

СТУДЕНТ: Анненков Алексей Николаевич

Группа: 238

Дата загрузки работы: 01.11.2025

Подтверждаю, что данная работа является оригинальной, выполненной мною самостоятельно и в установленные сроки.

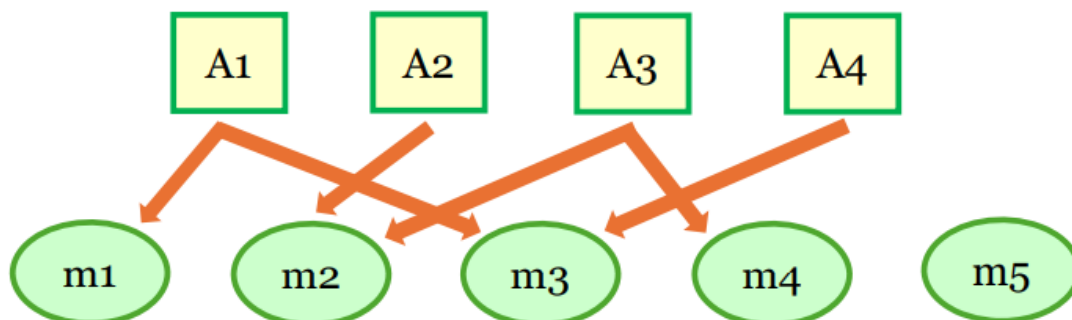
Код с реализацией экспериментов находится в репозитории

<https://github.com/alekseiannenko/Fuzzy-logic>.

Самостоятельная работа №1

Задание №1

При выборе стека технологий было рассмотрено четыре альтернативы ($A_1 - A_4$). Результаты проведённых обсуждений могут быть представлены в следующем виде:



Заключения экспертов сформированы с использованием меток (термов) порядковой шкалы для удобства выражения мнений, где

m1 – «хорошо (подходит) ...»

m2 – «с определёнными сомнениями (подходит) ...»

m3 – «нейтрально/средне (подходит) ...»

m4 – «с большой натяжкой (подходит) ...»

m5 – «плохо (подходит) ...»

Считаем, что наличие двух стрелок указывает на дизъюнктивную оценку ($m_i \vee m_j$). Также следует учесть нюансы, связанные с формулировкой окончательных оценок альтернатив A_1 и A_3 :

оценка A_1 : *определённо хорошо* ИЛИ *более-менее* нейтрально/средне (подходит) ...

оценка A_3 : *отчасти* с определёнными сомнениями (подходит) ... (англ. *somewhat — отчасти, до некоторой степени*)

Требуется детально объяснить и получить упорядочение трёх лучших альтернатив из числа рассматриваемых (первая в списке — самая предпочтительная альтернатива).

Решение

Так как весь дальнейший анализ невозможен без явного определения функций принадлежности для термов $m_1 - m_5$ (а эти функции не были обсуждены с заказчиком, то есть не были даны в условии), то нам необходимо сделать это самостоятельно. Определим функции принадлежности следующим образом, используя кортеж из трёх чисел для обозначения нечёткого числа и кортеж из четырёх чисел для обозначения нечёткого интервала:

$m_1 (0.75, 0.9, 1, 1)$

$m_2 (0.5, 0.75, 1)$

$m_3 (0.25, 0.5, 0.75)$

$m_4 (0, 0.25, 0.5)$

$m_5 (0, 0, 0.1, 0.25)$

Ниже - график с определёнными функциями принадлежности.

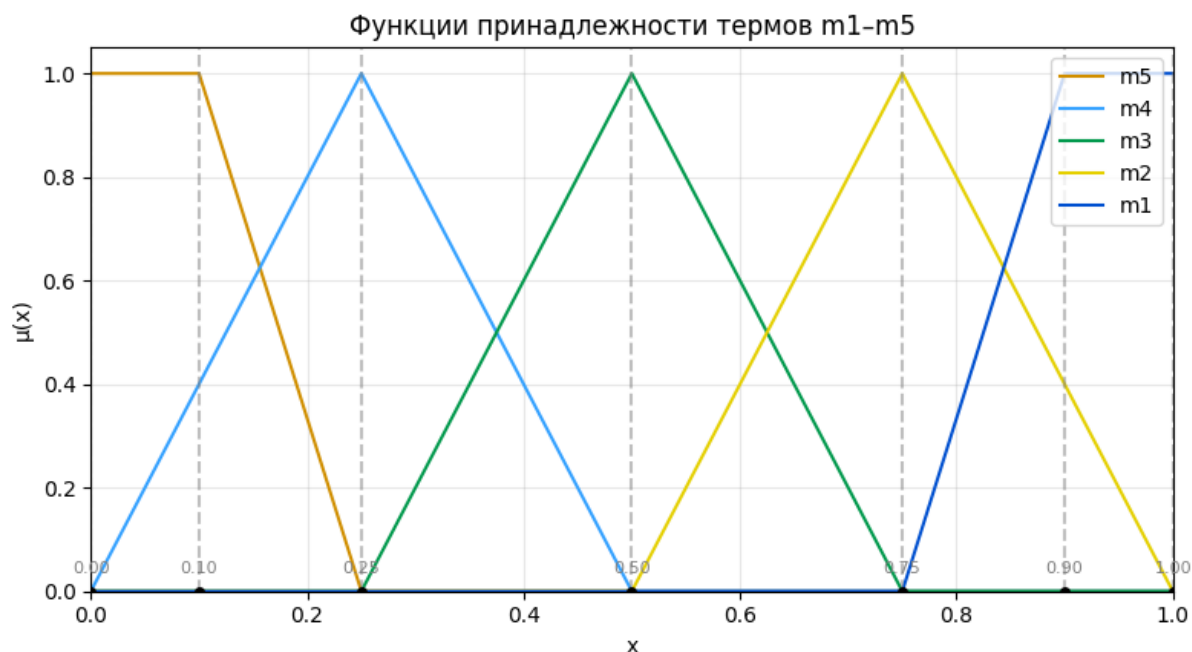


Рис. 1: Графики функций принадлежности термов

Далее необходимо определить, как используемые лингвистические модификаторы

(определённо \rightarrow definitely/very; более-менее \rightarrow more-or-less; отчасти \rightarrow somewhat) преобразуют функцию принадлежности.

Table 2.1. Concentrators.

Hedge	Operator definition
Very F	F squared
Plus F	F to the power 1.25
Extremely F	F to the power 8 or 3
Very very F	F to the power 4

Table 2.2. Dilators.

Hedge	Operator definition
More-or-less F /fairly	Square root of F
Minus F	F to the power 0.75
Somewhat F	F to the one-third power

Рис. 2: Таблица с лингвистическими модификаторами (Deschrijver *et al.*, 2004, URL)

Применим модификаторы к соответствующим термам.

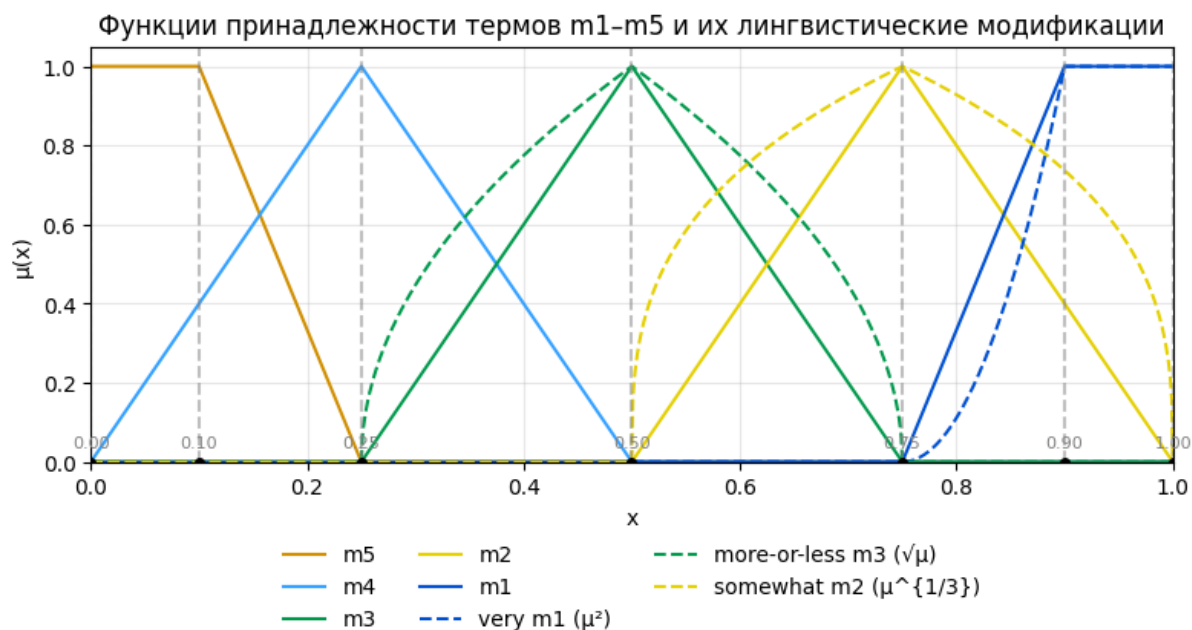


Рис. 3: Графики всех рассмотренных термов, учитывая лингвистические модификации

Теперь можно представить оценку (ФП) каждой из альтернатив. Напомним, что для альтернатив, в которых использовалась дизъюнкция, значение результирующей ФП в точке x определяется как максимум из значений всех ФП термов, которые были

включены в оценку, в точке x .

Однако полученные оценки в дальнейшем необходимо будет упорядочить для нахождения наилучшей альтернативы. Для этого необходимо использовать какой-нибудь

метод дефаззицикации. Будем использовать Center of Area ($COA = \frac{\int_{\min}^{\max} x \cdot \mu(x) dx}{\int_{\min}^{\max} \mu(x) dx}$, имплементация метода вычисления интеграла - метод трапеций библиотеки numpy).

Функции принадлежности для альтернатив A_1 – A_4 (COA отмечен красной пунктирной линией)

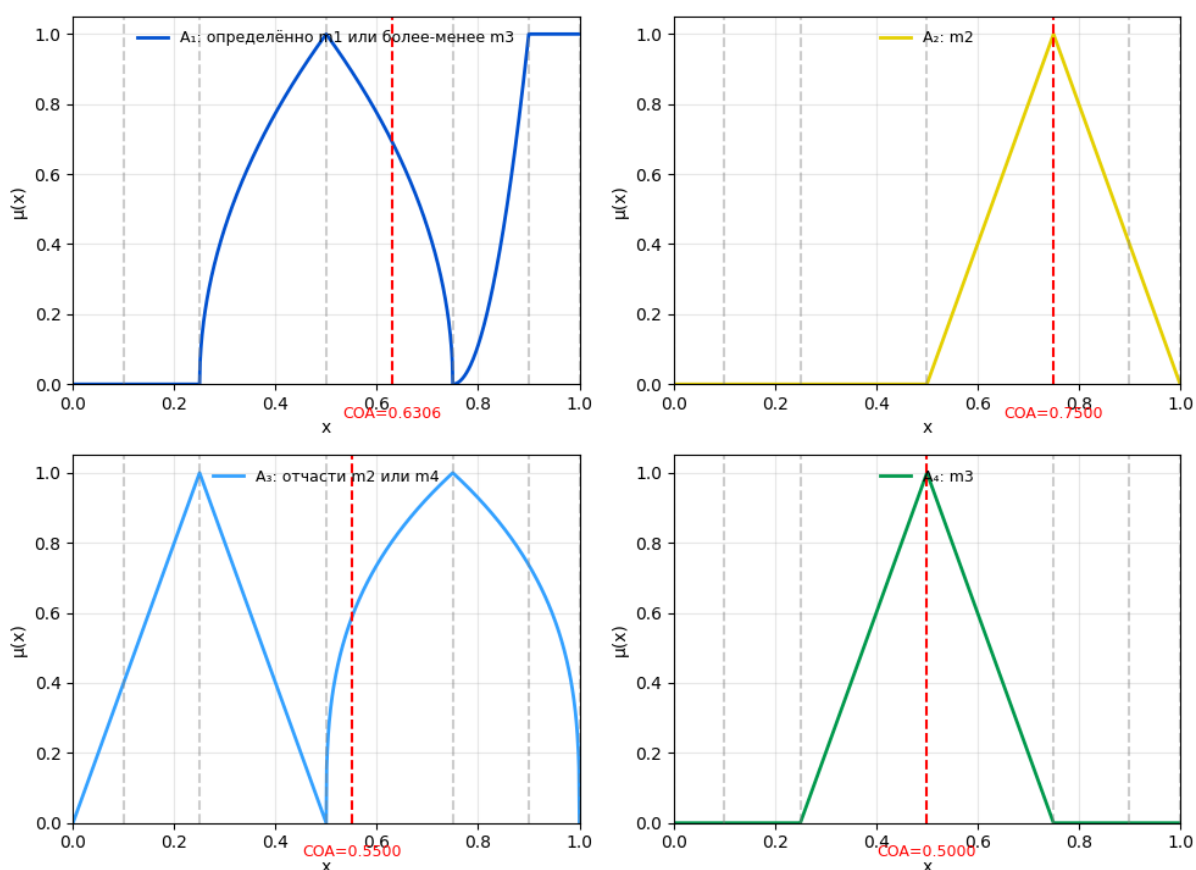


Рис. 4: Функции принадлежности альтернатив и их дефаззифицированные значения

Теперь упорядочим альтернативы по убыванию соответствующих значений COA .

1. $A_2 : COA = 0.75$
2. $A_1 : COA \approx 0.63$
3. $A_3 : COA = 0.55$
4. $A_4 : COA = 0.5$

Таким образом, тремя лучшими альтернативами можно считать A_2 , A_1 и A_3 . Заметим, что (относительная) разница между соседними значениями довольно большая

(10-20%), что может интерпретироваться как большая уверенность в полученном результате, поэтому список может быть представлен в таком виде заказчику.

Задание №1, часть 2

В той же задаче считаем, что группа экспертов состоит из двух подгрупп, которые характеризуются разным опытом. Как следствие, их мнения имеют разные веса. Так, мнение первой, более опытной, подгруппы имеет вес $w_1 = 0.65$, а мнение второй, менее опытной, подгруппы имеет вес $w_2 = 0.35$.

Мнения подгрупп относительно альтернатив A_1 и A_3 сформированы следующим образом:

оценка A_1 : более опытная группа - *определённо хорошо*; менее опытная группа - *более-менее* нейтрально/средне (подходит).

оценка A_3 : менее опытная группа - *отчасти* с определёнными сомнениями (подходит); более опытная группа - с большой натяжкой (подходит).

Необходимо объяснить и получить упорядочение лучших альтернатив с учётом дополнительной информации.

Решение

Понятно, что для альтернатив A_2 и A_4 мнения групп совпадают, поэтому при использовании того же метода дефаззификации центр тяжести не изменится.

Для альтернатив A_1 и A_3 , в свою очередь, ФП изменится из-за воздействия весов. Рассмотрим два возможных способа агрегации ФП термов для получения результирующих ФП оценок.

Способ 1. Взвешенная сумма

В этом способе значения ФП во всех точках умножаются на соответствующий вес, то есть графики «сжимаются». Так как ни один из весов не равен единице, то после такого преобразования ядром нечёткого множества будет пустое множество (то есть $|core(\tilde{A})| = 0$). Можно отнормировать функции, умножив все значения на $\frac{1}{\max(\tilde{A})}$, однако это не повлияет на центр тяжести, учитываемый при дефаззификации.

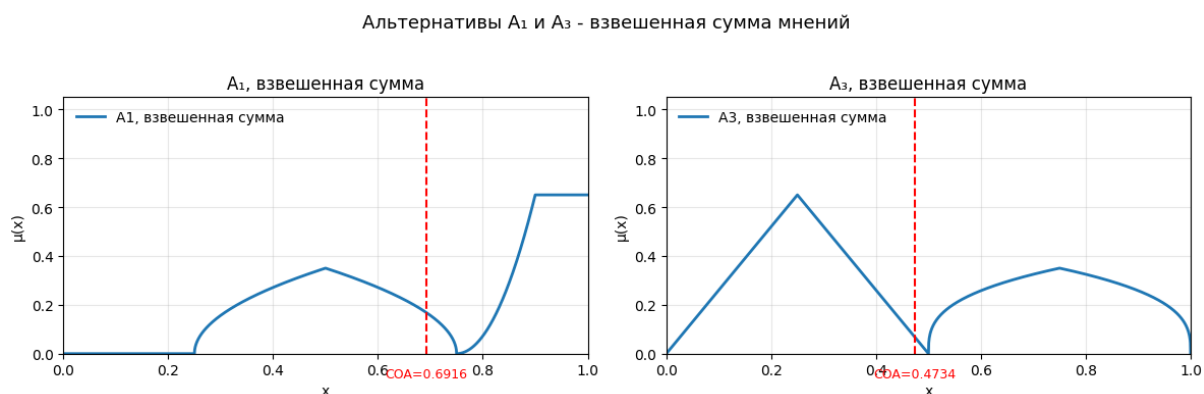


Рис. 5: Альтернативы A_1 и A_3 при учёте веса мнений. Взвешенная сумма

Внесём изменения в список упорядоченных альтернатив.

1. $A_2 : COA = 0.75$
2. $A_1 : COA \approx 0.6916$
3. $A_4 : COA = 0.5$
4. $A_3 : COA \approx 0.4734$

Заметим, что различия между парами мест (1 и 2) и (3 и 4) сократились до 6-8%, в то время как различие между 2 и 3 пунктом существенно возросло до $\approx 30\%$. На этом этапе можно сообщить заказчику уверенность в том, что любая из альтернатив A_2, A_1 лучше любой из альтернатив A_4, A_3 . Однако для более точного анализа упорядочения внутри пар (A_2, A_1) и (A_4, A_3) можно использовать результаты второго способа агрегации ФП A_1 и A_3 , который представлен ниже.

Способ 2. Алгебра α -срезов

Второй способ основан на том, что нечёткие множества могут быть представлены в виде объединения α -срезов. Этот способ можно описать следующим образом: сначала ФП представляется в виде α -срезов; затем чёткие интервалы умножаются на соответствующие веса; наконец, результирующая функция получается путём сложения полученных на предыдущем шаге чётких интервалов.

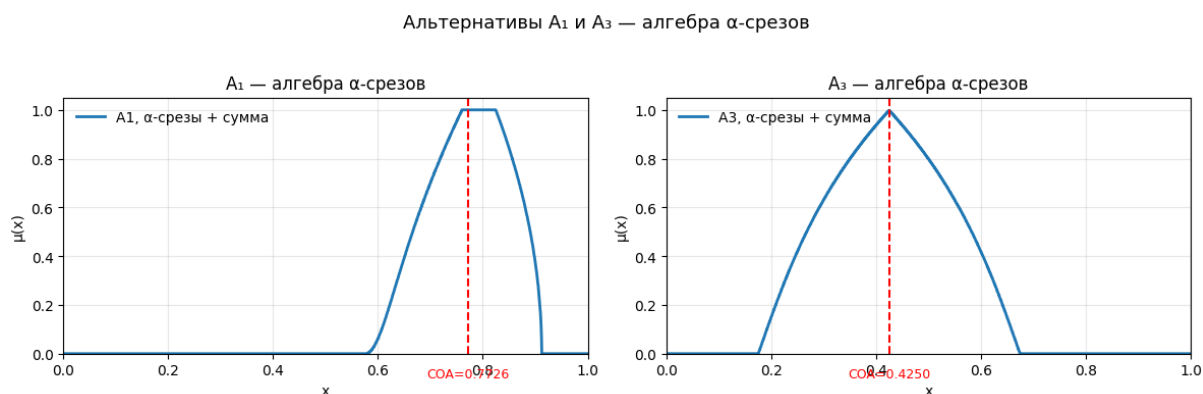


Рис. 6: Альтернативы A_1 и A_3 при учёте веса мнений. Алгебра α -срезов

Также составим список лучших альтернатив.

1. $A_1 : COA \approx 0.7726$
2. $A_2 : COA = 0.75$
3. $A_4 : COA = 0.5$
4. $A_3 : COA \approx 0.4250$

Наблюдения: во-первых, альтернативы A_1 и A_2 поменялись местами - следовательно, установить лучшую альтернативу затруднительно; во-вторых, $COA(A_3)$ уменьшился - значит, A_3 однозначно является худшей альтернативой; в-третьих, разрыв между вторым и третьим местом в списке увеличился, что также повышает уверенность в том, что A_4 является третьей лучшей альтернативой.

Для наглядности составим результирующий список, в котором значения определяются как средние значения COA в списках из двух рассмотренных способов.

1. $A_2 : COA = 0.75$
2. $A_1 : COA \approx 0.7321$
3. $A_4 : COA = 0.5$
4. $A_3 : COA \approx 0.4492$

Заказчику можно предоставить этот результирующий список с пояснениями: "Для составления списка альтернатив были применены несколько методов, учитывающих разный вес мнений. Альтернатива A_3 является худшей и не входит в топ-3 альтернатив. Альтернатива A_4 занимает 3-е место. Однако их отрыв от 1-ого и 2-ого мест настолько велик, что для выбора какой-то одной конкретной альтернативы их нет смысла рассматривать. Что же касается A_2 и A_1 - во всех методах они показали

схожие результаты. Где-то A_2 был лучше, где-то - хуже, но по итогу именно эта альтернатива показала слегка лучший результат. Однако с целью выявления наилучшего кандидата с наибольшей уверенностью может иметь смысл проведение более детального анализа". Если заказчик после получения этих результатов потребует более детальный анализ, то мы, как исполнители, со своей стороны можем, например, уточнить мнения (возможно, изменятся лингвистические модификаторы), или же пересмотреть выбор функций принадлежности термов $m_1 - m_5$.

Задание №2

Рассматривается подход к приоритизации требований (например, ПО проекта), называющийся MoSCoW. В его основе лежит матрица с 4-мя квадрантами: M-Must (требования); S-Should (крайне желательные для реализации требования); C-Could (можно рассмотреть включение требований в очередной релиз); W-Won't (не включаются в очередной релиз).

Необходимо рассмотреть возможность нечёткой категоризации требований на конкретном примере с учётом сомнений, которые могут быть у стейкхолдеров. Сравнить нечёткий подход с чёткой категоризацией.

Решение

Рассмотрим модуль статического анализа кода проекта GitLab. В частности, рассмотрим тикет №368540, связанный с MoSCoW-приоритизацией задач для версии 15.3 (URL). Пять разработчиков высказали свои независимые мнения по каждой issue, после чего учитывались расхождения и формировался список финальных приоритетов. Отметим, что помимо приоритетов «M», «S», «C», «W» были также использованы «?» (судя по всему, обозначающий неопределённость мнения) и «E» (Elsewhere, обозначающий либо то, что задача уже была учтена в других релизах, либо то, что область деятельности разработчика не относится к рассматриваемой задаче).

Ниже представлена таблица с полученными результатами.

Issue	Overall	@theoretick	@rossfuhrman	@zrice	@vbhat161	@jamesliu-gitlab
#214982	W	W	W	W	W	W
#215030	S	S	C	S	C	S
#229383	C	C	C	?	?	?
#232660	W	W	C	W	W	?
#235623	C	W	C	C	C	?
#241535	C	C	C	C	C	?
#254681	W	W	W	W	W	W
#254683	W	W	W	W	W	W
#254684	W	W	W	W	W	W
#254691	W	W	W	W	W	W
#254694	W	W	W	W	W	W
#259833	C	W	C	C	W	C
#254971	S	S	S	S	M	M
#267013	C	C	C	C	C	S
#267349	S	C	M	S	C	M
#277142	S	S	C	S	C	M
#294322	M	C	S	M	C	M
#277401	C	C	C	C	C	C
#292812	S	S	S	S	M	M
#297249	C	C	E(C)	W	?	?
#301062+	C	C	C	C	S	?
#324127	W	W	W	W	W	W
#330673	W	W	W	C	W	W

Таблица 1: MoSCoW-приоритизация — Static Analysis Async 15.3 (GitLab)

К сожалению, в открытом доступе отсутствует вся необходимая для анализа информация в полном объёме. Однако уже на этом месте можно выявить потенциальные недостатки чёткой категоризации.

1. Во-первых, хоть выбор и основан на мнении всех людей, финальный приоритет выставляет один человек, который и разрешит все расхождения (*After 1 week, @theoretick will compile ratings into overall column. He may take liberties with discrepancies but advertise back here in case others wish to contest*). Хотя это может показаться неплохим решением, другие стейкхолдеры могут хотеть наблюдать более прозрачный процесс выбора (например, неочевидно, почему $3 \cdot should + 2 \cdot must = should$, но $2 \cdot could + should + 2 \cdot must = must$).
2. Во-вторых, ответы программистов ограничены лишь шестью возможными вариантами. Это не позволяет им выразить уверенность или неопределённость в своём ответе. Учёт ответов «as is» позволит не только внести ясность, но и может изменить некоторые из результирующих приоритетов (например, рассмотренные в предыдущем пункте).

3. В-третьих, есть тикеты с тремя неопределёнными приоритетами (#229383 с 3·?, или #297249 с 2·? + *Elsewhere(Could)*)». Вероятно, некоторые ответы были представлены в виде дизъюнкции нескольких приоритетов с лингвистическими модификаторами. Они не могли быть обработаны классической категоризацией, из-за чего могла быть потеряна важная информация и мнение пяти человек фактически могло быть сведено к мнению двух людей.
4. В-четвёртых, задачи внутри каждой категории остаются неупорядоченными. Это также может внести неясность в план действий разработчиков.

Понятно, что нечёткий подход в силу своей природы может в той или иной степени разрешить перечисленные недостатки. В связи с этим применим нечёткую категоризацию на основе имеющейся таблицы и посмотрим, как она могла повлиять на общие результаты. Ниже описан применённый порядок действий:

1. Для начала внесём неопределённость/сомнения, которые могли быть у стейкхолдеров. Так как в открытом доступе отсутствует обоснование выбора приоритетов каждым из программистов, то необходимо синтезировать новый журнал выборов на основе имеющегося. Для этого к каждому из приоритетов вида «М», «S», «C», «W» с вероятностью 0.75 добавим лингвистический модификатор из рис. 2.
2. Далее, избавимся от неопределённости вида «?». Для этого заменим каждое такое значение на дизъюнкцию результирующего и соседнего приоритетов с расширяющими лингвистическими модификаторами (см. Dilators, рис. 2). Так, например, в issue #235623 (? + *Would* + 3 · *Could* = *Could*) мнение @jamesliu-gitlab может быть заменено с «?» на *Somewhat Could or More-or-less Should*. Мнения «Elsewhere» в результирующем приоритете учитываться не будут.
3. После предобработки данных можно приступать непосредственно к процессу оценки. Для этого будет использоваться взвешенная сумма (см. подраздел [Способ 1. Взвешенная сумма](#)). Веса мнений каждого из стейкхолдеров будут равны. Если у стейкхолдера два варианта ответа (дизъюнкция), то вес поделится поровну между ними. Если стейкхолдер ответил «Elsewhere», то его вес будет перераспределён между остальными стейкхолдерами.
4. Дефаззификация будет производиться методом СОА. При этом для получения категориального значения из числового будет производиться сравнение расстояний от него до центров масс ФП приоритетов «М», «S», «C», «W». Терм с наименьшим расстоянием будет расцениваться как результирующее значение, при этом численные ответы помогут упорядочить приоритеты внутри одной категории.

В качестве ФП возьмём следующие нечёткие интервалы/числа (с доменом $U = [0; 1]$):

M (0.6, 0.9, 1, 1; $COA \approx 0.86$)

S (0.4, 0.6, 0.8; $COA = 0.6$)

C (0.2, 0.4, 0.6; $COA = 0.4$)

W (0, 0, 0.2, 0.4; $COA \approx 0.14$)

Таким образом, центры площадей будут примерно равноудалены, а приоритеты «M» и «W» будут иметь наибольшую площадь и, как следствие, оказывать большее влияние на результат, чем «S» и «C».

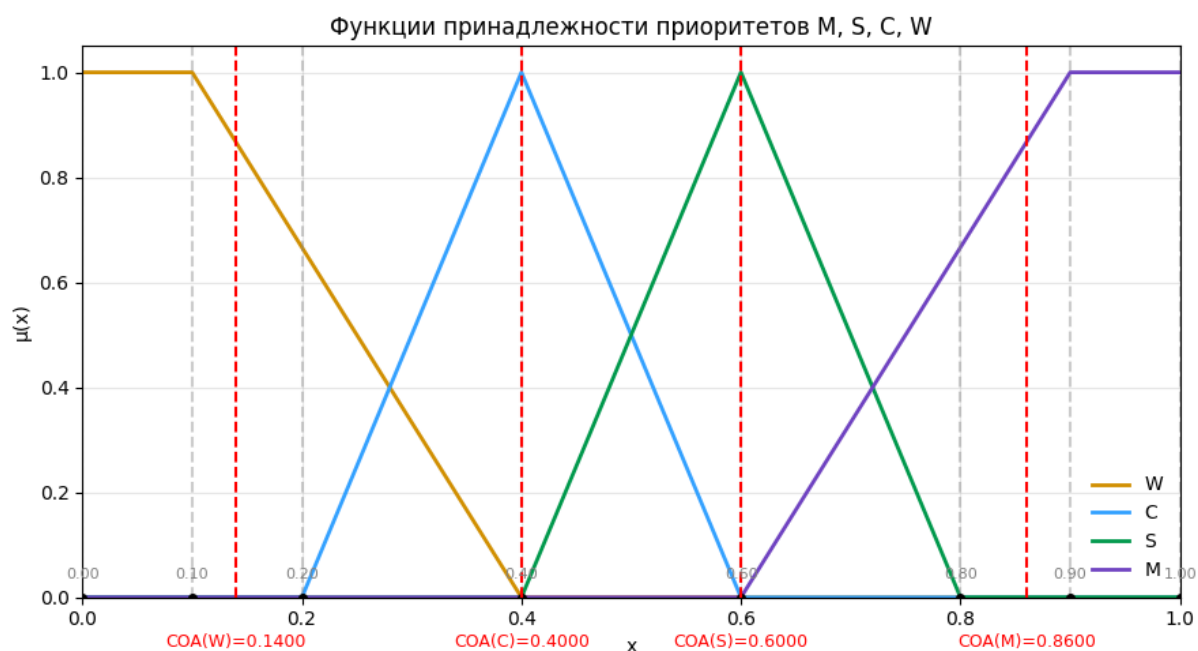


Рис. 7: Функции принадлежности термов «M», «S», «C», «W» с центрами тяжести

Результаты проведенных экспериментов приведены в таблице ниже (подробности реализации содержатся в репозитории, ссылка - URL).

Issue	Old result	Result	COA	@theoretick	@rossfuhrman	@zrice	@vbhat161	@jamesliu-gitlab
#294322	M	S	0.6745	Plus C	Somewhat S	Somewhat M	C	M
#254971	S	S	0.6551	Plus S	S	Very S	More-or-less M	M
#292812	S	S	0.6448	More-or-less S	S	Very very S	M	M
#277142	S	S	0.5655	More-or-less S	C	Very S	C	Minus M
#267013	C	C	0.5536	More-or-less C	C	Minus C	More-or-less C	S
#267349	S	S	0.5057	C	Extremely M	Very very S	Minus C	M
#301062+	C	C	0.4948	C	C	C	Minus S	Minus C or Minus S
#215030	S	S	0.4757	Very very S	Very C	More-or-less S	More-or-less C	Minus S
#297249	C	C	0.4661	Plus C	Elsewhere	Very very W	Somewhat C or More-or-less S	Somewhat C or Somewhat S
#229383	C	C	0.4489	Very very C	More-or-less C	Minus C or More-or-less W	Somewhat C or Minus S	Minus C or More-or-less W
#241535	C	C	0.4228	Very C	Somewhat C	Very C	C	More-or-less C or Minus S
#254681	W	W	0.2708	Somewhat W	Extremely W	Minus W	Minus W	More-or-less W
#235623	C	C	0.2693	More-or-less W	Very very C	Extremely C	C	Somewhat C or Minus W
#277401	C	C	0.2099	Very very C	Extremely C	C	C	Very C
#254691	W	W	0.1983	Very W	More-or-less W	W	Minus W	Minus W
#254683	W	W	0.1953	More-or-less W	Plus W	Extremely W	W	More-or-less W
#232660	W	W	0.1908	W	Very C	Extremely W	W	Somewhat W or Minus C
#259833	C	W	0.1862	Plus W	C	Very very C	Very W	C
#324127	W	W	0.1845	More-or-less W	Plus W	Extremely W	More-or-less W	Plus W
#214982	W	W	0.1406	Very W	Plus W	Minus W	Minus W	W
#330673	W	W	0.14	Minus W	Plus W	Very C	W	Plus W
#254684	W	W	0.0885	Extremely W	W	W	Very W	W
#254694	W	W	0.0749	Extremely W	Minus W	Extremely W	Very very W	W

Таблица 2: Итоговая таблица дефаззификации

Перечислим некоторые наблюдения.

1. Заметим, что нечёткая категоризация расходится с чёткой в двух приоритетах. Это число может показаться небольшим, ведь доля совпадающих превышает 91%. Однако стоит вспомнить, что в силу природы задачи ожидается увидеть схожие мнения программистов для большинства задач. Действительно, диаметрально противоположные мнения указывают или на полное недопонимание внутри команды, или на полную некомпетентность некоторых (возможно, всех) программистов. Обратим внимание на то, что как минимум 3 приоритета совпали для 20 задач и как минимум 4 приоритета совпали для 16 задач. По сути это указывает на то, что для задач, по которым мнения расходятся и ради приоритизации которых направлены используемые методы, нечёткий и чёткий подход дают разные результаты. Это наблюдение крайне важно.
2. Более того, с некоторой степенью уверенности можно утверждать, что из используемой четвёрки приоритетов наиболее важными являются «М» и «W». И так получилось, что результаты нечёткой и чёткой категоризаций расходятся именно в этих приоритетах!

Таким образом, даже на синтезированном журнале приоритетов видно, что нечёткий и чёткий подход могут давать разные результаты для спорных мнений. Так как споры могут возникнуть в важных задачах (имеющих пометку «М» или «W»), то выбор метода может оказать критическое влияние на следующий релиз проекта. В связи с этим необходимо обоснованно подходить к его выбору. Так как нечёткая логика может решить все 4 недостатка чёткого подхода (в частности, она использует выражения естественного языка такими, какие они есть, что позволяет выражать

сомнение и уверенность), то рекомендуется использовать именно её для получения более точного анализа узких мест приоритезации.

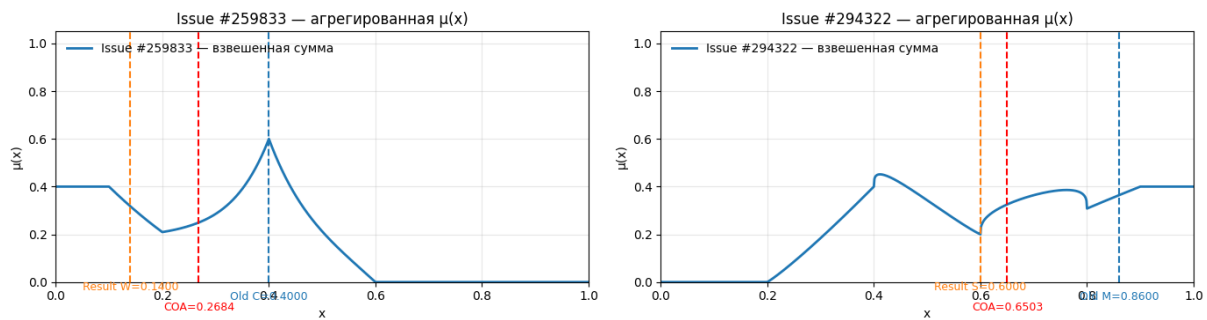


Рис. 8: ФП для расходящихся issue. Красным обозначены СОА ФП, синим - СОА старого приоритета, оранжевым - СОА нового приоритета.

Задание №3

В компании обсуждаются детали будущего проекта Р. В частности, стейкхолдеры согласны во мнении, что продолжительность D проекта Р можно оценить в пределах временных границ $[4, 5]$ (в месяцах), то есть $4 \leq D(P) \leq 5$. Дополнительно было установлено, что точно не будет выполняться ни одно из следующих требований: $D(P) \leq 3.5$, $D(P) \geq 5.3$. Что можно сказать об оценках возможности того, что продолжительность $D(P) = 3.8$ и $D(P) = 5.2$? Требуется принять гипотетическую позицию и дополнить оценки требуемой для получения ответа информацией.

Решение

Определим нечёткое множество \tilde{D} . Так как требуется гарантированное выполнение неравенств $3.5 < D(P) < 5.3$, то можно установить домен нечёткого множества $U_{\tilde{D}} = [3.5, 5.3]$.

Далее, стейкхолдеров устраивает оценка $4 \leq D(P) \leq 5$. Таким образом, естественно полагать, что значение функции принадлежности принимает близкие к 1 значения (возможно, включая 1) на отрезке $[4, 5]$.

Итак, на данный момент мы имеем: $\mu(3.5) = 0$, $\mu(4) \approx 1$, $\mu(5) \approx 1$, $\mu(5.3) = 0$. При этом ФП μ монотонна на интервалах $[3.5, 4]$ и $[5, 5.3]$. Для предоставления интервала оценок возможностей будем использовать две модели.

Первая, линейная модель

Первая модель имеет вид трапеции и задаётся функцией принадлежности:

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 2x - 7, & 3.5 < x \leq 4, \\ 1, & 4 < x \leq 5, \\ -\frac{10}{3}x + \frac{53}{3}, & 5 < x \leq 5.3. \end{cases}$$

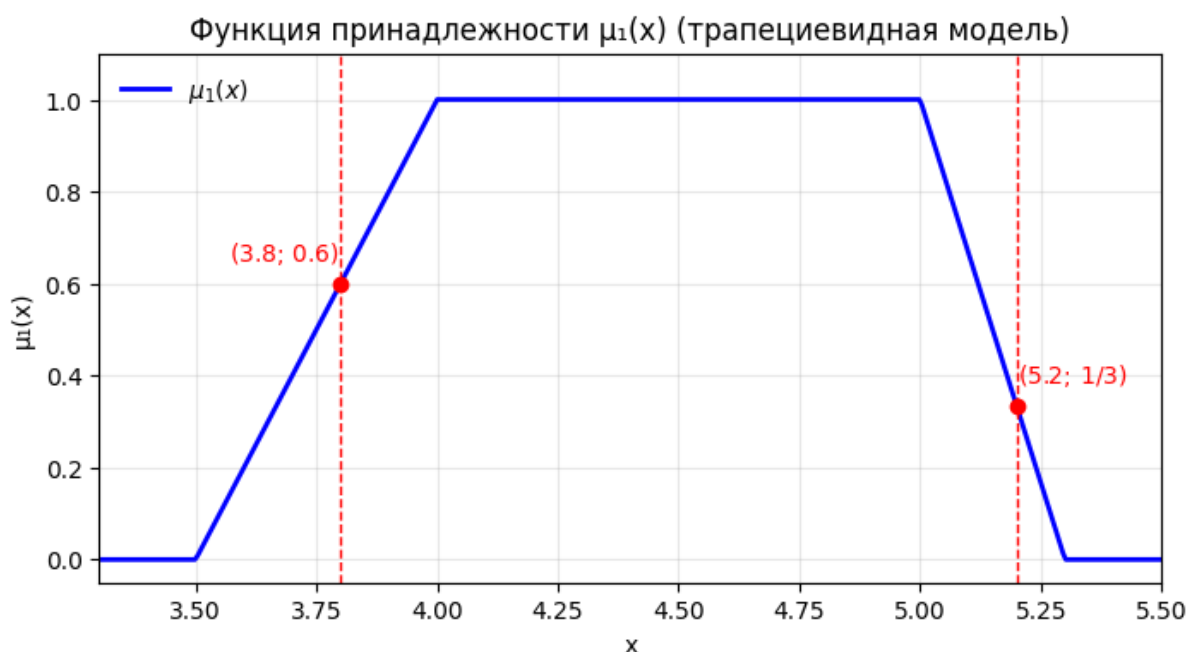


Рис. 9: Функция принадлежности первой модели

Такую модель по существу можно назвать простейшей в силу своего построения. Однако она будет полезна при задании границ интервалов. Оценку возможности $D(P) = x$ можно оценить как значением $\mu(x)$, так и средним значением ФП на небольшом интервале с центром в точке x $\left(\frac{\int_{x-\sigma}^{x+\sigma} \mu(t) dt}{2\sigma} \right)$. В силу кусочной линейности функции оба значения будут совпадать. Получим $\mu_1(3.8) = 0.6$ и $\mu_1(5.2) = \frac{1}{3}$.

Вторая, сигмоидная модель

Вторая модель основана на следующих эвристиках: скорее всего, увеличение x около значения 3.5 должно давать небольшое приращение функции, так как x всё ещё находится около границы недопустимых значений. С другой стороны, (левые) значения функции около $x = 4$ также должны быть примерно 1 — ведь они почти попадают в приемлемый отрезок $[4, 5]$. Аналогичные рассуждения верны для значений около

точек $x = 5$ и $x = 5.3$.

Таким образом, можно прийти к выводу об уместности применения колоколообразных кривых. В качестве такой кривой было принято решение использовать сигмоиду $\left(y(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}\right)$. Однако помимо добавления сдвига необходимо также преобразовать функцию таким образом, чтобы она принимала значения 0 и 1 на концах интервала. Таким образом, используемая на интервале (a, b) функция будет иметь следующий общий вид:

$$\mu_{gen}(x, a, b, c, k) = \frac{\frac{1}{1 + e^{-k(x-c)}} - \frac{1}{1 + e^{-k(a-c)}}}{\frac{1}{1 + e^{-k(b-c)}} - \frac{1}{1 + e^{-k(a-c)}}}, \quad x \in (a, b),$$

где c – центр перехода (можно положить $c = \frac{b+a}{2}$), k – коэффициент крутизны. Нетрудно убедиться, что $\mu(a) = 0$ и $\mu(b) = 1$, и что функция монотонно возрастает. Пользуясь нотацией μ_{gen} , определим функцию принадлежности следующим образом:

$$\mu_2(x) = \begin{cases} \mu_{gen}(x, 3.5, 4.1, 3.8, 25) & 3.5 < x \leq 4.1, \\ 1, & 4.1 < D \leq 4.9, \\ \mu_{gen}(x, 4.9, 5.3, 5.1, 40), & 4.9 < x \leq 5.3. \end{cases}$$

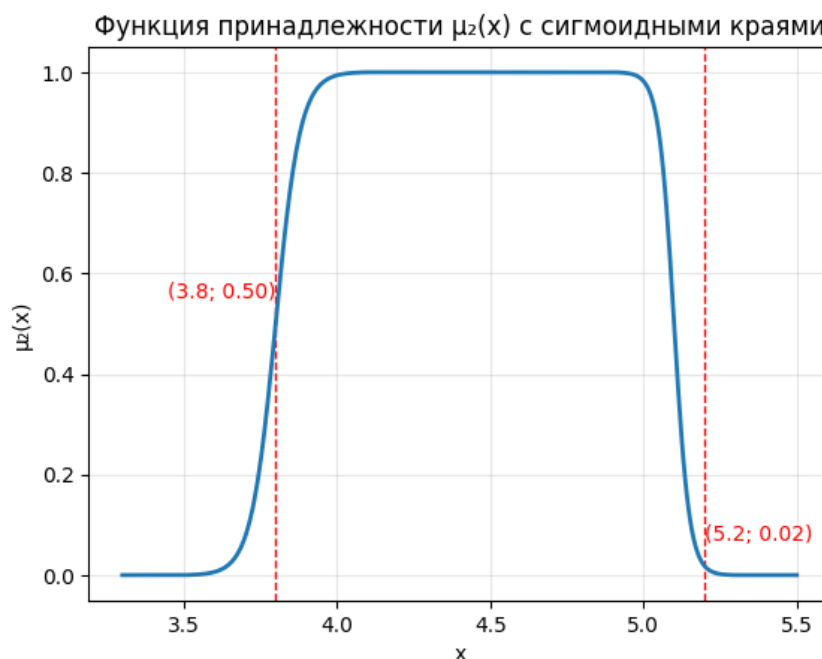


Рис. 10: Функция принадлежности второй модели

Значения такой ФП в точках $x = 3.8$ и $x = 5.2$ равны $\mu_2(3.8) = 0.5$ и $\mu_2(5.2) = 0.02$. При этом если считать средние значения функции в $2\sigma = 0.1$ -окрестностях этих точек, получатся значения $\frac{\int_{3.8-0.05}^{3.8+0.05} \mu_2(t)dt}{2 \cdot 0.05} = 0.5$ и $\frac{\int_{5.2-0.05}^{5.2+0.05} \mu_2(t)dt}{2 \cdot 0.05} \approx 0.03$. Поэтому можно положить вторые границы искомых возможностей как 0.5 и 0.025 соответственно.

Таким образом, оценить возможности продолжительностей $D(P) = 3.8$ и $D(P) = 5.2$ можно следующими интервалами:

$I_1^1 = [0.5, 0.6]$ для $D(P) = 3.8$, что показывает большую степень уверенности вне зависимости от применяемой модели;

и $I_2^1 = \left[0.025, \frac{1}{3}\right]$ для $D(P) = 5.2$, что показывает сильный разброс значений в зависимости от используемых предположений.

Задание №3, часть 2

Мнения экспертов разделились: 40% поддержали оценку $4 \leq D(P) \leq 5$, другие 30% склонились к оценке $4.5 \leq D(P) \leq 5.2$, а оставшиеся эксперты поддержали вариант $3.6 \leq D(P) \leq 4.3$. При этом все эксперты сошлись на мнении, что $D(P)$ ни при каких условиях не станет меньше 3.5 и больше 5.3. Необходимо оценить возможности $D(P) = 3.8$ и $D(P) = 5.2$ с учётом новой информации.

Решение

Решим задачу аналогичным образом: составим две модели - линейную и сигмоидную; в моделях для каждой экспертной группы построим функцию принадлежности; агрегированную ФП получим путём суммирования взвешенных ФП экспертов.

Первая, линейная модель

Для каждого эксперта с мнением $a \leq D(P) \leq b$ ФП будет иметь вид нечёткого интервала: $(3.5, a, b, 5.3)$.

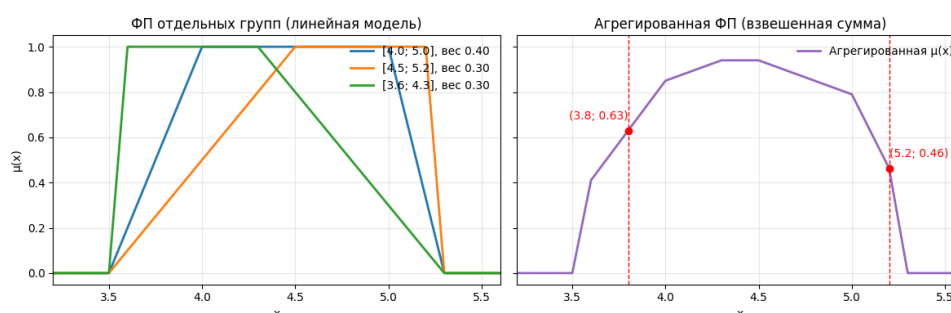


Рис. 11: Линейные экспертные и агрегированная ФП (первая модель)

Средние значения агрегированной функции в $2\sigma = 0.1$ –интервале точек равны 0.63 и ≈ 0.426 . Таким образом, получаем оценки: 0.63 для $D(P) = 3.8$ и 0.443 для $D(P) = 5.2$.

Вторая, сигмоидная модель

Аналогичным образом, ФП каждого из экспертов может быть представлена в виде частного случая μ_{gen} . Ниже представлены все функции принадлежности. Подобранные вручную параметры (левая и правая границы ядра нечёткого множества a и b , а также веса k_l и k_r левой и правой сигмoids) указаны на графиках.

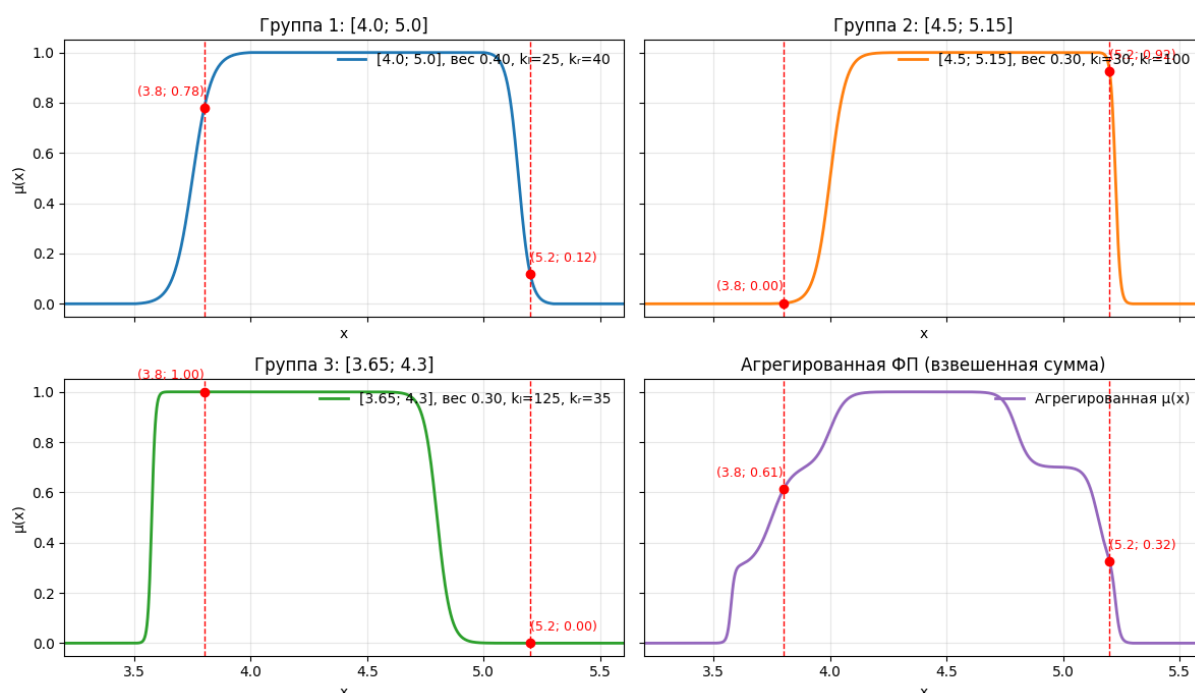


Рис. 12: Сигмоидные экспертные и агрегированная ФП (вторая модель)

В 0.1–окрестности точек 3.8 и 5.2 агрегированная функция принимает средние значения равны 0.6 и 0.29 соответственно. Поэтому вторые границы оценок равны 0.605 и 0.305 соответственно.

Таким образом, для различающихся мнений экспертов возможности продолжительностей $D(P) = 3.8$ и $D(P) = 0.52$ можно оценить интервалами:

$$I_1^2 = [0.605, 0.63] \text{ для } D(P) = 3.8;$$

$$I_2^2 = [0.32, 0.443] \text{ для } D(P) = 5.2.$$

Упорядочим оценённые интервалы вероятностей обеих задач следующим образом:

$$I_2^1 = \left[0.025, \frac{1}{3}\right] < I_2^2 = [0.32, 0.443] < I_1^1 = [0.5, 0.6] < I_1^2 = [0.605, 0.63]$$

Примечательно, что в качестве отношения порядка ($<$) можно положить как расположение отрезков на прямой ($I <_1 I'$, если любая точка I находится левее любой точки I'), так и обратную длину самого отрезка ($I <_2 I'$, если $|I| > |I'|$).

Это позволяет сделать наблюдение, что отрезки могут быть упорядочены не только по абсолютной величине оценённых возможностей, но и по степени уверенности в ответе.