Aleksandra Kaszubska

Laboratorium 5

Całkowanie numeryczne układów równań różniczkowych zwyczajnych

Celem ćwiczenia było zastosowanie metody Eulera oraz metody Rungego-Kutty 4 rzędu do numerycznego rozwiązania równań ruchu dynamiki Newtona.

Do rozwiązania zagadnienia użyto wahadła matematycznego.

Układ równań:

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -\frac{g}{l} sin(\alpha) \\ \frac{d\alpha}{dt} = \omega \\ \alpha(t_0) = \alpha_0 \\ \omega(t_0) = \omega_0 \end{cases}$$

α oznacza kąt wychylenia wahadła z położenia równowagi, natomiast ω prędkość wahadła, odpowiednio α_0 początkowe wychylenie, a ω_0 początkową prędkość. W programie oznaczone jako alfa0 oraz omega0.

Opis zadania:

Pierwszą z użytych funkcji jest funkcja

```
void rhs_fun(double t, double *X, double *F)
```

Jako argumenty przyjmuje:

t - czas, jako zmienną niezależną

X - tablicę zmiennych zależnych

F -tablicę, do której zapisane zostają obliczone prawe strony równań różniczkowych, jest to tablica pomocnicza

Funkcja oblicza wartości prawych stron równań różniczkowych.

Stworzyłam tablice FE oraz FR do zapisania prawych stron równań odpowiednio dla metody Eulera oraz Rungego -Kutty. Do nich będą zapisywane nowe wartości zmiennych zależnych tworzone w tablicach XE oraz XR.

Drugą funkcją jest

```
void veuler(double t, double*X, double h, int n,
void(*rhs_fun)(double, double *, double *), double *X1)
```

Argumenty:

t, X

h - krok całkowania

n – rozmiar tablicy

rhs_fun – wskaźnik do funkcji obliczającej prawe strony równania

X1 – tablica, do której zostają zapisane wartości zmiennych zależnych w kroku t+h, tablica pomocnicza

Funkcja wykonuje jeden krok całkowania układu równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu metodą Eulera według schematu:

$$\begin{cases} \omega(t_{i+1}) = \omega(t_i) + h^*F_1(\alpha(t_i), \omega(t_i), t_i) \\ \alpha(t_{i+1}) = \alpha(t_i) + h^*F_2(\alpha(t_i), \omega(t_i), t_i) \end{cases}$$

Funkcją F_1jest u mnie wyrażanie: $-\frac{g}{l}sin(\alpha)$, a

funkcją F_2: ω

Za pomocą funkcji `double energia(double* X,double m)`

obliczamy energię całkowitą wahadła, która wyraża się wzorem:

$$E = \frac{ml^2}{2}\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + mgl(1\text{-}cos(\alpha))$$

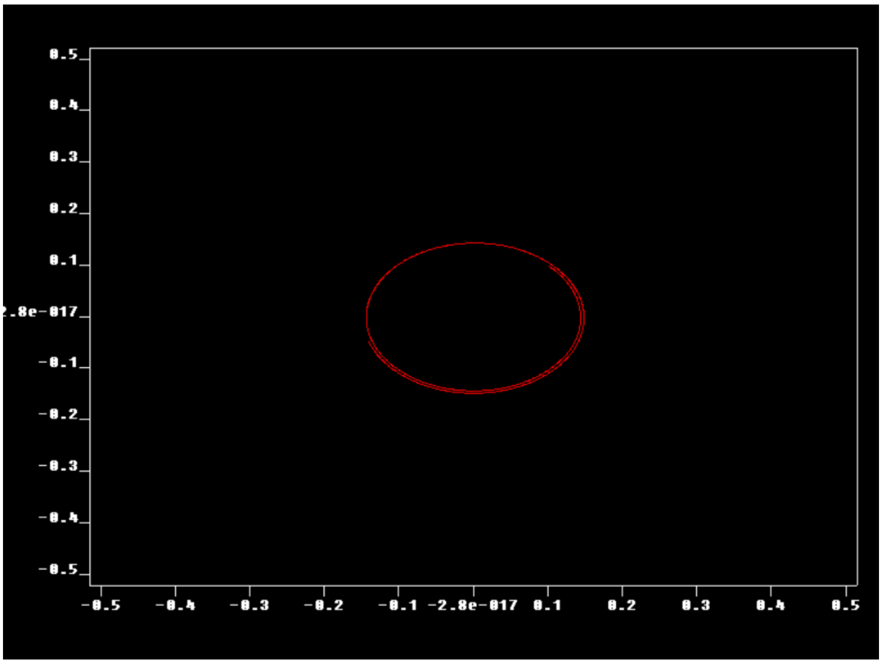
l – długość wahadła

m – masa kulki zaczepionej na końcu wahadła, pobieramy ją od użytkownika

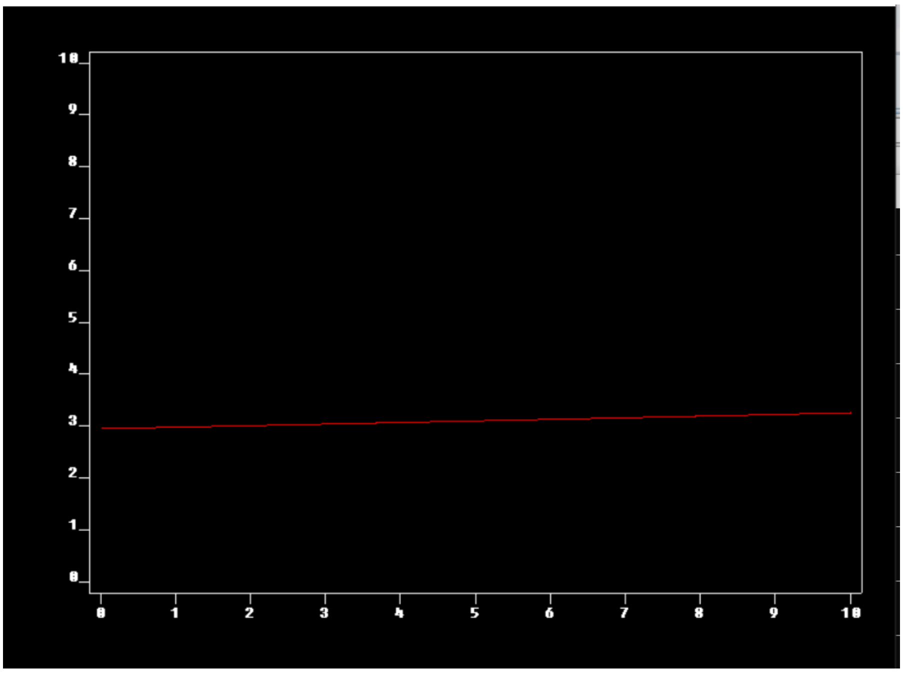
g – przyspieszenie ziemskie

Dla metody Eulera

Wykres trajektorii układu w przestrzeni fazowej ($\alpha - \omega$)

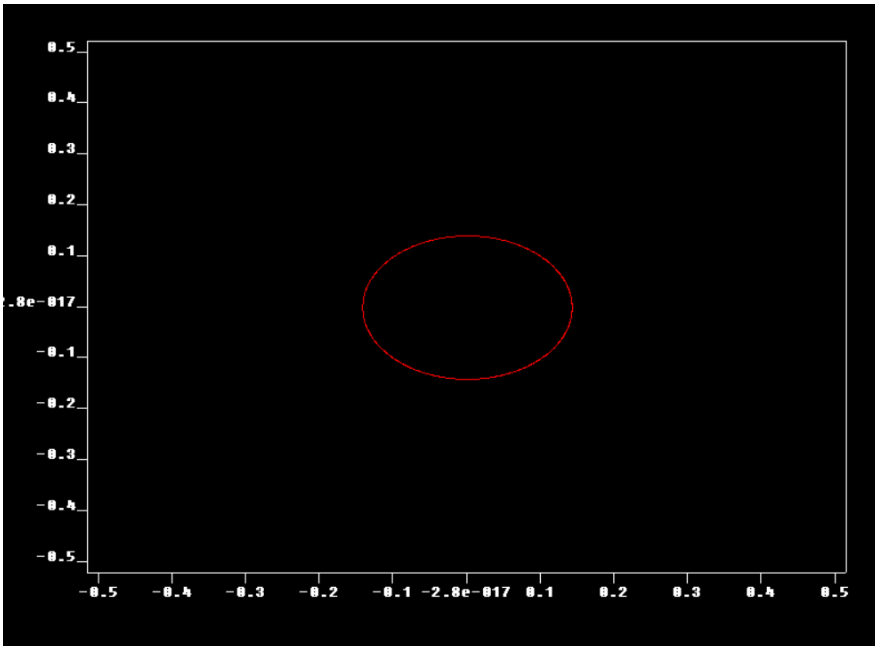


Wykres zależności energii wahadła od czasu, wykres wykonany dla m=3



Dla metody Rungego-Kutty

Wykres trajektorii układu w przestrzeni fazowej ($\alpha - \omega$)



Wykres zależności energii wahadła od czasu, wykres wykonany dla m=3