

---

Группа СУИР ПРО 2.1

Студент Алексеева В. Мовчан И.

Преподаватель Смирнов А.В.

## Итоговый проект по физике «Электромагнетизм»

**Тема 19.** Движение электрона в цилиндрическом вакуумном диоде, помещенном в однородное магнитное поле, направленное параллельно оси симметрии диода (магнетрон). Ось диода ориентирована по оси Oz.

## **1 Задание для вычислительного эксперимента**

Построить проекции траектории частицы на плоскости  $xOz$  и  $xOy$  для произвольной начальной скорости электрона, вылетающего с поверхности внутреннего катода. Показать, что при определенном соотношении напряжения на диоде и индукции магнитного поля электроны не достигают анода.

## **2 Устройство и работа диода**

Диод имеет два электрода в стеклянном, металлическом или керамическом баллоне с вакуумом. Один электрод — это накаливаемый катод, служащий для эмиссии (испускания) электронов. Другой электрод — анод — принимает электроны, испускаемые катодом. Катод и анод вакуумного диода аналогичны эмиттеру и базе полупроводникового диода. Анод притягивает электроны, если он имеет положительный относительно катода потенциал. Между анодом и катодом образуется электрическое поле, которое при положительном потенциале анода является ускоряющим для электронов. Электроны, вылетающие из катода, под действием поля движутся к аноду.

Между анодом и катодом образуется отрицательный заряд, называемый объемным или пространственным и препятствующий движению электронов к аноду. При недостаточном положительном потенциале анода не все электроны могут преодолеть действие объемного заряда и часть их возвращается на катод.

Электроны, ушедшие с катода безвозвратно, определяют катодный ток. Чем выше потенциал анода, тем больше электронов преодолевает объемный заряд и уходит к аноду, т. е. тем больше катодный ток.

Основное свойство диода — способность проводить ток в одном направлении. Электроны могут двигаться только от накаливаемого катода к

аноду, имеющему положительный потенциал. Если же на аноде отрицательный относительно катода потенциал, то диод заперт, т. е. он размыкает цепь. Такой анод отталкивает электроны, а сам он не накален и не испускает электронов.

### 3 Дифференциальные уравнения движения

Уравнение движения электрона имеет вид

$$m\vec{a} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}] = -e\vec{E} - e[\vec{v}, \vec{B}],$$

где  $q = -e$  – заряд электрона

Перейдем в цилиндрическую систему координат, в которой скорость электрона имеет вид

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\varphi + \vec{v}_z$$

По исходным данным магнитное поле направлено параллельно оси симметрии, а ось диода ориентирована вдоль оси Oz.

$$\begin{aligned}\vec{E} &\parallel \vec{v}_r \\ \vec{B} &\in Oz \perp \vec{v}_r, \vec{v}_\varphi\end{aligned}$$

Тогда  $ma_z = 0 \Rightarrow \vec{v}_z = \vec{v}_{z_0}$  – касательная скорость по оси Oz.

Запишем II закон Ньютона и получим проекции на оси:

$$\begin{cases} m\dot{v}_r = F_r = e(E - v_\varphi B) \\ m\dot{v}_\varphi = F_\varphi = ev_r B \\ m\dot{v}_z = F_z = 0 \end{cases}$$

Далее разделим на  $m$ :

$$\begin{cases} \dot{v}_r = \ddot{r} = \frac{e(E - v_\varphi B)}{m} \\ \dot{v}_\varphi = \frac{ev_r B}{m} \\ \dot{v}_z = 0 \end{cases}$$

Зададим значение  $\dot{\phi} = v_\phi / r$

Воспользуемся теоремой Гаусса для нахождения напряженности электрического поля цилиндрического конденсатора:

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$\lambda = \frac{Q}{l}$$

$$\int_{r_k}^{r_a} E(r) dr = U = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_a}{r_k}\right) \Rightarrow E(r) = \frac{U}{r \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_k}\right)}$$

Тогда запишем ранее полученную систему в виде:

$$\begin{cases} \dot{v}_r = \ddot{r} = \frac{e}{m} \left( \frac{U}{r \ln\left(\frac{r_a}{r_k}\right)} - v_\phi B \right) \\ \dot{v}_\phi = \frac{e v_r B}{m} \\ \dot{v}_z = 0 \end{cases}$$

где  $r_a$  – радиус анода,  $r_k$  – радиус катода

Начальные условия, определяющие траекторию, имеют вид

$$r(0) = r_k = r_a/10 = 0.05/10 = 0.005 \text{ м}$$

$$v_r(0) = v_r, v_\phi(0) = v_\phi, v_z(0) = v_z$$

## 4 Моделирование

Заданные начальные значения для напряжения на диоде и индукции магнитного поля отмечены на рис. 1-7. Код программы для моделирования представлен ссылкой.

## 5 Результаты моделирования

На рис. 1-7 приведены траектории движения электрона в магнитном поле при различных значениях напряжения на диоде, индукции магнитного поля и начальных условий.

Воспроизведение траектории движения электрона позволяет выявить влияние на нее различных параметров напряжения, индукции магнитного поля и начальных условий. Ниже приведены результаты, полученные с помощью моделирования на Python.

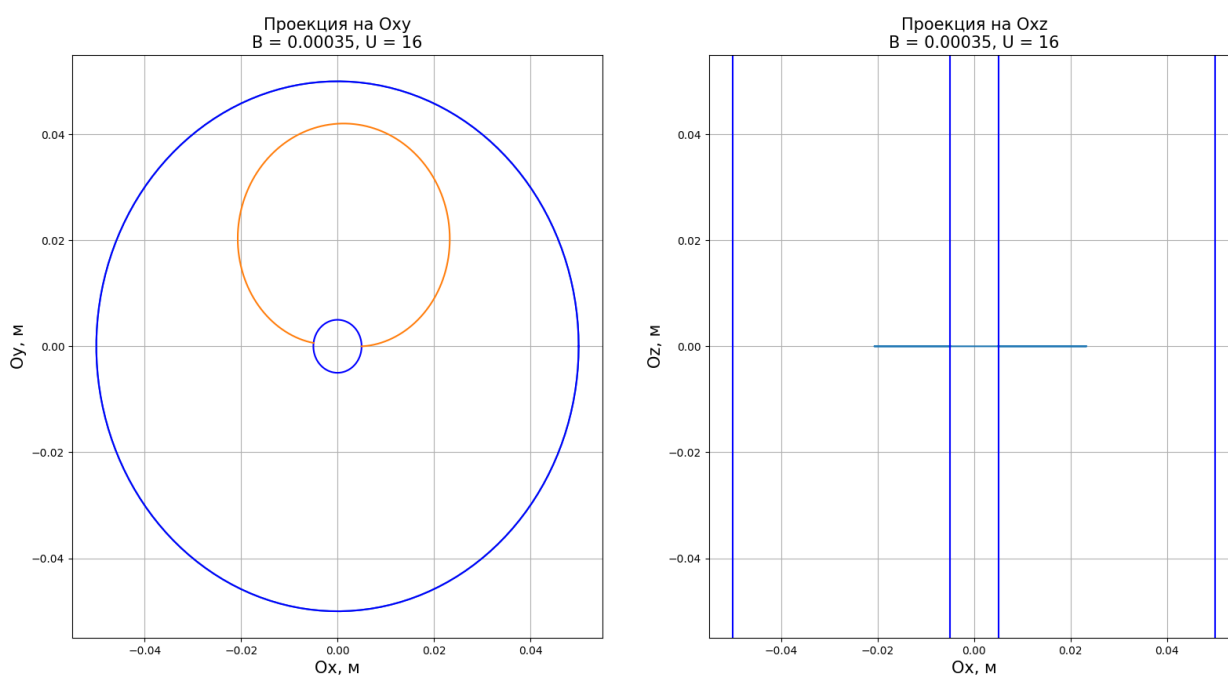


Рис 1. Проекция траекторий электрона на xOy и xOz

$$v_r(0) = 0, v_\varphi(0) = 0, v_z(0) = 0$$

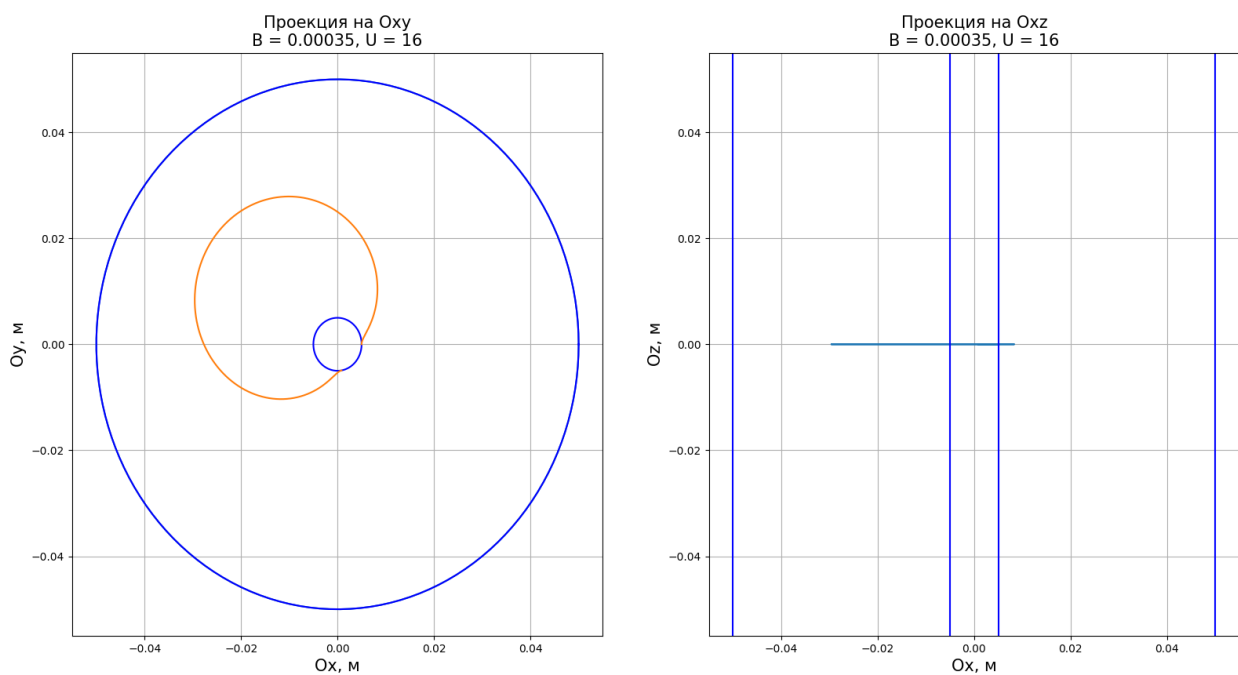


Рис 2. Проекция траекторий электрона на xOy и xOz

$$v_r(0) = 0, v_\varphi(0) = 5 \cdot 10^5 \text{ м/с}, v_z(0) = 0$$

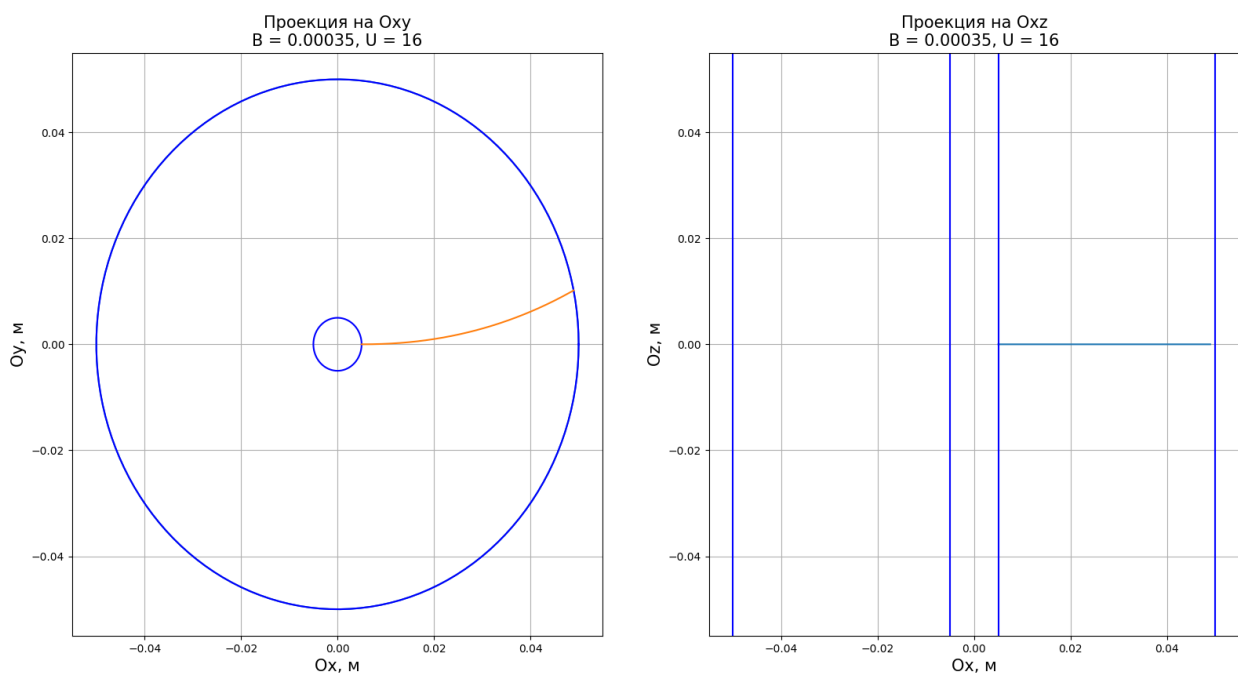


Рис 3. Проекция траекторий электрона на xOy и xOz

$$v_r(0) = 10^7 \text{ м/с}, v_\varphi(0) = 0, v_z(0) = 0$$

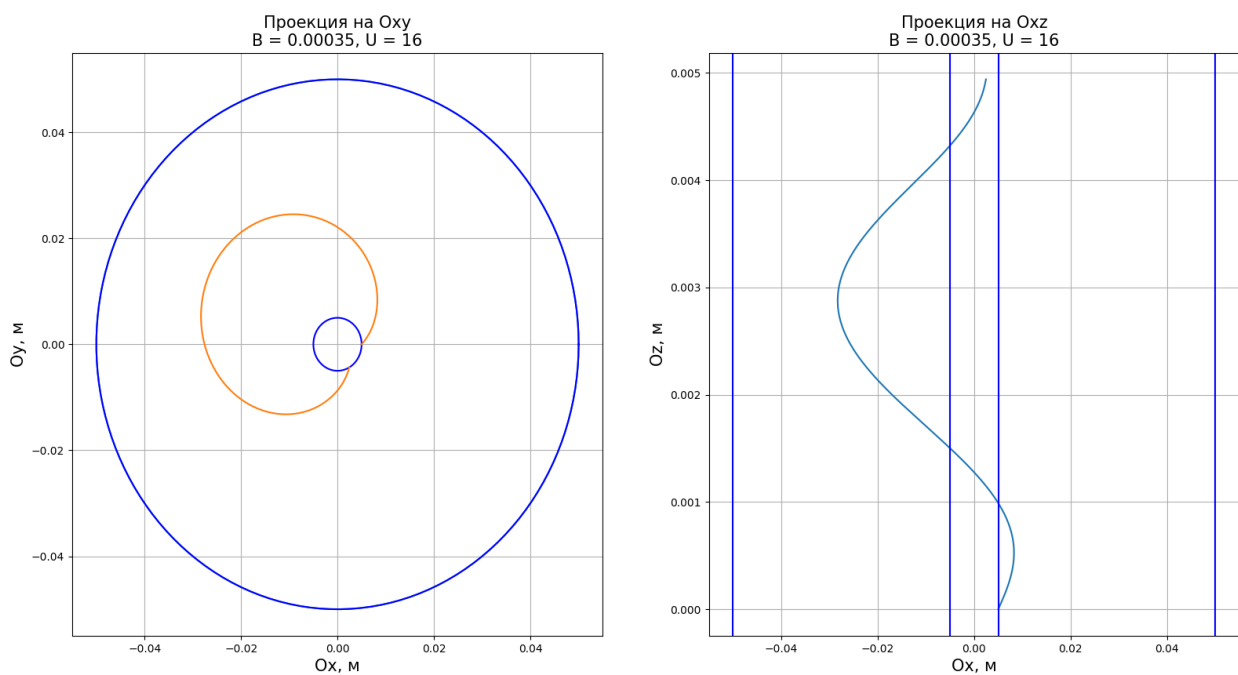


Рис. 4. Проекции траекторий электрона на xOy и xOz

$$v_r(0) = 10^6 \text{ м/с}, v_\varphi(0) = 10^6 \text{ м/с}, v_z(0) = 10^5 \text{ м/с}$$

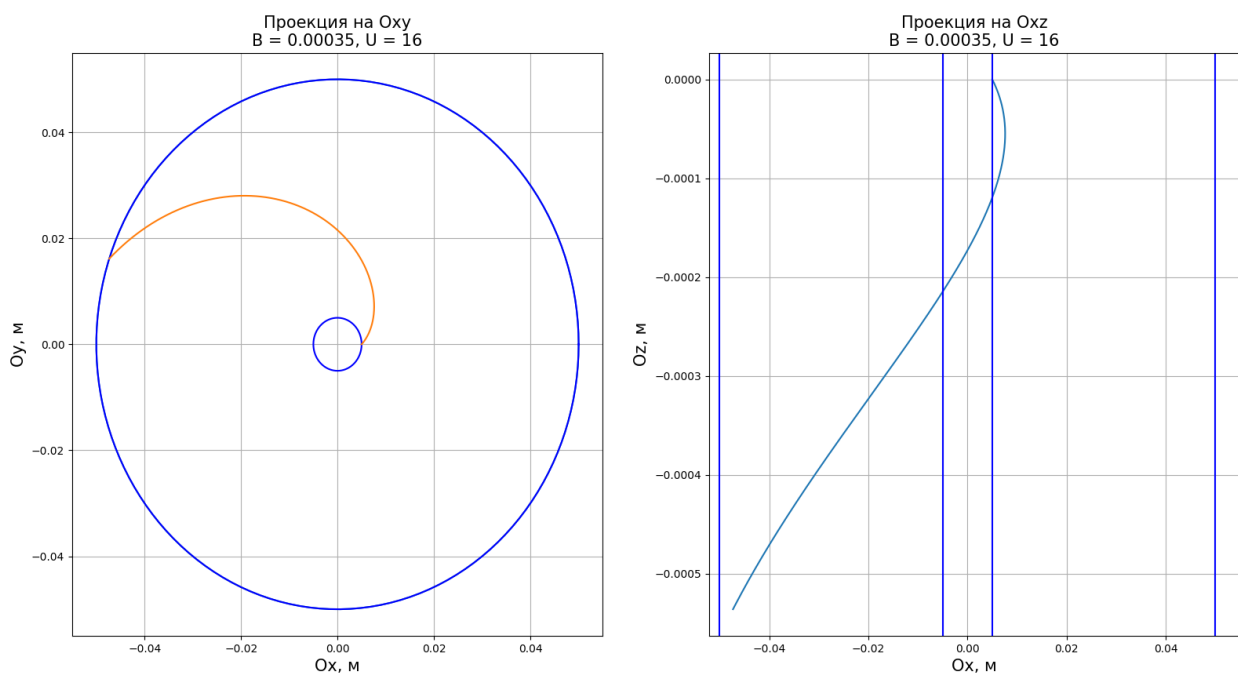


Рис. 5. Проекции траекторий электрона на xOy и xOz

$$v_r(0) = 10^7 \text{ м/с}, v_\varphi(0) = 10^7 \text{ м/с}, v_z(0) = -10^5 \text{ м/с}$$

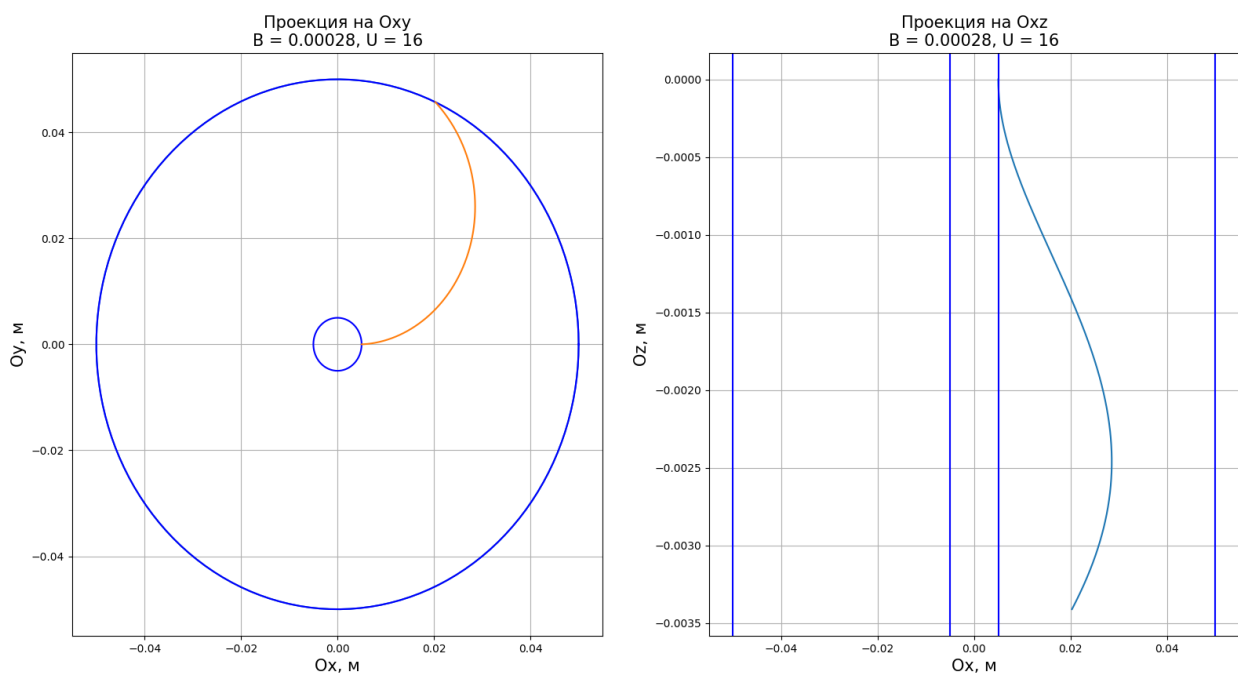


Рис. 6. Проекция траекторий электрона на  $xOy$  и  $xOz$

$$v_r(0) = 0, v_\varphi(0) = 0, v_z(0) = -10^5 \text{ м/с}$$

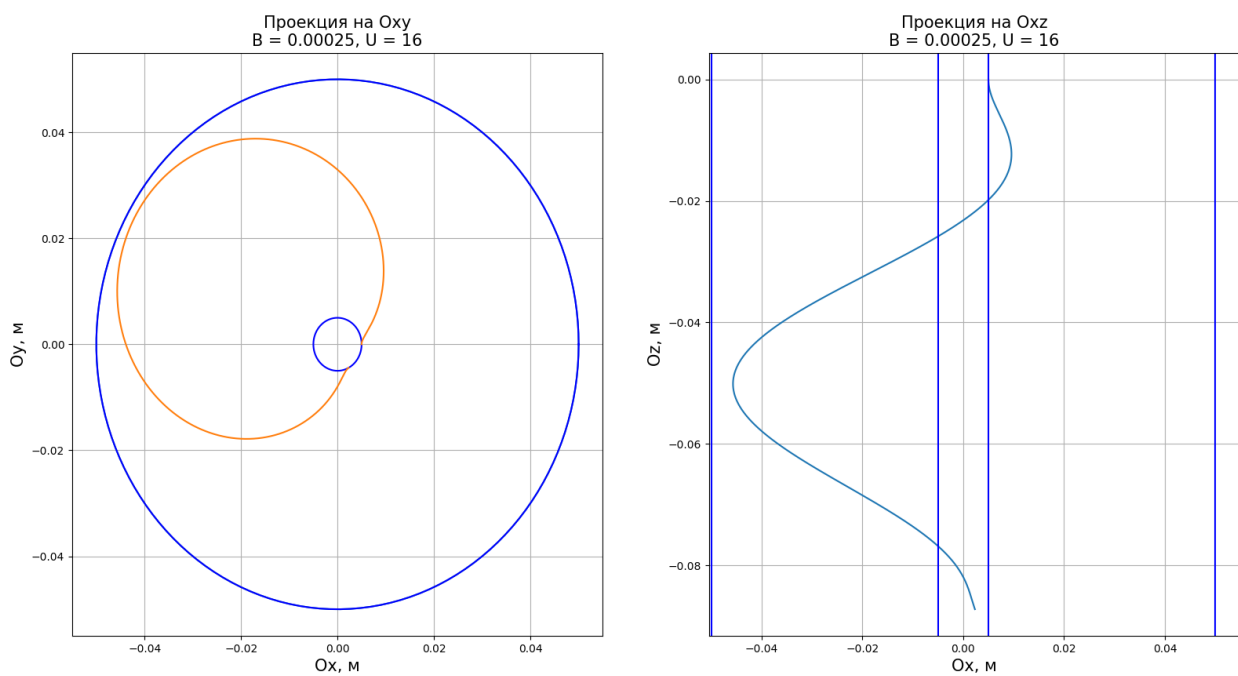


Рис. 7. Проекция траекторий электрона на  $xOy$  и  $xOz$

$$v_r(0) = 0, v_\varphi(0) = 5 \cdot 10^5 \text{ м/с}, v_z(0) = -10^6 \text{ м/с}$$