Уписана и описана лопта

Алекса Вучковић

Математичка гимназија, Београд

Садржај

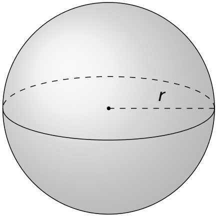
1. Увод
2. Описана лопта
   - ...око ваљка
   - ...око призме
   - ...око пирамиде
   - ...око полиедра
   - ...око купе
3. Уписана лопта
   - ...у ваљак
   - ...у призму
   - ...у пирамиду
   - ...у купу
4. Задаци

Увод

Лопта је геометријско тело ограничено сфером. Чине је све тачке које су мање или једнако удаљене r од центра.

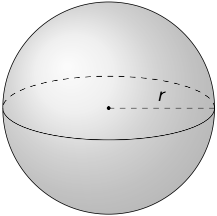
Увод

Лопта је геометријско тело ограничено сфером. Чине је све тачке које су мање или једнако удаљене r од центра.



Увод

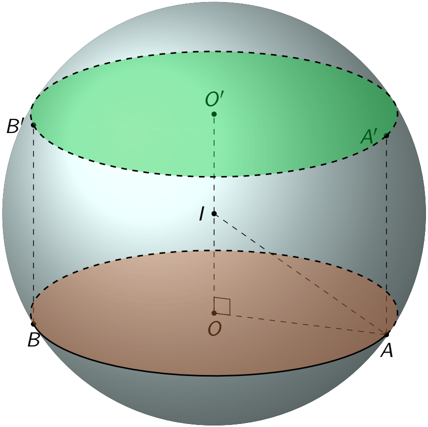
Лопта је геометријско тело ограничено сфером. Чине је све тачке које су мање или једнако удаљене r од центра.



$$P = 4r^2\pi$$
$$V = \frac{4}{3}r^3\pi$$

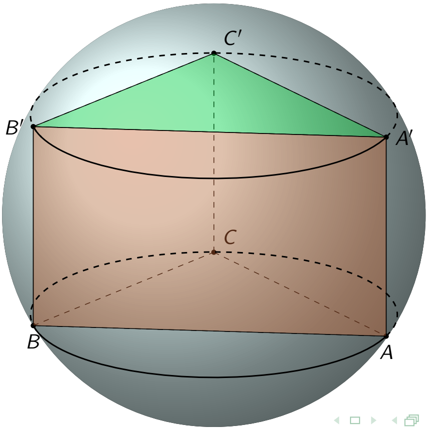
Лопта је описана око ваљка ако су основе ваљка пресеци лопте. Око сваког правог ваљка може се описати лопта.

Лопта је описана око ваљка ако су основе ваљка пресеци лопте. Око сваког правог ваљка може се описати лопта.



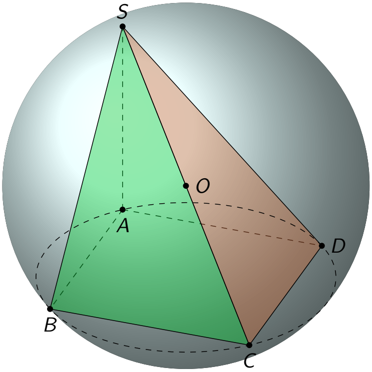
Да би се око призме могла описати сфера потребно је и довољно да призма буде права и да се око њене основе може описати круг.

Да би се око призме могла описати сфера потребно је и довољно да призма буде права и да се око њене основе може описати круг.



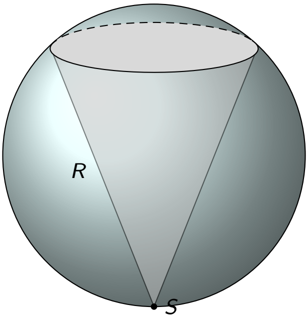
Да би се око пирамиде могла описати сфера потребно је и довољно да се око њене основе може описати круг.

Да би се око пирамиде могла описати сфера потребно је и довољно да се око њене основе може описати круг.



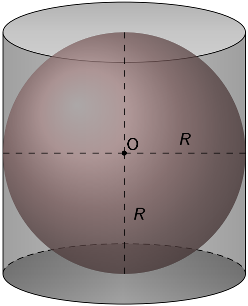
Лопта је описана око купе ако је основа купе пресек лопте и ако врх купе припада одговарајућој сфери. Око сваке купе може се описати лопта.

Лопта је описана око купе ако је основа купе пресек лопте и ако врх купе припада одговарајућој сфери. Око сваке купе може се описати лопта.



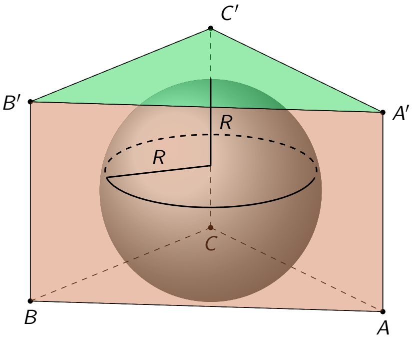
Лопта је уписана у прав ваљак ако основе и све изводнице ваљка додирују лопту. То је могуће ако је пречник основе ваљка једнак висини ваљка.

Лопта је уписана у прав ваљак ако основе и све изводнице ваљка додирују лопту. То је могуће ако је пречник основе ваљка једнак висини ваљка.



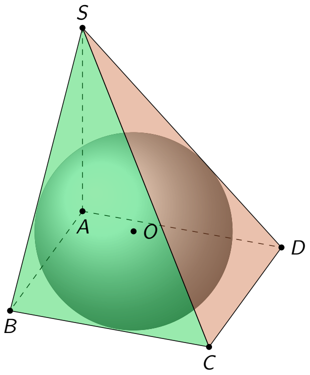
Да би се у призму могла уписати сфера потребно је и довољно да се у њен нормални пресек може уписати круг чији је пречник једнак висини призме.

Да би се у призму могла уписати сфера потребно је и довољно да се у њен нормални пресек може уписати круг чији је пречник једнак висини призме.



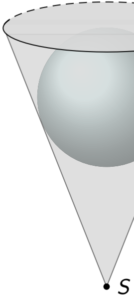
Да би се у пирамиду могла уписати сфера довољно је да нагибни углови бочних страна према основи пирамиде буду једнаки.

Да би се у пирамиду могла уписати сфера довољно је да нагибни углови бочних страна према основи пирамиде буду једнаки.



Лопта је уписана у праву купу ако основа и све изводнице купе додирују лопту. То је увек могуће!

Лопта је уписана у праву купу ако основа и све изводнице купе додирују лопту. То је увек могуће!



Задатак 1.

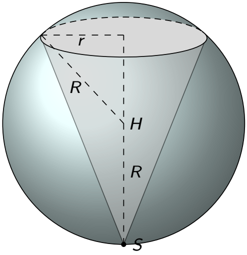
VI Ротациона тела, 70. стр./82. задатак из уџбеника

Купа висине H је уписана у лопту. Нађи запремину лопте ако је њена запремина 4 пута већа од запремине купе.

Задатак 1.

VI Ротациона тела, 70. стр./82. задатак из уџбеника

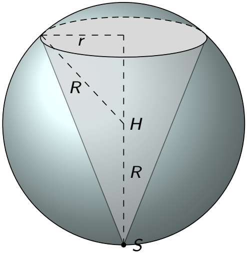
Купа висине H је уписана у лопту. Наћи запремину лопте ако је њена запремина 4 пута већа од запремине купе.



Задатак 1.

VI Ротациона тела, 70. стр./82. задатак из уџбеника

Купа висине H је уписана у лопту. Наћи запремину лопте ако је њена запремина 4 пута већа од запремине купе.

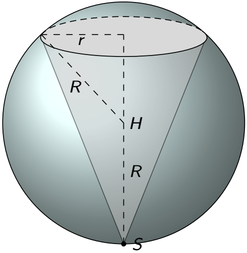


$$R^2 = r^2 + (H - R)^2$$
$$\frac{4}{3}R^3 \cdot \pi = 4 \cdot \frac{1}{3} r^2 \pi H$$
$$R^3 = r^2 \cdot H$$

Задатак 1.

VI Ротациона тела, 70. стр./82. задатак из уџбеника

Купа висине H је уписана у лопту. Наћи запремину лопте ако је њена запремина 4 пута већа од запремине купе.



$$R^2 = r^2 + (H-R)^2$$
$$\frac{4}{3}R^3 \cdot \pi = 4 \cdot \frac{1}{3} r^2 \pi H$$
$$R^3 = r^2 \cdot H$$
$$R^2 = \frac{R^3}{H} + (H-R)^2 / \cdot H$$
$$R^3 - 2RH^2 + H^3 = 0$$
$$(R-H)\cdot(R^2 - HR + H^2) = 0$$
$$\Rightarrow R = H$$

Задатак 2.

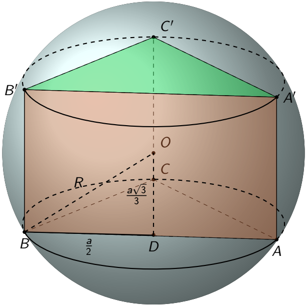
VI Ротациона тела, 70. стр./76. задатак из уџбеника

Око праве једнакоивичне тростране призме ивице a описана је лопта. Колики је њен полупречник?

Задатак 2.

_VI_ Ротациона тела, 70. стр./76. задатак из уџбеника

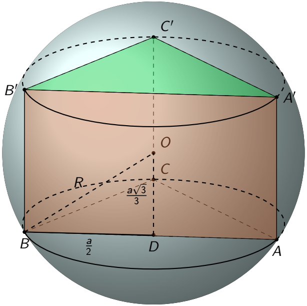
Око праве једнакоивичне тростране призме ивице a описана је лопта. Колики је њен полупречник?



Задатак 2.

VI Ротациона тела, 70. стр./76. задатак из уџбеника

Око праве једнакоивичне тростране призме ивице a описана је лопта. Колики је њен полупречник?



$$R^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2$$
$$R = \frac{a\sqrt{21}}{6}$$

Задатак 3.

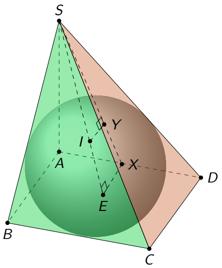
_VI_ Ротациона тела, 70. стр./98. задатак из уџбеника

У једнакоивичној четвоространој пирамиди уписана је сфера полупречника $r = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}$. Израчунати запремину те пирамиде.

Задатак 3.

VI Ротациона тела, 70. стр./98. задатак из уџбеника

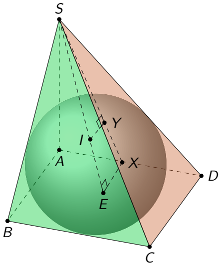
У једнакоивичној четвоространој пирамиди уписана је сфера полупречника $r = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}$. Израчунати запремину те пирамиде.



Задатак 3.

VI Ротациона тела, 70. стр./98. задатак из уџбеника

У једнакоивичној четвоространој пирамиди уписана је сфера полупречника $r = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}$. Израчунати запремину те пирамиде.



$$a = 2$$
$$H = \sqrt{2}$$
$$V = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

ХВАЛА НА ПАЖЊИ!