

RETRAKT ZA HIPERKOCKE

Patrik Gorše

Tomaž Pustotnik

January 5, 2017

1 DEFINICIJE

1.1 Homomorfizem

Homomorfizem je preslikava med dvema grafoma, ki ohranja njuno strukturo. Preslikava f iz grafa $G = (V, E)$ v graf $G' = (V', E')$ je torej homomorfizem če za $f: V \rightarrow V'$ velja, da slika iz vozlišč iz grafa G v vozlišča iz grafa G' , tako da za povezavi $\{u, v\}$ vsebovani v E , velja $\{f(u), f(v)\}$ vsebovani v E' .

1.2 Podgraf

Graf H , ki ga dobimo iz grafa G , tako da odstranimo nekaj vozlišč in povezav, je podgraf grafa G .

1.3 Retrakt

Retrakt grafa G je njegov podgraf H , tako da obstaja homomorfizem $f: G \rightarrow H$.

1.4 Hiperkocka

Hiperkocka je n -dimenzionalni analog kvadratu ($n=2$) in kocki ($n=3$). Iz oglišča n -dimenzionalne hiperkocke, poteka n povezav, zato lahko n -dimenzionalno hiperkocko opišemo kot graf $G = (V, E)$, kjer naključno vozlišče postavimo v izhodšče n -dimenzionalnega koordinatnega sistema. Brez škode za splošnost lahko predpostavimo, da je dolžina vseh povezav v G enaka 1, zato lahko vsakemu vozlišču smiselno priredimo koordinate, ki naj bi mu pripadale glede na njegovo lokacijo v koordinatnem sistemu. Ker smo predpostavili dolžino vseh povezav 1, lahko vsaka koordinata zavzame zgolj vrednosti 0 ali 1.

Primer: Kvadrat lahko postavimo v dvodimenzionalen sistem in njegova oglišča opišejo koordinate $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$.

Ugotovimo lahko, da se sosednji vozlišči razlikujeta natanko na eni koordinati in homomorfna preslikava f mora ohranjati to sosednost.

1.5 Kromatično število

Kromatično število je minimalni k tako, da je G k -obarvljiv, to pomeni da dve sosednji vozlišči ne morata biti enake barve.

2 MOTIVACIJA IN OPIS PROBLEMA

Najina naloga bo, da ugotoviva ali obstaja preslikava, ki je homomorfizem, tako da velja, da je nek podgraf hiperkocke njen retrakt.

Problema se bova lotila s celoštevilskim linearnim programom, kjer bova kot input vzela n -dimenzionalno hiperkocko in podgraf te hiperkocke H . S pomočjo zgoraj opisanega postopka bova vsakemu vozlišču priredila pripadajoče koordinate. Iskala bova funkcijo f , ki bo vozlišča grafa G homomorfno preslikatla v H . Pomagala si bova z lastnostmi homomorfizma. Vemo, da homomorfna preslikava ohranja kromatično število grafa pri retraktu, torej dve vozlišči, ki nista sosednja v grafu G , ne morata biti sosednja niti v podgrafu H in obratno.

Napisala bova torej ILP, ki ne bo dejansko poiskal homomorfizma f , ampak bo za dana grafa po zgornjih lastnostih preveril če sta homomorfna.

References