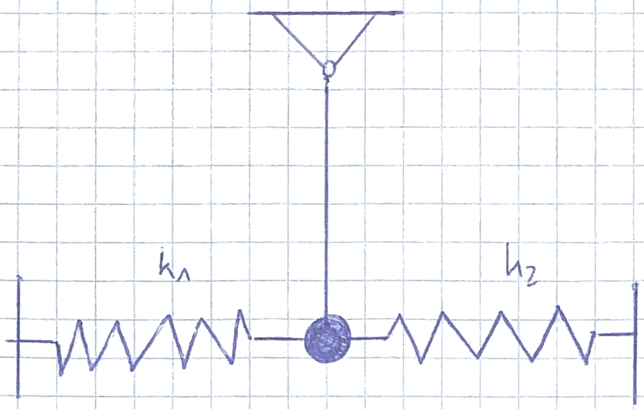
Aleksandra Karuboha 304364

Projekt 7



Dane

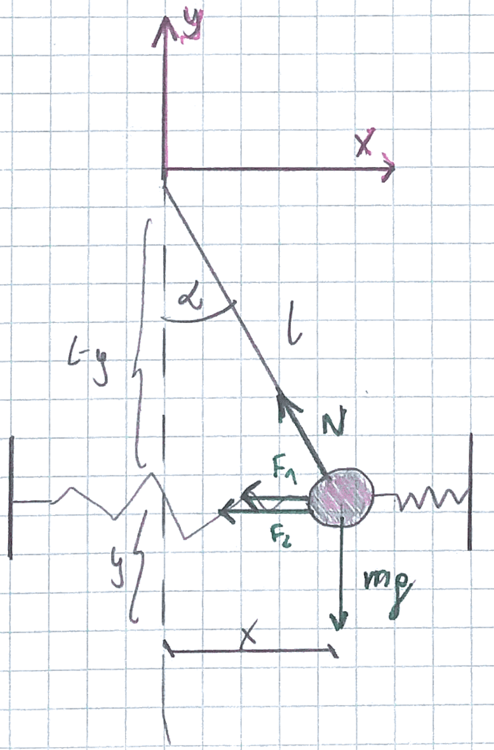
m - masa kulki

k_1 - współczynnik sprężystości sprężyny 1

k_2 - współczynnik sprężystości sprężyny 2

l - długość wahadła

g - przyspieszenie ziemskie



α - kąt odchylenia wahadła

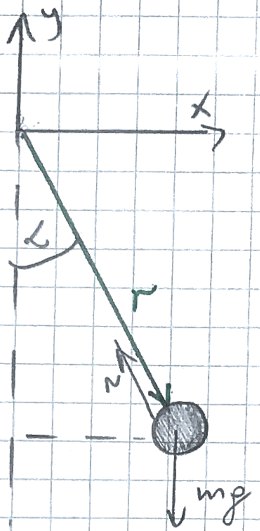
duże drgania
$\sin(\alpha) \neq \alpha$

x - przemieszczenie względem osi OX

$F_1 = -k_1 x$

$F_2 = -k_2 x$

$\sin\alpha = \frac{x}{l} \qquad \cos\alpha = \frac{l-y}{l}$



$\vec{r} = [\, l\sin\alpha \quad -l\cos\alpha \quad 0 \,]$

$$\vec{M}(m\vec{g}) = \vec{r} \times m\vec{g} = \begin{vmatrix} \vec{e_x} & \vec{e_y} & \vec{e_z} \\ l\sin\alpha & -l\cos\alpha & 0 \\ 0 & -mg & 0 \end{vmatrix} = -mgl\sin\alpha\,\vec{e_z}$$

$\vec{M}(\vec{N}) = \vec{0}$, bo $\vec{r} = 0$

$$\vec{M} = \vec{M}(m\vec{g}) + \vec{M}(\vec{F_1}) + \vec{M}(\vec{F_2})$$

wypadkowy moment

$$M = -mgl\sin\alpha - k_1 \cdot \underbrace{l\sin\alpha}_{x} \cdot \underbrace{l\cos\alpha}_{l-y} - k_2 \cdot \underbrace{l\sin\alpha}_{x} \cdot l\cos\alpha$$

odległość od pocz. układu wsp

$$M = -mgl\sin\alpha - k_1 l^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha - k_2 \cdot l^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

Z drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego

$$I \cdot \vec{\varepsilon} = \vec{M}$$

$I = ml^2$ moment bezwładności kulki wzg osi obrotu

$$\varepsilon = \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2}$$

$$ml^2 \cdot \ddot{\alpha} = -mgl\sin\alpha - k_1 \cdot l^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha - k_2 \cdot l^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\ddot{\alpha} = -\frac{g}{l} \cdot \sin\alpha - \frac{k_1}{m} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha - \frac{k_2}{m} \cdot \sin\alpha \cos\alpha$$

$$\ddot{\alpha} + \frac{g}{l} \cdot \sin\alpha + \frac{k_1}{m} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha + \frac{k_2}{m} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} = -\frac{g}{l}\sin\alpha - \frac{k_1}{m} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha - \frac{k_2}{m} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \\ \alpha(t_0) = \alpha_0 \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t}(t_0) = \omega_0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \omega$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} = -\frac{g}{l}\sin\alpha - \frac{k_1}{m} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha - \frac{k_2}{m} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \omega \\ \alpha(t_0) = \alpha_0 \\ \omega(t_0) = \omega \end{cases}$$

Energie mechaniczne

$$E_W = \frac{ml^2}{2} \cdot (\dot{\omega})^2 + mgl(1 - \cos\alpha)$$

$$E_\delta = \frac{k_1 x^2}{2} = \frac{k_1 \cdot (l \cdot \sin\alpha)^2}{2}$$

$$E_s = \frac{k_2 x^2}{2} = \frac{k_2 (l \cdot \sin\alpha)^2}{2}$$