Применение алгоритма NAS для системы без расширения фазового пространства с мультипликативным управлением для цели $x_1(t)+\rho x_2(t)-d$

Итоговая система

Дискретная система, мультипликативное управление в первом уравнении с добавлением случайного процесса

τ - шаг дискретизации, t - точка во времени, c - коэффициент затухания шума ($0<c<1$)

$$\begin{cases} \\ x_1(t+1)=x_1(t)+\tau\cdot f_1+\xi(t+1)+c\xi(t) \\ x_2(t+1)=x_2(t)+\tau\cdot f_2 \\ f_1=u(t)x_1(t)-\beta_1 x_1(t)x_2(t) \\ f_2=-\alpha_2 x_2(t)+\beta_2 x_1(t)x_2(t) \\ u(t)=\dfrac{-x_1(t)-c\left(\psi(t)+T_1\psi(t-1)\right)-\rho\left(x_2(t)+\tau\cdot\left(-\alpha_2 x_2(t)+\beta_2 x_1(t)x_2(t)\right)\right)+d-T_1\psi(t)}{\tau x_1(t)}+\beta_1 x_2(t) \\ \psi(t)=x_1(t)+\rho x_2(t)-d \\ \xi\sim N\left(0,\sigma^2\right) \end{cases}$$

Вывод системы с применением алгоритма NAS

Формулировка цели $\psi(t)=x_1(t)+\rho x_2(t)-b$

Уравнение Эйлера-Лагранжа в дискретном варианте

$$\psi(t+1)+T_1\psi(t)=0$$

Решаем уравнение Э-Л

$$\psi(t+1)+T_1\psi(t)=0$$
$$x_1(t+1)+\rho x_2(t+1)-b+T_1\psi(t)=0$$
$$x_1(t)+\tau\cdot f_1+\xi(t+1)+c\xi(t)+\rho\left(x_2(t)+\tau\cdot f_2\right)-b+T_1\psi(t)=0$$
$$x_1(t)+\tau\left(u(t)x_1(t)-\beta_1 x_1(t)x_2(t)\right)+\xi(t+1)+c\xi(t)+\rho\left(x_2(t)+\tau\cdot\left(-\alpha_2 x_2(t)+\beta_2 x_1(t)x_2(t)\right)\right)-b+T_1\psi(t)=0$$
$$\tau\left(u(t)x_1(t)-\beta_1 x_1(t)x_2(t)\right)=-x_1(t)-\xi(t+1)-c\xi(t)-\rho\left(x_2(t)+\tau\cdot\left(-\alpha_2 x_2(t)+\beta_2 x_1(t)x_2(t)\right)\right)+b-T_1\psi(t)$$
$$u(t)x_1(t)-\beta_1 x_1(t)x_2(t)=\frac{-x_1(t)-\xi(t+1)-c\xi(t)-\rho\left(x_2(t)+\tau\cdot\left(-\alpha_2 x_2(t)+\beta_2 x_1(t)x_2(t)\right)\right)+b-T_1\psi(t)}{\tau}$$
$$u(t)x_1(t)=\frac{-x_1(t)-\xi(t+1)-c\xi(t)-\rho\left(x_2(t)+\tau\cdot\left(-\alpha_2 x_2(t)+\beta_2 x_1(t)x_2(t)\right)\right)+b-T_1\psi(t)}{\tau}+\beta_1 x_1(t)x_2(t)$$
$$u(t)=\frac{-x_1(t)-\xi(t+1)-c\xi(t)-\rho\left(x_2(t)+\tau\cdot\left(-\alpha_2 x_2(t)+\beta_2 x_1(t)x_2(t)\right)\right)+b-T_1\psi(t)}{\tau x_1(t)}+\beta_1 x_2(t)$$

Выполним операцию математического ожидания для управления

$$u(t)=\frac{-x_1(t)-c\xi(t)-\rho\Big(x_2(t)+\tau\cdot\big(-\alpha_2x_2(t)+\beta_2x_1(t)x_2(t)\big)\Big)+b-T_1\psi(t)}{\tau x_1(t)}+\beta_1x_2(t)$$

Декомпозиция с учетом выведенного управления

$$\begin{aligned}
&\psi(t+1)+T_1\psi(t)=x_1(d+1)+\rho x_2(d+1)-b+T_1\psi(t)=\\
&=x_1(t)+\tau\big(u(t)x_1(t)-\beta_1x_1(t)x_2(t)\big)+\xi(t+1)+c\xi(t)+\rho\Big(x_2(t)+\tau\cdot\big(-\alpha_2x_2(t)+\beta_2x_1(t)x_2(t)\big)\Big)-b+T_1\psi(t)=\\
&=x_1(t)+\tau u(t)x_1(t)-\tau\beta_1x_1(t)x_2(t)+\xi(t+1)+c\xi(t)+\rho\Big(x_2(t)+\tau\cdot\big(-\alpha_2x_2(t)+\beta_2x_1(t)x_2(t)\big)\Big)-b+T_1\psi(t)=\\
&=x_1(t)+\tau x_1(t)\left(\frac{-x_1(t)-c\xi(t)-\rho\Big(x_2(t)+\tau\cdot\big(-\alpha_2x_2(t)+\beta_2x_1(t)x_2(t)\big)\Big)+b-T_1\psi(t)}{\tau x_1(t)}+\beta_1x_2(t)\right)-\\
&-\tau\beta_1x_1(t)x_2(t)+\xi(t+1)+c\xi(t)+\rho\Big(x_2(t)+\tau\cdot\big(-\alpha_2x_2(t)+\beta_2x_1(t)x_2(t)\big)\Big)-b+T_1\psi(t)=\\
&=x_1(t)-x_1(t)-c\xi(t)-\rho\Big(x_2(t)+\tau\cdot\big(-\alpha_2x_2(t)+\beta_2x_1(t)x_2(t)\big)\Big)+b-T_1\psi(t)+\tau\beta_1x_1(t)x_2(t)-\\
&-\tau\beta_1x_1(t)x_2(t)+\xi(t+1)+c\xi(t)+\rho\Big(x_2(t)+\tau\cdot\big(-\alpha_2x_2(t)+\beta_2x_1(t)x_2(t)\big)\Big)-b+T_1\psi(t)=\\
&=\xi(t+1)
\end{aligned}$$

Итого

$$\begin{aligned}
&\psi(t+1)+T_1\psi(t)=\xi(t+1)\\
&\xi(t)=\psi(t)+T_1\psi(t-1)
\end{aligned}$$

Подставим в управление

$$u(t)=\frac{-x_1(t)-c\big(\psi(t)+T_1\psi(t-1)\big)-\rho\Big(x_2(t)+\tau\cdot\big(-\alpha_2x_2(t)+\beta_2x_1(t)x_2(t)\big)\Big)+b-T_1\psi(t)}{\tau x_1(t)}+\beta_1x_2(t)$$

Устоявшиеся значения x_{1s} **и** x_{2s}

Случай 1: $\beta_2d-\alpha_2<0$

$$\begin{aligned}
&x_{1s}\to d\\
&x_{2s}\to 0
\end{aligned}$$

Случай 2: $\beta_2d-\alpha_2\geq 0$

$$\begin{aligned}
&x_{1s}\to\frac{\alpha_2}{\beta_2}\\
&x_{2s}\to\frac{\beta_2d-\alpha_2}{\rho\beta_2}
\end{aligned}$$