Отчет по лабораторной работе №6

Модель эпидемии- вариант 27

Миличевич Александра, НПИ-02-18

Содержание

Список таблиц

Список иллюстраций

Цель работы

Изучить модель эпидемии задав произвольные коэффициенты пропорциональности.

Задание

Вариант 27

Придумайте свой пример задачи об эпидемии, задайте начальные условия и коэффициенты пропорциональности. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

a) если $I(0)<=I^*$

b) если $I(0)> I^*$

Выполнение лабораторной работы

Постановка задачи(теория)

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t) > I ,тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

(рис. @fig:001).

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(t) > I^* \\ 0, \text{ если } I(t) \le I^* \end{cases}$$

Рис. 0.1: Zakon1

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

(рис. @fig:002).

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ -\beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) \le \mathrm{I}^* \end{cases}$$

Рис. 0.2: formula2

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

(рис. @fig:002).

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Рис. 0.3: formula3

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на н ачало эпидемии в момент времени t= 0 нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей I(0) и S(0) соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:

I(0)<=I*

I(0)> I*

Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=11 300) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=240, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=46. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0). Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

a) если I(0)<=I*
b) если I(0)> I*

Код задачи

```
import numpy as np
from scipy. integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math

N = 11300
I0 = 240
R0 = 46
S0 = N-I0-R0

a = 0.007
b = 0.008

x0 = [S0, I0, R0]

def syst(y, t):
```

```
    y1, y2, y3 = y
    return [0, -b*y2, b*y2 ]


def syst2(y, t):
    y1, y2, y3 = y
    return [-a*y1, a*y1-b*y2, b*y2 ]

t = np.arange( 0, 500, 0.01)
y1 = odeint(syst, x0, t)
y1s = y1[:,0]
y1i = y1[:,1]
y1r = y1[:,2]

fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y1s, linewidth=2, label='S(t)')
plt.plot(t, y1i, linewidth=2, label='I(t)')
plt.plot(t, y1r, linewidth=2, label='R(t)')
plt.ylabel("численность")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
fig.savefig('01.png', dpi = 600)


y2 = odeint(syst2, x0, t)
y2s = y2[:,0]
y2i = y2[:,1]
```

```
y2r = y2[:,2]

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y2s, linewidth=2, label='S(t)')
plt.plot(t, y2i, linewidth=2, label='I(t)')
plt.plot(t, y2r, linewidth=2, label='R(t)')
plt.ylabel("численность")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
fig2.savefig('02.png', dpi = 500)
```

Полученные графы

Графики численности в случае I(0) <= I* (рис. @fig:002).

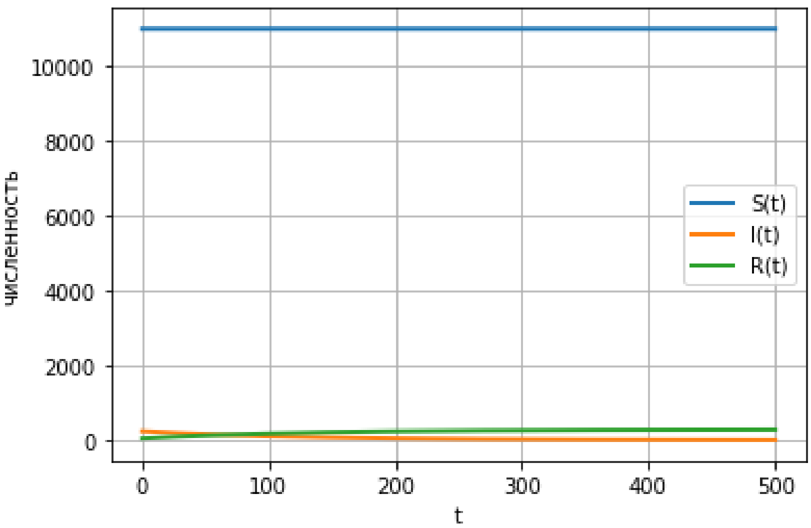

Рис. 0.4: Grafik1

Графики численности в случае I(0) > I* (рис. @fig:002).

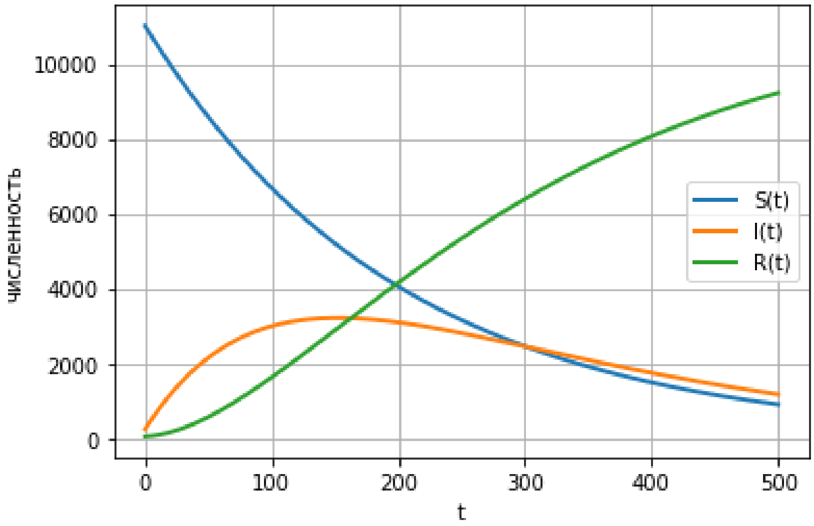

Рис. 0.5: Grafik2

Выводы

Изучила модель эпидемии и построила соответствующие графики.