

Копипаста с работ Эйлера

Кожарин Алексей

26 июля 2018 г.

§ 2 Пусть фиг. представляет собой положения Солнца S , Земли T и Луны L , и пусть Θ есть центр тяжести Земли и Луны. Делаем следующие обозначения:

Таблица 1: Обозначения

Масса	Солнца	...	S
»	Земли	...	T
»	Луны	...	L

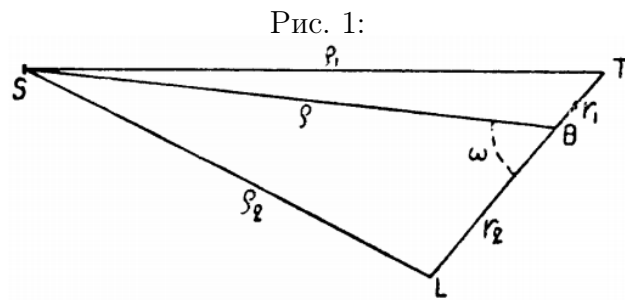
Расстояние:

$$S\Theta = \rho; \quad ST = \rho_1; \quad SL = \rho_2; \quad TL = r$$

тогда будет:

$$\begin{aligned} T\Theta &= r_1 = \frac{L}{T+L}r \\ L\Theta &= r_2 = \frac{T}{T+L}r \end{aligned} \quad (1)$$

Составим теперь выражения ускорений, которые эти тела сообщают друг другу.



Солнце S сообщает ускорения:

$$\begin{aligned} \text{Земле:} \quad & f \cdot \frac{S}{\rho_1^2} \quad \text{по направлению} \quad TS \\ \text{Луне:} \quad & f \cdot \frac{S}{\rho_2^2} \quad \gg \quad \gg \quad LS \end{aligned}$$

чего точка Θ имеет ускорения:

$$\frac{T}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_1^2} \text{ по направлению, параллельному } TS$$

$$\frac{T}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_2^2} \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad LS$$

Ускорения Солнца, происходящее от притяжения Земли и Луны, соответственно, суть:

$$f \cdot \frac{T}{\rho_1^2} \text{ по направлению } ST$$

$$f \cdot \frac{T}{\rho_2^2} \quad \gg \quad \gg \quad SL$$

поэтому ускорения точки Θ относительно точки S будет:

$$w_1 = f \cdot \frac{(S+T+L)}{T+L} \cdot \frac{T}{\rho_1^2} \text{ по направлению параллельно } TS$$

$$w_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \frac{L}{\rho_2^2} \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad LS$$

Разлагая эти ускорения, соответственно, по направлениям ΘS и ΘL , получим, как легко видеть из подобия показанных на фиг. и треугольников:

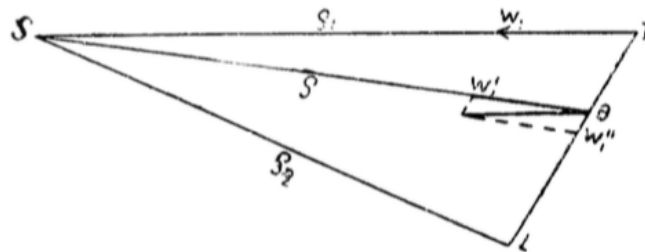
$$w'_1 = w_1 \cdot \frac{\rho}{\rho_1} \text{ по направлению } \Theta S$$

$$w''_1 = w_1 \cdot \frac{r_1}{\rho_1} \quad \gg \quad \gg \quad \Theta L$$

$$w'_2 = w_2 \cdot \frac{\rho}{\rho_2} \quad \gg \quad \gg \quad \Theta S$$

$$w''_2 = w_2 \cdot \frac{r_2}{\rho_2} \quad \gg \quad \gg \quad L\Theta$$

Рис. 2:



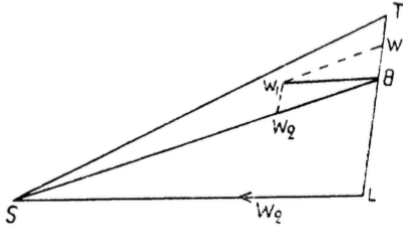
получим для ускорений точки Θ слагающие:

$$W_1 = w'_1 + w'_2 = f \cdot \frac{S + T + L}{T + L} \cdot \left[T \cdot \frac{\rho}{\rho_1^3} + L \cdot \frac{\rho}{\rho_2^3} \right] \quad \text{по } \Theta S$$

$$W_2 = w''_1 - w''_2 = f \cdot \frac{S + T + L}{T + L} \cdot \left[T \cdot \frac{r_1}{\rho_1^3} - L \cdot \frac{r_2}{\rho_2^3} \right] \quad \text{по } \Theta L$$

Заменяв r_1 и r_2 их выражениями (1), имеем:

Рис. 3:



$$W_1 = f \cdot \frac{S + T + L}{T + L} \cdot \rho \cdot \left[\frac{T}{\rho_1^3} + \frac{L}{\rho_2^3} \right] \quad \text{по направлению } \Theta S$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S + T + L}{(T + L)^2} \cdot T \cdot L \cdot r \left[\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{1}{\rho_2^3} \right] \quad \text{по направлению } \Theta L$$

Но

$$\rho_1^2 = \rho^2 + 2\rho \cdot \frac{L}{T + L} \cdot r \cos \omega + \left(\frac{L}{T + L} \cdot r \right)^2$$

$$\rho_2^2 = \rho^2 - 2\rho \cdot \frac{L}{T + L} \cdot r \cos \omega + \left(\frac{L}{T + L} \cdot r \right)^2$$

следовательно:

$$\frac{1}{\rho_1^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 + 3 \frac{L}{T + L} \cos \omega + \left(\frac{L}{T + L} r \right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 \omega \right) + \dots \right]$$

$$\frac{1}{\rho_2^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 + 3 \frac{T}{T + L} \cos \omega + \left(\frac{T}{T + L} r \right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 \omega \right) + \dots \right]$$

Подставляя эти выражения, имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S + T + L}{\rho^2} \left[1 + \frac{T \cdot L}{(T + L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 \omega \right) + \dots \right]$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S + T + L}{\rho^2} \left[-3 \cdot \frac{T \cdot L}{(T + L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \cos \omega + \dots \right]$$

Но отношения

$$\frac{L}{T + L} \approx \frac{1}{80}; \quad \frac{r}{\rho} \approx \frac{1}{400}; \quad \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 = \frac{1}{160000}$$

поэтому будет

$$\frac{T \cdot L}{(T + L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \approx \frac{1}{12800000}$$

и члены, содержащие этот множитель, могут быть отброшены, так что будет:

$$W_1 = f \cdot \frac{S + T + L}{\rho^2} \text{ по направлению } \Theta S$$

$$W_2 = 0 \text{ по направлению } \Theta L$$

Отсюда следует, что точка Θ движется вокруг Солнца по эллиптической орбите по законам Кеплера.

Рассмотрим теперь ускорение Луны по отношению к Земле, для чего к ускорениям, сообщаемым Луне Солнцем и Землею, надо присовокупить ускорение, равное и противоположное ускорению Земли, происходящему от действия Солнца и Луны. Поступив подобно предыдущему, получим:

$$f \cdot \frac{T + L}{r^2} + f \cdot S \left[\frac{r_2}{\rho_2^3} + \frac{r_1}{\rho_1^3} \right] \text{ по направлению } L\Theta$$

$$f \cdot S \cdot \rho \left[\frac{1}{\rho_2^3} - \frac{1}{\rho_1^3} \right] \text{ параллельно } \Theta S$$

положим:

$$T + L = \mu; \quad S = M$$

Список таблиц

1	Обозначения	1
---	-----------------------	---

Список иллюстраций

1	1
2	2
3	3