psi(t) = 0$$

$$\tau(u(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t)) = -x_1(t) - \xi(t+1) - c\xi(t) - \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t)x_2(t))) + d - T_1\psi(t)$$

$$u(t)x_1(t) - \beta_1 x_1(t)x_2(t) = \frac{-x_1(t) - \xi(t+1) - c\xi(t) - \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t)x_2(t))) + d - T_1\psi(t)}{\tau}$$

$$u(t)x_1(t) = \frac{-x_1(t) - \xi(t+1) - c\xi(t) - \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t)x_2(t))) + d - T_1\psi(t)}{\tau} + \beta_1 x_1(t)x_2(t)$$

$$u(t) = \frac{-x_1(t) - \xi(t+1) - c\xi(t) - \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t)x_2(t))) + d - T_1\psi(t)}{\tau x_1(t)} + \beta_1 x_2(t)$$

Выполним операцию математического ожидания для управления

$$u(t) = \frac{-x_1(t) - c\xi(t) - \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t) x_2(t))) + d - T_1 \psi(t)}{\tau x_1(t)} + \beta_1 x_2(t)$$

Декомпозиция с учетом выведенного управления

$$\begin{aligned} \psi(t+1) + T_1 \psi(t) &= x_1(d+1) + \rho x_2(d+1) - b + T_1 \psi(t) = \\ &= x_1(t) + \tau(u(t) x_1(t) - \beta_1 x_1(t) x_2(t)) + \xi(t+1) + c\xi(t) + \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t) x_2(t))) - d + T_1 \psi(t) = \\ &= x_1(t) + \tau u(t) x_1(t) - \tau \beta_1 x_1(t) x_2(t) + \xi(t+1) + c\xi(t) + \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t) x_2(t))) - d + T_1 \psi(t) = \\ &= x_1(t) + \tau x_1(t) \left( \frac{-x_1(t) - c\xi(t) - \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t) x_2(t))) + d - T_1 \psi(t)}{\tau x_1(t)} + \beta_1 x_2(t) \right) - \\ &\quad - \tau \beta_1 x_1(t) x_2(t) + \xi(t+1) + c\xi(t) + \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t) x_2(t))) - d + T_1 \psi(t) = \\ &= x_1(t) - x_1(t) - c\xi(t) - \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t) x_2(t))) + d - T_1 \psi(t) + \tau \beta_1 x_1(t) x_2(t) - \\ &\quad - \tau \beta_1 x_1(t) x_2(t) + \xi(t+1) + c\xi(t) + \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t) x_2(t))) - d + T_1 \psi(t) = \\ &= \xi(t+1) \end{aligned}$$

Итого

$$\begin{aligned} \psi(t+1) + T_1 \psi(t) &= \xi(t+1) \\ \xi(t) &= \psi(t) + T_1 \psi(t-1) \end{aligned}$$

Подставим в управление

$$u(t) = \frac{-x_1(t) - c(\psi(t) + T_1 \psi(t-1)) - \rho(x_2(t) + \tau \cdot (-\alpha_2 x_2(t) + \beta_2 x_1(t) x_2(t))) + d - T_1 \psi(t)}{\tau x_1(t)} + \beta_1 x_2(t)$$

**Устоявшиеся значения**  $x_{1s}$  и  $x_{2s}$

**Случай 1:**  $\beta_2 d - \alpha_2 < 0$

$$x_{1s} \rightarrow d$$

$$x_{2s} \rightarrow 0$$

**Случай 2:**  $\beta_2 d - \alpha_2 \geq 0$

$$x_{1s} \rightarrow \frac{\alpha_2}{\beta_2}$$

$$x_{2s} \rightarrow \frac{\beta_2 d - \alpha_2}{\rho \beta_2}$$