Aleksandra Witek
s308968
https://github.com/aleksandrawitek/Metody-numeryczne/tree/main/Raport

Metody numeryczne – raport

1. Treść zadania

Wyznacz przebieg wartości poniższej całki dla przedziału z = [0.5, 2.5]. Określ dla jakiej wartości z całka ta ma wartość minimalną. Jaką wartość przyjmuje wtedy ta całka?

$$g(z)=\int_0^\infty t^{(z-1)} e^{-t}\, dt$$

2. Metoda rozwiązania

Do rozwiązania wyżej przedstawionego problemu użyję metody Gaussa-Laguerre'a. Wybór metody wynika z możliwości wydobycia członu mnożącego (funkcji wagowej) e^{-x} (w wyżej wymienionym przypadku $e^{-t.}$).

opis metody Gaussa – Laguerre'a

Wielomiany ortogonalne Laguerre'a mają postać:

$$L_n(x) = e^x \frac{d}{dx^n}\left(x^n e^{-x}\right)$$

Funkcja wagowa dla tych wielomianów to:

$$\omega(x) = e^{-x}$$

a przedział całkowania to $[0, \infty)$

Zatem całkę o wskazanej postaci możemy przybliżać kwadraturami Gaussa – Laguerre'a:

$$\int_0^\infty e^{-x} f(x)\, dx \approx \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i)$$

w której węzły x_i są pierwiastkami wielomianu ortogonalnego Laguerre'a stopnia (n+1) a wartości A_i odpowiadającymi im współczynnikami.

Bibliografia:

http://bc.pollub.pl/Content/1370/metody.pdf
https://pl.wikipedia.org/wiki/Kwadratury_Gaussa
http://galaxy.agh.edu.pl/~chwiej/mn/calkowanie_1819.pdf

3. Rozwiązanie

```python
#Witek Aleksandra Raport MN

import numpy as np
from scipy.special import roots_laguerre, laguerre
import matplotlib.pyplot as plt

#zdefiniowanie funkcji podcałkowej podanej w zadaniu, zaleznej od z i t
def function(z,t):
    return t**(z-1)*np.exp(-t)

#funkcja podcałkowa bez funkcji wagowej
def function1(z,t):
    return t**(z-1)

#parametr z
#wartosc 2.51 bo wtedy otrzymamy otrzymamy zakres od 0.5 do 2.5
#gdyby w miejscu wartości 2.51 była wartość 2.5
#to zakres kończyłby się na 2.49
z = np.arange(0.5,2.51,10**(-2))

#krok z jest stosunkowo niewielki, aby w przejrzysty sposob pokazac przebieg całki

#zakres calki
#a = 0
#b = np.Infinity
#nie bedzie konieczne definiowanie zakresu calki wynika to bezposrednio
#ze specyfikacji scipy.special.roots_laguerre
#https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.special.roots_laguerre.html


#ilość wezłów
#ilosc wybrana przy pomocy wolframalpha oraz obliczenia I_n dla przykładowych wartości z z zakresu [0.5,2.5],
# gdzie I_n += ai[i]*function1(z, ti[i]) dla wybranych kilku próbnych z
n = 20

#wezły oraz współczynniki kwadratury Gaussa- Laguerre'a
ti,ai = roots_laguerre(n)

#pomocnicza pusta tablica
calki = []

print("  z  ", "Obliczona całka")
for j in range (len(z)):
    I_n = 0
    for i in range (len(ai)):
        I_n += ai[i]*function1(z[j], ti[i])
    calki.append(I_n)

for i in range (len(calki)):
    print("%1.2f %18.15f" % (z[i], calki[i]))

#wartość minimalna całki

minimum = min(calki)

#którym elementem z kolei jest wartosc minimum
k = calki.index(minimum)

print("Całka przyjmuje wartość minimalną równą ", "%18.15f" %  minimum, " dla z równego ", "%1.2f" %z[k])
```

4. **Otrzymane wyniki**

przebieg całki

z	Obliczona całka
0.50	1.579035912952081
0.51	1.558841521403976
0.52	1.539140357362242
0.53	1.519920701841860
0.54	1.501171139618792
0.55	1.482880551409384
0.56	1.465038106254418
0.57	1.447633254102509
0.58	1.430655718587619
0.59	1.414095489995645
0.60	1.397942818415142
0.61	1.382188207067392
0.62	1.366822405811128
0.63	1.351836404817377
0.64	1.337221428409977
0.65	1.322968929067462
0.66	1.309070581582105
0.67	1.295518277372018
0.68	1.282304118942345
0.69	1.269420414491643
0.70	1.256859672659679
0.71	1.244614597412976
0.72	1.232678083064494
0.73	1.221043209423984
0.74	1.209703237075597
0.75	1.198651602779454
0.76	1.187881914993936
0.77	1.177387949515565
0.78	1.167163645233427
0.79	1.157203099995139
0.80	1.147500566581492
0.81	1.138050448786915
0.82	1.128847297603040
0.83	1.119885807502671
0.84	1.111160812821569
0.85	1.102667284235500
0.86	1.094400325330082
0.87	1.086355169261034
0.88	1.078527175502462
0.89	1.070911826680926
0.90	1.063504725493049
0.91	1.056301591704510
0.92	1.049298259228318
0.93	1.042490673280317
0.94	1.035874887609914
0.95	1.029447061804107
0.96	1.023203458662887
0.97	1.017140441644215
0.98	1.011254472376732
0.99	1.005542108238494
1.00	1.000000000000000
1.01	0.994624889529878
1.02	0.989413607561608
1.03	0.984363071519703
1.04	0.979470283403834
1.05	0.974732327729400
1.06	0.970146369523096
1.07	0.965709652372068
1.08	0.961419496525280
1.09	0.957273297045759
1.10	0.953268522012409
1.11	0.949402710770129
1.12	0.945673472227006
1.13	0.942078483197374
1.14	0.938615486789566
1.15	0.935282290837236
1.16	0.932076766373125
1.17	0.928996846144196
1.18	0.926040523167098
1.19	0.923205849322923
1.20	0.920490933990263
1.21	0.917893942715608
1.22	0.915413095920126
1.23	0.913046667641919
1.24	0.910792984312862
1.25	0.908650423569138
1.26	0.906617413094648
1.27	0.904692429496448
1.28	0.902873997211437
1.29	0.901160687443480
1.30	0.899551117130245
1.31	0.898043947938992
1.32	0.896637885290594
1.33	0.895331677411103
1.34	0.894124114410174
1.35	0.893014027385677
1.36	0.892000287553866
1.37	0.891081805404465
1.38	0.890257529880073
1.39	0.889526447579281
1.40	0.888887581982936

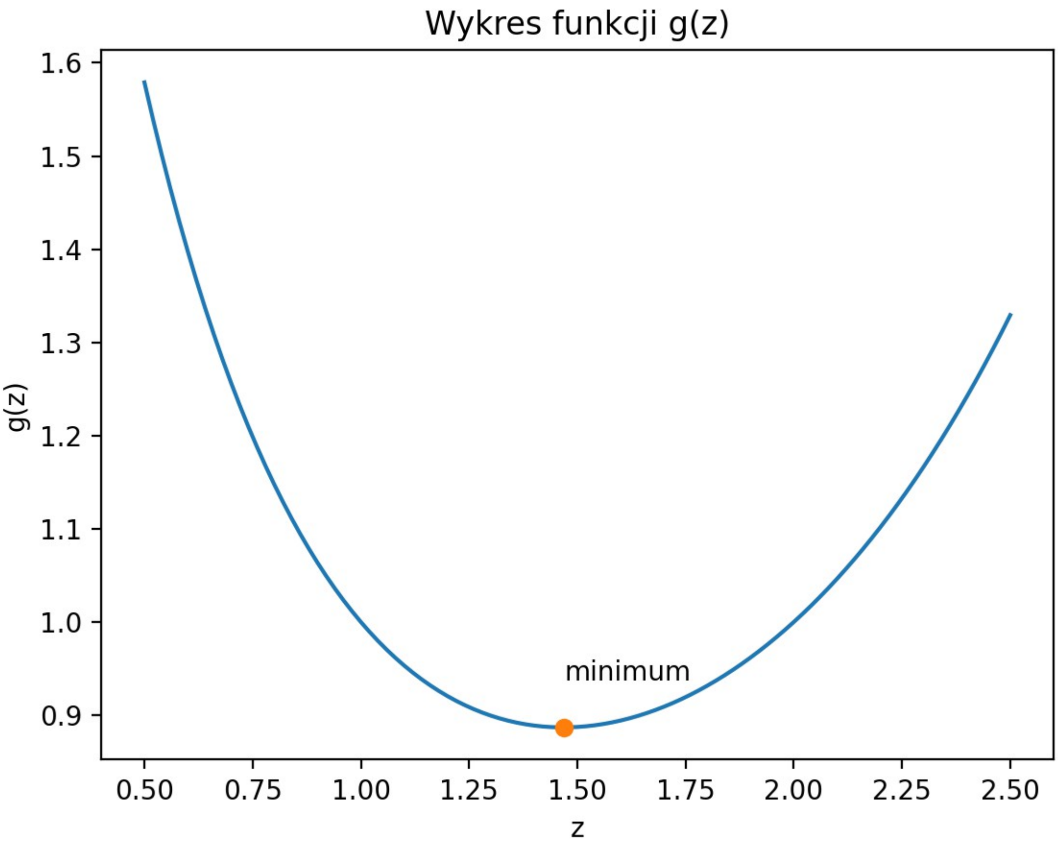
1.41	0.888339992702985	1.87	0.951962978223097
1.42	0.887882774753346	1.88	0.955180972348801
1.43	0.887515057842288	1.89	0.958477354780815
1.44	0.887236005685794	1.90	0.961852390017852
1.45	0.887044815341404	1.91	0.965306361084810
1.46	0.886940716562059	1.92	0.968839569458319
1.47	0.886922971169452	1.93	0.972452335000093
1.48	0.886990872446445	1.94	0.976144995897982
1.49	0.887143744548090	1.95	0.979917908614614
1.50	0.887380941930820	1.96	0.983771447843549
1.51	0.887701848799382	1.97	0.987706006472836
1.52	0.888105878571111	1.98	0.991721995555908
1.53	0.888592473357126	1.99	0.995819844289711
1.54	0.889161103460076	2.00	1.000000000000002
1.55	0.889811266888043	2.01	1.004262928133744
1.56	0.890542488884242	2.02	1.008609112258507
1.57	0.891354321472160	2.03	1.013039054068841
1.58	0.892246343015780	2.04	1.017553273399525
1.59	0.893218157794562	2.05	1.022152308245654
1.60	0.894269395592849	2.06	1.026836714789499
1.61	0.895399711303371	2.07	1.031607067434097
1.62	0.896608784544558	2.08	1.036463958843502
1.63	0.897896319291344	2.09	1.041407999989678
1.64	0.899262043519174	2.10	1.046439820205972
1.65	0.900705708860945	2.11	1.051560067247140
1.66	0.902227090276588	2.12	1.056769407355881
1.67	0.903825985735034	2.13	1.062068525335855
1.68	0.905502215908311	2.14	1.067458124631158
1.69	0.907255623877512	2.15	1.072938927412213
1.70	0.909086074850398	2.16	1.078511674668075
1.71	0.910993455890398	2.17	1.084177126305117
1.72	0.912977675656779	2.18	1.089936061252083
1.73	0.915038664155763	2.19	1.095789277571496
1.74	0.917176372502386	2.20	1.101737592577417
1.75	0.919390772692879	2.21	1.107781842959529
1.76	0.921681857387378	2.22	1.113922884913564
1.77	0.924049639702769	2.23	1.120161594278057
1.78	0.926494153015481	2.24	1.126498866677434
1.79	0.929015450774037	2.25	1.132935617671436
1.80	0.931613606321204	2.26	1.139472782910880
1.81	0.934288712725554	2.27	1.146111318299786
1.82	0.937040882622284	2.28	1.152852200163864
1.83	0.939870248063135	2.29	1.159696425425373
1.84	0.942776960375255	2.30	1.166645011784399
1.85	0.945761190028855	2.31	1.173698997906535
1.86	0.948823126513532	2.32	1.180859443617016

```
2.32  1.180859443617016
2.33  1.188127430101324
2.34  1.195504060112283
2.35  1.202990458183700
2.36  1.210587770850561
2.37  1.218297166875836
2.38  1.226119837483922
2.39  1.234056996600779
2.40  1.242109881100792
2.41  1.250279751060410
2.42  1.258567890018622
2.43  1.266975605244314
2.44  1.275504228010561
2.45  1.284155113875919
2.46  1.292929642972779
2.47  1.301829220302848
2.48  1.310855276039810
2.49  1.320009265839259
2.50  1.329292671155956
```

wartość minimalna

```
Całka przyjmuje wartość minimalną równą   0.886922971169452  dla z równego  1.47
```

5. Wykres



```python
#wykres
plt.plot(z,calki)
plt.xlabel('z')
plt.ylabel('g(z)')
plt.title('Wykres funkcji g(z)')
plt.plot(z[k], minimum, 'o')
plt.text(z[k], minimum + 0.05, 'minimum')
plt.show()
```