

Учреждения образования  
Белорусский Государственный университет информатики и радиоэлектроники

Кафедра теоретических основ электротехники

Типовой расчет по курсу: «Теория электрических цепей»

Тема: «Расчет электрической цепи постоянного тока»

Шифр студента № 362201-24

Проверил: Нехайчик Е.В.

Выполнил: Струнец А.П.

Ст. гр. 362201

Минск 2024

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

1. Начертить схему согласно заданному варианту 24. Схема представлена на рисунке 1

Номер ветви	Начало- Конец	Сопротивления, Ом	Источники	
			ЭДС, В	Тока, А
1	36	240	0	0
2	62	660	0	0
3	24	970	400	2
4	41	480	0	0
5	15	190	600	0
6	53	840	0	8
7	23	930	0	7
8	61	590	900	0

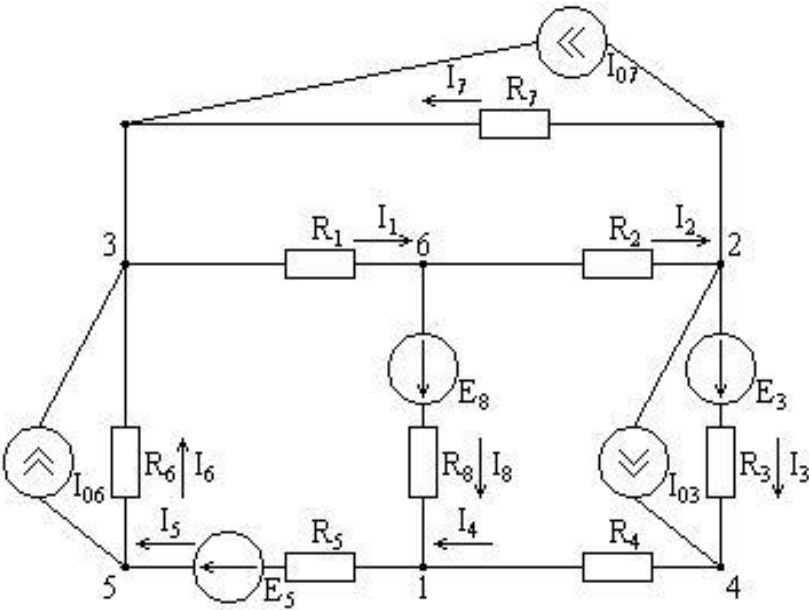


Рисунок 1

Расчет схемы заключается в определении токов во всех ветвях схемы, определении напряжения между узлами, указанными в задании, составлении баланса мощностей в цепи.

## 2. Преобразование схемы в двухконтурную.

Преобразуем источник тока в источник напряжения (рис. 2).

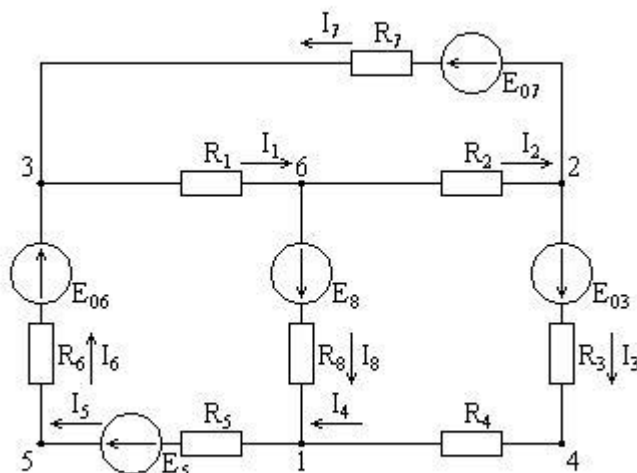


Рисунок 2

$$E_{06} = R_6 I_{06} = 840 \cdot 8 = 6720 \text{ (В)}$$

$$E_{07} = R_7 I_{07} = 930 \cdot 7 = 6510 \text{ (В)}$$

$$E_{03} = R_3 I_{03} + E_3 = 970 \cdot 2 + 400 = 2340 \text{ (В)}$$

Объединим последовательные резисторы и источники напряжения (рис. 3).

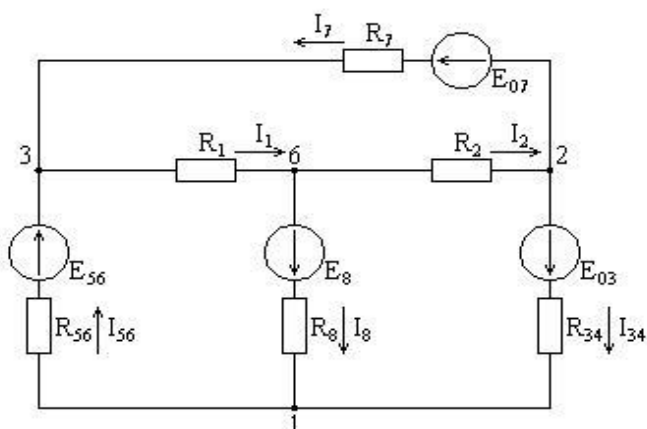


Рисунок 3

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 970 + 480 = 1450 \text{ (Ом)}$$

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 190 + 840 = 1030 \text{ (Ом)}$$

$$E_{56} = E_5 + E_{06} = 600 + 6720 = 7320 \text{ (В)}$$

Преобразуем источник напряжения в источник тока (рис. 4).

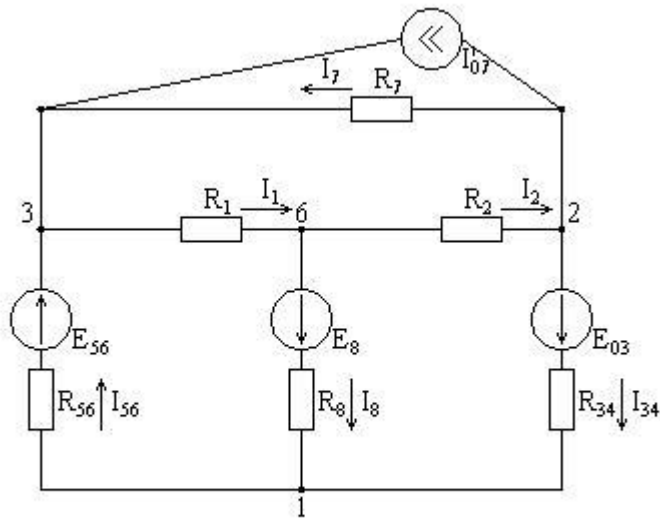


Рисунок 4

$$I'_{07} = \frac{E_{07}}{R_7} = \frac{6510}{930} = 7 \text{ (А)}$$

Преобразуем треугольник 3-6-2 в звезду (рис. 5).

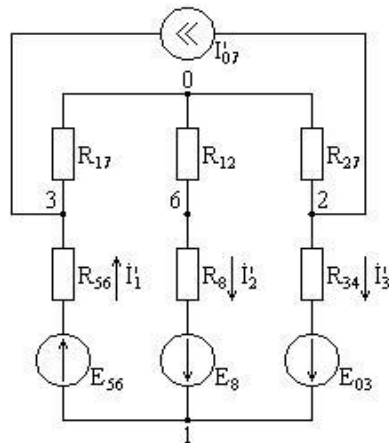


Рисунок 5

$$R_{17} = \frac{R_1 R_7}{R_1 + R_2 + R_7} = \frac{240 \cdot 930}{240 + 660 + 930} = 121.97 \text{ (Ом)}$$

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_7} = \frac{240 \cdot 660}{240 + 660 + 930} = 86.56 \text{ (Ом)}$$

$$R_{27} = \frac{R_2 R_7}{R_1 + R_2 + R_7} = \frac{660 \cdot 930}{240 + 660 + 930} = 335.41 \text{ (Ом)}$$

Преобразуем источник тока в источник напряжения (рис. 6)

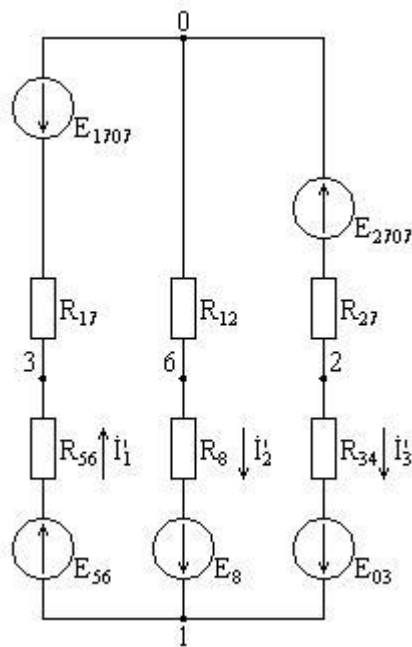


Рисунок 6

$$E_{1707} = R_{17} I'_{07} = 121.97 \cdot 7 = 853.77 \text{ (В)}$$

$$E_{2707} = R_{27} I'_{07} = 335.41 \cdot 7 = 2348 \text{ (В)}$$

В результате этих преобразований схема будет иметь следующий вид (рис.7):

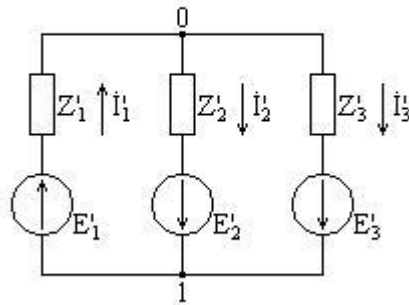


Рисунок 7

$$R'_1 = R_{17} + R_{56} = 121.97 + 1030 = 1152 \text{ (Ом)}$$

$$R'_2 = R_{12} + R_8 = 86.56 + 590 = 676.56 \text{ (Ом)}$$

$$R'_3 = R_{27} + R_{34} = 335.41 + 1450 = 1785 \text{ (Ом)}$$

$$E'_1 = -E_{1707} + E_{56} = -853.77 + 7320 = 6466 \text{ (В)}$$

$$E'_2 = E_8 = 900 \text{ (В)}$$

$$E'_3 = -E_{2707} + E_{03} = -2348 + 2340 = -7.869 \text{ (В)}$$

### 3. Расчет двухконтурной схемы.

Далее целесообразно использовать метод двух узлов. Для определения напряжения  $U_{01}$  необходимо :

Используя метод двух узлов найдем напряжение  $U_{01}$

Пусть  $\varphi_1 = 0 \text{ В}$ .

Тогда напряжение  $U_{01}$  будет направлено из точки с большим потенциалом, к точке с меньшим.

Составим узловое уравнение для узла 0

$$\varphi_0(g_1 + g_2 + g_3) - \varphi_1(g_1 + g_2 + g_3) = E'_1 g_1 - E'_2 g_2 - E'_3 g_3$$

$$g_1 = \frac{1}{R'_1} = \frac{1}{1152} = 0.0009 \text{ (См)}$$

$$g_2 = \frac{1}{R'_2} = \frac{1}{676.56} = 0.0015 \text{ (См)}$$

$$g_3 = \frac{1}{R'_3} = \frac{1}{1785} = 0.0006 \text{ (См)}$$

Определим напряжение  $U_{01}$  между узлами

$$U_{01} = \varphi_0 - \varphi_1$$

Так как  $\varphi_1 = 0$ , то

$$U_{01} = \frac{E'_1 g_1 - E'_2 g_2 - E'_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3} = \frac{6466 \cdot 0.0009 - 900 \cdot 0.0015 - (-7.869) \cdot 0.0006}{0.0009 + 0.0015 + 0.0006} = 1475 \text{ (В)}$$

#### 4. Нахождение токов в исходной схеме.

Определим токи на основании 2-го закона Кирхгофа

$$U_{01} = E'_1 - R'_1 I'_1$$

$$U_{01} = R'_2 I'_2 - E'_2$$

$$U_{01} = R'_3 I'_3 - E'_3$$

$$I'_1 = \frac{E'_1 - U_{01}}{R'_1} = \frac{6466 - 1475}{1152} = 4.333 \text{ (А)}$$

$$I'_2 = \frac{U_{01} + E'_2}{R'_2} = \frac{1475 + 900}{676.56} = 3.511 \text{ (А)}$$

$$I'_3 = \frac{U_{01} + E'_3}{R'_3} = \frac{1475 + -7.869}{1785} = 0.822 \text{ (А)}$$

$$I_5 = I'_1 = 4.333 \text{ (А)}$$

$$I_6 = I'_1 - I_{06} = 4.333 - 8 = -3.667 \text{ (А)}$$

$$I_8 = I'_2 = 3.511 \text{ (А)}$$

$$I_3 = I'_3 - I_{03} = 0.822 - 2 = -1.178 \text{ (А)}$$

$$I_4 = I'_3 = 0.822 \text{ (A)}$$

## 5. Нахождение напряжения между узлами 3, 6, 2.

Определим напряжение между узлами 3, 6, 2:

$$U_{36} = R_{17}I'_1 + E_{1707} + R_{12}I'_2 = 121.97 \cdot 4.333 + 853.77 + 86.56 \cdot 3.511 = 1686 \text{ (В)}$$

$$U_{62} = -R_{12}I'_2 + R_{27}I'_3 + E_{2707} = -86.56 \cdot 3.511 + 335.41 \cdot 0.822 + 2348 = 2320 \text{ (В)}$$

$$\begin{aligned} U_{23} &= -R_{27}I'_3 - E_{2707} - R_{17}I'_1 - E_{1707} \\ &= -335.41 \cdot 0.822 - 2348 - 121.97 \cdot 4.333 - 853.77 = -4006 \text{ (В)} \end{aligned}$$

Определим оставшиеся токи

$$I_1 = \frac{U_{36}}{R_1} = \frac{1686}{240} = 7.025 \text{ (A)}$$

$$I_2 = \frac{U_{62}}{R_2} = \frac{2320}{660} = 3.515 \text{ (A)}$$

$$I_7 = \frac{U_{23}}{R_7} = \frac{-4006}{930} = -4.307 \text{ (A)}$$

Найдем напряжение  $U_{56}$

$$U_{56} = R_6I_6 + R_1I_1 = 840 \cdot (-3.667) + 240 \cdot 7.025 = -1395 \text{ (В)}$$

## 6. Составление баланса мощностей.

Определим суммарную мощность всех источников энергии и суммарную мощность всех приёмников энергии

$$\begin{aligned} P_{\text{ист}} &= E_3I_3 - I_{03}(R_3I_3 - E_3) + E_5I_5 - I_{06}R_6I_6 - I_{07}R_7I_7 + E_8I_8 \\ &= 400 \cdot (-1.178) - 2 \cdot (970 \cdot (-1.178) - 400) + 600 \cdot 4.333 \\ &\quad - 8 \cdot 840 \cdot (-3.667) - 7 \cdot 930 \cdot (-4.307) + 900 \cdot 3.511 = 61059 \text{ (Вт)} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 P_{\text{пр}} &= R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 + R_7 I_7^2 + R_8 I_8^2 \\
 &= 240 \cdot 7.025^2 + 660 \cdot 3.515^2 + 970 \cdot (-1.178)^2 + 480 \cdot 0.822^2 \\
 &\quad + 190 \cdot 4.333^2 + 840 \cdot (-3.667)^2 + 930 \cdot (-4.307)^2 + 590 \cdot 3.511^2 \\
 &= 61059 \text{ (Вт)}
 \end{aligned}$$

## 7. Определение токов в ветвях исходной схемы методом законов Кирхгофа(рис. 8).

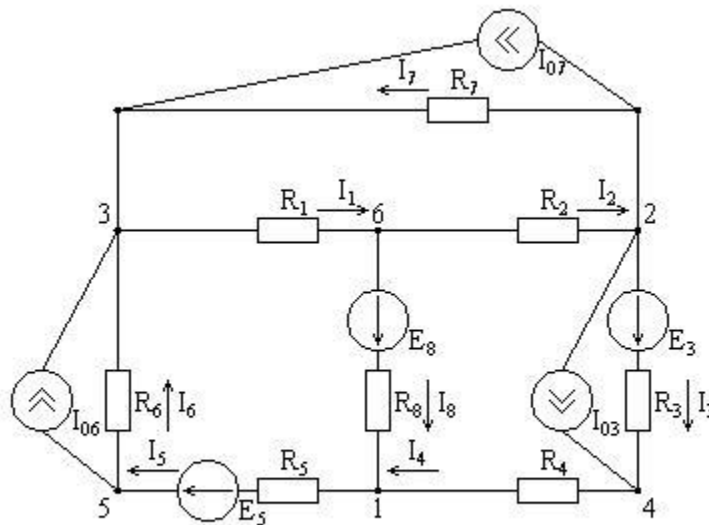


Рисунок 8

Составим систему уравнений по первому закону Кирхгофа:

$$\begin{cases}
 -I_1 + I_6 + I_7 = -I_{06} - I_{07} \\
 I_1 - I_2 - I_8 = 0 \\
 I_2 - I_3 - I_7 = I_{03} + I_{07} \\
 I_3 - I_4 = -I_{03} \\
 I_4 - I_5 + I_8 = 0
 \end{cases}$$

Составим систему уравнений по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{cases}
 R_1 I_1 + R_5 I_5 + R_6 I_6 + R_8 I_8 = E_5 + E_8 \\
 R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_4 - R_8 I_8 = E_3 - E_8 \\
 R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_7 I_7 = 0
 \end{cases}$$

Решим систему уравнений матричным методом:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ R_1 & 0 & 0 & 0 & R_5 & R_6 & 0 & R_8 \\ 0 & R_2 & R_3 & R_4 & 0 & 0 & 0 & -R_8 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_7 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 240 & 0 & 0 & 0 & 190 & 840 & 0 & 590 \\ 0 & 660 & 970 & 480 & 0 & 0 & 0 & -590 \\ 240 & 660 & 0 & 0 & 0 & 0 & 930 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -I_{06} - I_{07} \\ 0 \\ I_{03} + I_{07} \\ -I_{03} \\ 0 \\ E_5 + E_8 \\ E_3 - E_8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ 0 \\ 9 \\ -2 \\ 0 \\ 1500 \\ -500 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I = A^{-1}B$$

$$I^T = (7.025 \quad 3.515 \quad -1.178 \quad 0.822 \quad 4.333 \quad -3.667 \quad -4.307 \quad 3.511)$$

Определим все токи цепи

$$I_1 = 7.025 \text{ (A)}$$

$$I_2 = 3.515 \text{ (A)}$$

$$I_3 = -1.178 \text{ (A)}$$

$$I_4 = 0.822 \text{ (A)}$$

$$I_5 = 4.333 \text{ (A)}$$

$$I_6 = -3.667 \text{ (A)}$$

$$I_7 = -4.307 \text{ (A)}$$

$$I_8 = 3.511 \text{ (A)}$$

**8. Определение токов в ветвях исходной схемы методом контурных токов (рис. 9).**

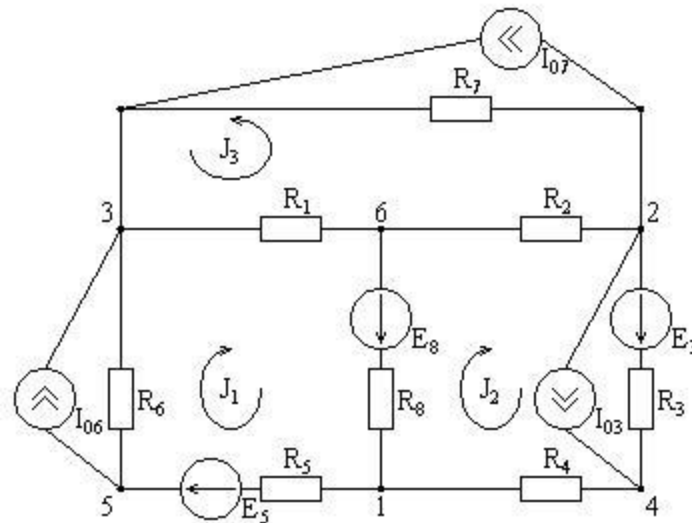


Рисунок 9

Составим систему из трёх уравнений чтобы найти контурные токи

$$\begin{cases} (R_1 + R_5 + R_6 + R_8)J_1 - R_8J_2 + R_1J_3 - R_6I_{06} = E_5 + E_8 \\ -R_8J_1 + (R_2 + R_3 + R_4 + R_8)J_2 + R_2J_3 - R_3I_{03} = E_3 - E_8 \\ R_1J_1 + R_2J_2 + (R_1 + R_2 + R_7)J_3 - R_7I_{07} = 0 \end{cases}$$

Решим систему уравнений матричным методом

$$A = \begin{pmatrix} R_1 + R_5 + R_6 + R_8 & -R_8 & R_1 \\ -R_8 & R_2 + R_3 + R_4 + R_8 & R_2 \\ R_1 & R_2 & R_1 + R_2 + R_7 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1860 & -590 & 240 \\ -590 & 2700 & 660 \\ 240 & 660 & 1830 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} E_5 + E_8 + R_6I_{06} \\ E_3 - E_8 + R_3I_{03} \\ 0 + R_7I_{07} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8220 \\ 1440 \\ 6510 \end{pmatrix}$$

$$J = A^{-1}B$$

$$J^T = (4.333 \quad 0.822 \quad 2.693)$$

Определим все токи цепи

$$I_1 = J_1 + J_3 = 4.333 + 2.693 = 7.025 \text{ (A)}$$

$$I_2 = J_2 + J_3 = 0.822 + 2.693 = 3.515 \text{ (A)}$$

$$I_3 = J_2 - I_{03} = 0.822 - 2 = -1.178 \text{ (A)}$$

$$I_4 = J_2 = 0.822 \text{ (A)}$$

$$I_5 = J_1 = 4.333 \text{ (A)}$$

$$I_6 = J_1 - I_{06} = 4.333 - 8 = -3.667 \text{ (A)}$$

$$I_7 = J_3 - I_{07} = 2.693 - 7 = -4.307 \text{ (A)}$$

$$I_8 = J_1 - J_2 = 4.333 - 0.822 = 3.511 \text{ (A)}$$

## 9. Определение токов в ветвях исходной схемы методом узловых напряжений.

Обнулим потенциал узла 1

Определим проводимость узлов и взаимную проводимость

$$g_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{660} + \frac{1}{970} + \frac{1}{930} = 0.004 \text{ (Cм)}$$

$$g_{23} = g_{32} = \frac{1}{R_7} = \frac{1}{930} = 0.0011 \text{ (Cм)}$$

$$g_{24} = g_{42} = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{970} = 0.001 \text{ (Cм)}$$

$$g_{25} = g_{52} = 0 \text{ (Cм)}$$

$$g_{26} = g_{62} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{660} = 0.0015 \text{ (Cм)}$$

$$g_{33} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{240} + \frac{1}{840} + \frac{1}{930} = 0.006 \text{ (Cм)}$$

$$g_{34} = g_{43} = 0 \text{ (Cм)}$$

$$g_{35} = g_{53} = \frac{1}{R_6} = \frac{1}{840} = 0.0012 \text{ (Cм)}$$

$$g_{36} = g_{63} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{240} = 0.004 \text{ (Cм)}$$

$$g_{44} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{970} + \frac{1}{480} = 0.003 \text{ (См)}$$

$$g_{45} = g_{54} = 0 \text{ (См)}$$

$$g_{46} = g_{64} = 0 \text{ (См)}$$

$$g_{55} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{190} + \frac{1}{840} = 0.006 \text{ (См)}$$

$$g_{56} = g_{65} = 0 \text{ (См)}$$

$$g_{66} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_8} = \frac{1}{240} + \frac{1}{660} + \frac{1}{590} = 0.007 \text{ (См)}$$

Определим токи узлов

$$I_{02y} = -\frac{E_3}{R_3} - I_{03} - I_{07} = -\frac{400}{970} - 2 - 7 = -9.412 \text{ (А)}$$

$$I_{03y} = I_{06} + I_{07} = 8 + 7 = 15 \text{ (А)}$$

$$I_{04y} = \frac{E_3}{R_3} + I_{03} = \frac{400}{970} + 2 = 2.412 \text{ (А)}$$

$$I_{05y} = \frac{E_5}{R_5} - I_{06} = \frac{600}{190} - 8 = -4.842 \text{ (А)}$$

$$I_{06y} = -\frac{E_8}{R_8} = -\frac{900}{590} = -1.525 \text{ (А)}$$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} I_{02y} = \varphi_2 g_{22} - \varphi_3 g_{23} - \varphi_4 g_{24} - \varphi_5 g_{25} - \varphi_6 g_{26} \\ I_{03y} = -\varphi_2 g_{32} + \varphi_3 g_{33} - \varphi_4 g_{34} - \varphi_5 g_{35} - \varphi_6 g_{36} \\ I_{04y} = -\varphi_2 g_{42} - \varphi_3 g_{43} + \varphi_4 g_{44} - \varphi_5 g_{45} - \varphi_6 g_{46} \\ I_{05y} = -\varphi_2 g_{52} - \varphi_3 g_{53} - \varphi_4 g_{54} + \varphi_5 g_{55} - \varphi_6 g_{56} \\ I_{06y} = -\varphi_2 g_{62} - \varphi_3 g_{63} - \varphi_4 g_{64} - \varphi_5 g_{65} + \varphi_6 g_{66} \end{cases}$$

Решим систему уравнений матричным методом

$$A = \begin{pmatrix} g_{22} & -g_{23} & -g_{24} & -g_{25} & -g_{26} \\ -g_{32} & g_{33} & -g_{34} & -g_{35} & -g_{36} \\ -g_{42} & -g_{43} & g_{44} & -g_{45} & -g_{46} \\ -g_{52} & -g_{53} & -g_{54} & g_{55} & -g_{56} \\ -g_{62} & -g_{63} & -g_{64} & -g_{65} & g_{66} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0.004 & -0.0011 & -0.001 & 0 & -0.0015 \\ -0.0011 & 0.006 & 0 & -0.0012 & -0.004 \\ -0.001 & 0 & 0.003 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0012 & 0 & 0.006 & 0 \\ -0.0015 & -0.004 & 0 & 0 & 0.007 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} I_{02y} \\ I_{03y} \\ I_{04y} \\ I_{05y} \\ I_{06y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.412 \\ 15 \\ 2.412 \\ -4.842 \\ -1.525 \end{pmatrix}$$

$$\varphi = A^{-1}B$$

$$\varphi^T = (-1148 \quad 2857 \quad 394.49 \quad -223.19 \quad 1171)$$

По закону Ома вычислим токи

$$I_1 = \frac{\varphi_3 - \varphi_6}{R_1} = \frac{2857 - 1171}{240} = 7.025 \text{ (A)}$$

$$I_2 = \frac{\varphi_6 - \varphi_2}{R_2} = \frac{1171 - (-1148)}{660} = 3.515 \text{ (A)}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_4 + E_3}{R_3} = \frac{-1148 - 394.49 + 400}{970} = -1.178 \text{ (A)}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1}{R_4} = \frac{394.49 - 0}{480} = 0.822 \text{ (A)}$$

$$I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_5 + E_5}{R_5} = \frac{0 - (-223.19) + 600}{190} = 4.333 \text{ (A)}$$

$$I_6 = \frac{\varphi_5 - \varphi_3}{R_6} = \frac{-223.19 - 2857}{840} = -3.667 \text{ (A)}$$

$$I_7 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_7} = \frac{-1148 - 2857}{930} = -4.307 \text{ (A)}$$

$$I_8 = \frac{\varphi_6 - \varphi_1 + E_8}{R_8} = \frac{1171 - 0 + 900}{590} = 3.511 \text{ (A)}$$

**10. Определение тока в ветви с сопротивлением методом эквивалентного генератора напряжения (рис. 10).**

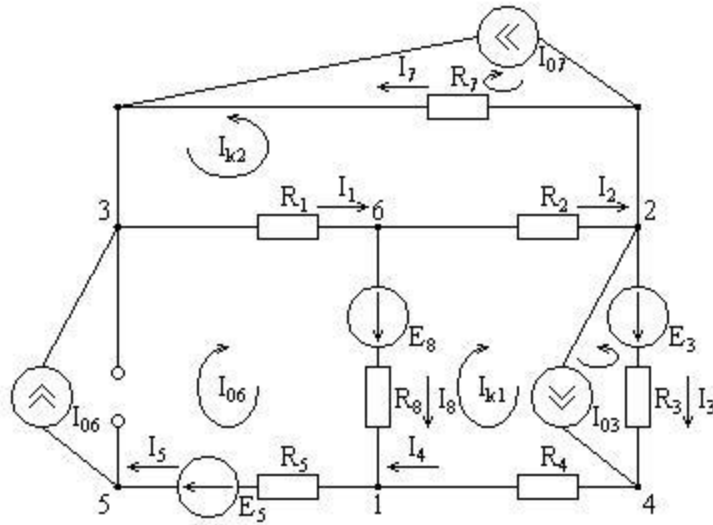


Рисунок 10

$$\begin{cases} (R_2 + R_3 + R_4 + R_8)I_{k1} + R_2I_{k2} - I_{03}R_3 - I_{06}R_8 = E_3 - E_8 \\ R_2I_{k1} + (R_1 + R_2 + R_7)I_{k2} - I_{07}R_7 + I_{06}R_1 = 0 \end{cases}$$

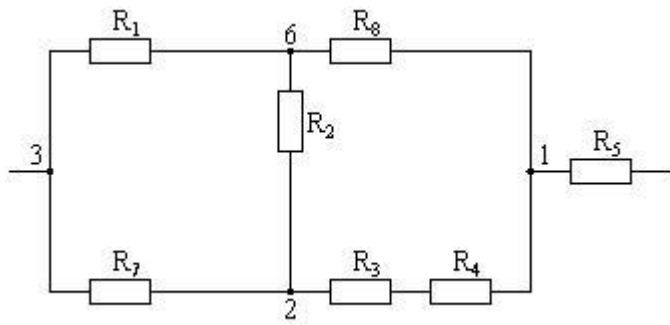
$$\begin{cases} 2700I_{k1} + 660I_{k2} = 6160 \\ 660I_{k1} + 1830I_{k2} = 4590 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{k1} = 1.83 \text{ (A)} \\ I_{k2} = 1.848 \text{ (A)} \end{cases}$$

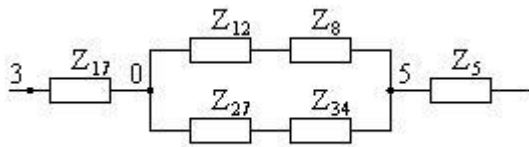
Определим значение напряжения холостого хода:

$$\begin{aligned} U_{53xx} &= -R_1(I_{k2} + I_{06}) + R_8(I_{k1} - I_{06}) + R_5(-I_{06}) + E_5 + E_8 \\ &= -240 \cdot (1.848 + 8) + 590 \cdot (1.83 - 8) + 190 \cdot (-8) + 600 + 900 \\ &= -6024 \text{ (В)} \end{aligned}$$

Закоротив источники ЭДС, находим эквивалентное сопротивление схемы относительно зажимов 5 - 3



Преобразуем треугольник 3-6-2 в звезду



$$R_{27} = \frac{R_2 R_7}{R_1 + R_2 + R_7} = \frac{660 \cdot 930}{240 + 660 + 930} = 335.41 \text{ (Ом)}$$

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_7} = \frac{240 \cdot 660}{240 + 660 + 930} = 86.56 \text{ (Ом)}$$

$$R_{17} = \frac{R_1 R_7}{R_1 + R_2 + R_7} = \frac{240 \cdot 930}{240 + 660 + 930} = 121.97 \text{ (Ом)}$$

$$\begin{aligned} R_r &= R_{17} + R_5 + \frac{(R_{12} + R_8)(R_{27} + R_3 + R_4)}{R_{12} + R_8 + R_{27} + R_3 + R_4} \\ &= 121.97 + 190 + \frac{(86.56 + 590) \cdot (335.41 + 970 + 480)}{86.56 + 590 + 335.41 + 970 + 480} = 802.6 \text{ (Ом)} \end{aligned}$$

$$i_6 = \frac{U_{53xx}}{R_r + R_6} = \frac{-6024}{802.6 + 840} = -3.667 \text{ (А)}$$



11.Построение потенциальной диаграммы.

$\varphi_3 = 0 \text{ (В)}$

$\varphi_6 = \varphi_3 - R_1 I_1 = 0 - 240 \cdot 7.025 = -1686 \text{ (В)}$

$\varphi_{61} = \varphi_6 - R_8 I_8 = -1686 - 590 \cdot 3.511 = -3757 \text{ (В)}$

$\varphi_1 = \varphi_{61} + E_8 = -3757 + 900 = -2857 \text{ (В)}$

$\varphi_{15} = \varphi_1 - R_5 I_5 = -2857 - 190 \cdot 4.333 = -3681 \text{ (В)}$

$\varphi_5 = \varphi_{15} + E_5 = -3681 + 600 = -3081 \text{ (В)}$

$\varphi_3 = \varphi_5 - R_6 I_6 = -3081 - 840 \cdot (-3.667) = 0 \text{ (В)}$

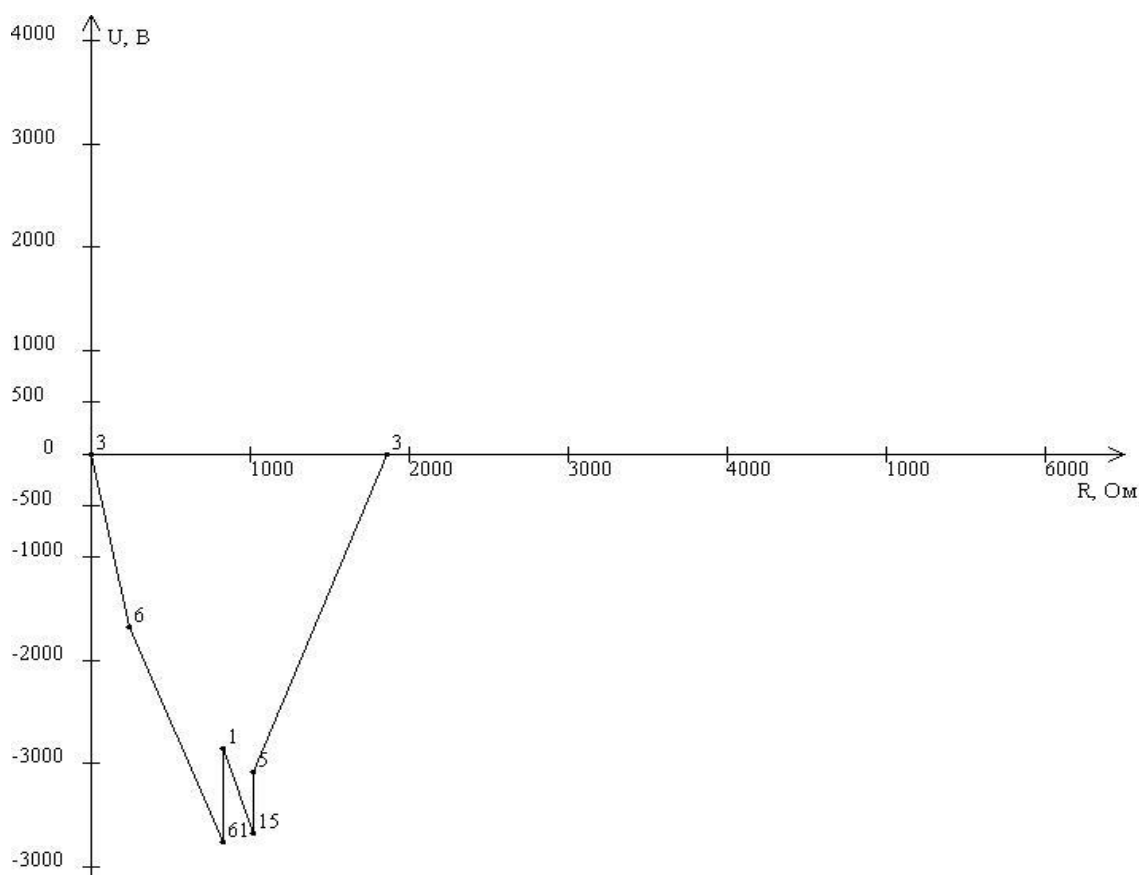


Таблица ответов:

I <sub>1</sub> , А	I <sub>2</sub> , А	I <sub>3</sub> , А	I <sub>4</sub> , А	I <sub>5</sub> , А	I <sub>6</sub> , А	I <sub>7</sub> , А	I <sub>8</sub> , А	U <sub>56</sub> , В	U <sub>53xx</sub> , В	R <sub>Г</sub> , Ом	Р <sub>ист</sub> , Р <sub>ист</sub> Вт
7.025	3.515	-1.178	0.822	4.333	-3.667	-4.307	3.511	-1395	-6024	802.6	61059

Учреждения образования

Белорусский Государственный университет информатики и радиоэлектроники

Кафедра теоретических основ электротехники

Типовой расчет по курсу: «Теория электрических цепей»

Тема: «Расчет сложной цепи периодического синусоидального тока»

Шифр студента № 362201-24

Проверил: Нехайчик Е.В.

Выполнил: Струнец А.П.

Ст. гр. 362201

Минск 2024

1.Расшифровка задания

Номер ветви	Начало конец	Сопротивления			Источник ЭДС	
		$R$	$X_L$	$X_C$	Мод.	Арг.
1	25	11	0	0	0	0
2	53	71	0	33	0	0
3	36	0	45	92	0	0
4	64	0	46	0	0	0
5	41	0	46	0	0	0
6	12	95	0	52	53	253
7	54	0	18	0	0	0
8	32	51	0	24	0	0

Найти токи по методу эквивалентных преобразований. Составить баланс мощностей. Построить векторную диаграмму токов и напряжений. Найти ток в ветви 4 МЭГН.

На рисунке 1 изображена исходная схема.

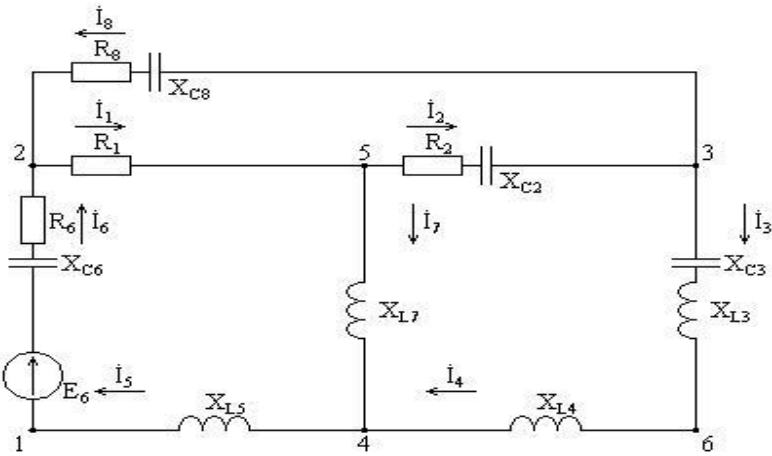


Рисунок 1

## 2. Расчет токов в ветвях исходной цепи

Находим комплексные сопротивления каждой из ветвей:

$$Z_1 = R_1 = 11 \text{ (Ом)}$$

$$Z_2 = R_2 - jX_{C2} = 71 - j33 = 71 - j33 \text{ (Ом)}$$

$$Z_3 = jX_{L3} - jX_{C3} = j45 - j92 = -j47 \text{ (Ом)}$$

$$Z_4 = jX_{L4} = j46 \text{ (Ом)}$$

$$Z_5 = jX_{L5} = j46 \text{ (Ом)}$$

$$Z_6 = R_6 - jX_{C6} = 95 - j52 = 95 - j52 \text{ (Ом)}$$

$$Z_7 = jX_{L7} = j18 \text{ (Ом)}$$

$$Z_8 = R_8 - jX_{C8} = 51 - j24 = 51 - j24 \text{ (Ом)}$$

Находим сопротивление последовательно соединенных элементов ветвей 3 и 4, 5 и 6 получаем схему на рисунке 2:

$$Z_{34} = Z_3 + Z_4 = -j47 + j46 = -j1 \text{ (Ом)}$$

$$Z_{56} = Z_5 + Z_6 = j46 + 95 - j52 = 95 - j6 \text{ (Ом)}$$

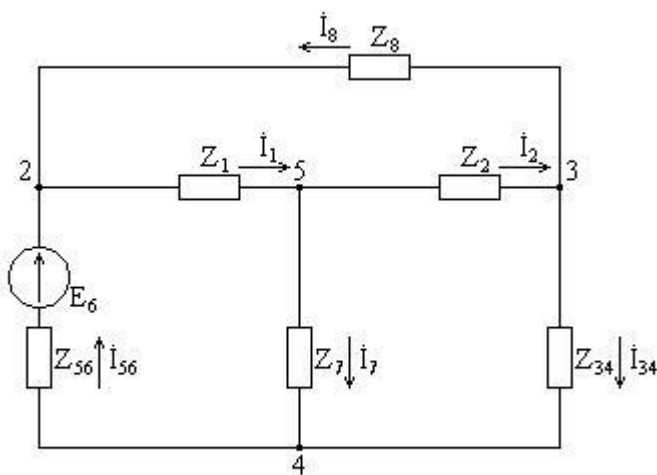


Рисунок 2

Преобразуем треугольник сопротивлений 5-3-4 в звезду в схеме на рисунке 3:

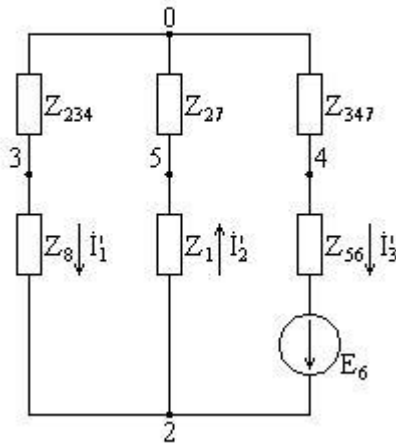


Рисунок 3

Рассчитываем сопротивления  $Z_{234}$ ,  $Z_{27}$ ,  $Z_{347}$ :

$$Z_{234} = \frac{Z_2 Z_{34}}{Z_2 + Z_{34} + Z_7} = \frac{(71 - j33) \cdot (-j1)}{71 - j33 + -j1 + j18} = -0.228 - j1.051 \text{ (Ом)}$$

$$Z_{27} = \frac{Z_2 Z_7}{Z_2 + Z_{34} + Z_7} = \frac{(71 - j33) \cdot j18}{71 - j33 + -j1 + j18} = 4.102 + j18.92 \text{ (Ом)}$$

$$Z_{347} = \frac{Z_{34} Z_7}{Z_2 + Z_{34} + Z_7} = \frac{(-j1) \cdot j18}{71 - j33 + -j1 + j18} = 0.241 + j0.054 \text{ (Ом)}$$

Объединяем последовательные сопротивления в схеме на рисунке 4 и рассчитываем полученные сопротивления:

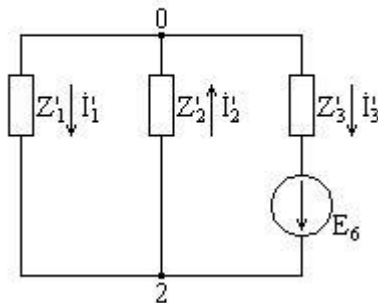


Рисунок 4

$$Z'_1 = Z_{234} + Z_8 = -0.228 - j1.051 + 51 - j24 = 50.77 - j25.05 \text{ (Ом)}$$

$$Z'_2 = Z_{27} + Z_1 = 4.102 + j18.92 + 11 = 15.1 + j18.92 \text{ (Ом)}$$

$$Z'_3 = Z_{347} + Z_{56} = 0.241 + j0.054 + 95 - j6 = 95.24 - j5.946 \text{ (Ом)}$$

Находим общее сопротивление цепи в схеме на рисунке 4.

$$\begin{aligned} Z_{\text{общ}} &= Z'_3 + \frac{Z'_1 Z'_2}{Z'_1 + Z'_2} = 95.24 - j5.946 + \frac{(50.77 - j25.05) \cdot (15.1 + j18.92)}{50.77 - j25.05 + 15.1 + j18.92} \\ &= 113.1 + j4.558 \text{ (Ом)} \end{aligned}$$

Определяем токи в схеме на рисунке 4:

$$\dot{I}'_3 = \frac{E_6}{Z_{\text{общ}}} = \frac{-15.5 - j50.68}{113.1 + j4.558} = -0.155 - j0.442 \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_5 = \dot{I}_6 = \dot{I}'_3 = -0.155 - j0.442 = 0.468e^{-j109.31^\circ} \text{ (A)}$$

$$\begin{aligned} U_{02} &= Z'_3 \dot{I}'_3 - E_6 = (95.24 - j5.946) \cdot (-0.155 - j0.442) - (-15.5 - j50.68) \\ &= -1.877 + j9.518 \text{ (В)} \end{aligned}$$

$$\dot{I}'_1 = \frac{U_{02}}{Z'_1} = \frac{-1.877 + j9.518}{50.77 - j25.05} = -0.104 + j0.136 \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_8 = \dot{I}'_1 = -0.104 + j0.136 = 0.171e^{j127.42^\circ} \text{ (A)}$$

$$\dot{I}'_2 = \frac{-U_{02}}{Z'_2} = \frac{-(-1.877 + j9.518)}{15.1 + j18.92} = -0.259 - j0.306 \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}'_2 = -0.259 - j0.306 = 0.401e^{-j130.26^\circ} \text{ (A)}$$

Определяем напряжение между узлами 5,3,4 и находим оставшиеся токи:

$$\begin{aligned} U_{53} &= Z_{27} \dot{I}'_2 + Z_{234} \dot{I}'_1 \\ &= (4.102 + j18.92) \cdot (-0.259 - j0.306) + (-0.228 - j1.051) \cdot (-0.104 + j0.136) = 4.892 - j6.076 \text{ (В)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{54} &= Z_{27} \dot{I}'_2 + Z_{347} \dot{I}'_3 \\ &= (4.102 + j18.92) \cdot (-0.259 - j0.306) + (0.241 + j0.054) \cdot (-0.155 - j0.442) = 4.712 - j6.269 \text{ (В)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{34} &= -Z_{234} \dot{I}'_1 + Z_{347} \dot{I}'_3 \\ &= -(-0.228 - j1.051) \cdot (-0.104 + j0.136) + (0.241 + j0.054) \cdot (-0.155 - j0.442) = -0.18 - j0.193 \text{ (В)} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{U_{53}}{Z_2} = \frac{4.892 - j6.076}{71 - j33} = 0.089 - j0.044 \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_{34} = \frac{U_{34}}{Z_{34}} = \frac{-0.18 - j0.193}{-j1} = 0.193 - j0.18 \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_4 = \dot{I}_{34} = 0.193 - j0.18 = 0.264e^{-j42.95^\circ} \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_7 = \frac{U_{54}}{Z_7} = \frac{4.712 - j6.269}{j18} = -0.348 - j0.262 \text{ (A)}$$

По найденным комплексам действующих значений токов записываем их мгновенные значения:

$$i_1 = \sqrt{2} \cdot 0.401 \sin(\omega t - 130.26^\circ)$$

$$i_2 = \sqrt{2} \cdot 0.1 \sin(\omega t - 26.23^\circ)$$

$$i_3 = \sqrt{2} \cdot 0.264 \sin(\omega t - 42.95^\circ)$$

$$i_4 = \sqrt{2} \cdot 0.264 \sin(\omega t - 42.95^\circ)$$

$$i_5 = \sqrt{2} \cdot 0.468 \sin(\omega t - 109.31^\circ)$$

$$i_6 = \sqrt{2} \cdot 0.468 \sin(\omega t - 109.31^\circ)$$

$$i_7 = \sqrt{2} \cdot 0.436 \sin(\omega t - 143.07^\circ)$$

$$i_8 = \sqrt{2} \cdot 0.171 \sin(\omega t + 127.42^\circ)$$

### 3. Составление баланса мощностей

Определяем комплексную мощность, отдаваемую в схему источником ЭДС:

$$\tilde{S}_{\text{ист}} = E_6 \dot{I}_6^* = (-15.5 - j50.68) \cdot (-0.155 + j0.442) = 24.8 + j0.999 \text{ (Вт)}$$

Активная и реактивная мощности источника равны соответственно:

$$P_{\text{ист}} = 24.8 \text{ (Вт)}$$

$$Q_{\text{ист}} = 0.999 \text{ (ВАр)}$$

Активная мощность, рассеиваемая на активных сопротивлениях:

$$\begin{aligned} P_{\text{ист}} &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_6^2 R_6 + I_8^2 R_8 \\ &= 0.401^2 \cdot 11 + 0.1^2 \cdot 71 + 0.468^2 \cdot 95 + 0.171^2 \cdot 51 = 24.8 \text{ (Вт)} \end{aligned}$$

Определяем реактивную мощность нагрузки:

$$\begin{aligned} Q_{\text{ист}} &= I_2^2 (-X_{C2}) + I_3^2 (X_{L3} - X_{C3}) + I_4^2 X_{L4} + I_5^2 X_{L5} + I_6^2 (-X_{C6}) + I_7^2 X_{L7} \\ &\quad + I_8^2 (-X_{C8}) \\ &= 0.1^2 \cdot (-33) + 0.264^2 \cdot (45 - 92) + 0.264^2 \cdot 46 + 0.468^2 \cdot 46 \\ &\quad + 0.468^2 \cdot (-52) + 0.436^2 \cdot 18 + 0.171^2 \cdot (-24) = 0.999 \text{ (вар)} \end{aligned}$$

Таким образом, активные и реактивные мощности источника ЭДС и сопротивлений оказываются равны.

#### 4. Определяем токи в ветвях методом узловых напряжений:

Определение токов выполнялось в программе Mathcad. Решение представлено на рисунке 5.

$$\begin{array}{l}
 A := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -15.496 - 50.684i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 11 \\ 71 - 33i \\ -47i \\ 46i \\ 46i \\ 95 - 52i \\ -18i \\ 51 - 24i \end{pmatrix} \\
 \hline
 \underline{RD} := \text{diag}(R) \quad \underline{G} := \frac{1}{RD} \quad \underline{F} := (A \cdot \underline{G} \cdot A^T)^{-1} \cdot (-A \cdot \underline{G} \cdot E) \\
 \underline{F} = \begin{pmatrix} -22.19 + 16.755i \\ -25.039 + 13.391i \\ -20.147 + 7.315i \\ -28.613 - 1.779i \\ -20.327 + 7.122i \end{pmatrix} \quad \underline{U} := A^T \underline{F} \quad \underline{U} = \begin{pmatrix} -2.848 - 3.364i \\ 4.892 - 6.076i \\ -8.466 - 9.094i \\ 8.286 + 8.9i \\ 20.327 - 7.122i \\ -22.19 + 16.755i \\ 4.712 - 6.269i \\ -2.044 + 9.44i \end{pmatrix} \quad \underline{IR} := \underline{G} \cdot (\underline{U} + E) \quad \underline{IR} = \begin{pmatrix} -0.259 - 0.306i \\ 0.089 - 0.044i \\ 0.193 - 0.18i \\ 0.193 - 0.18i \\ -0.155 - 0.442i \\ -0.155 - 0.442i \\ -0.348 - 0.262i \\ -0.104 + 0.136i \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Рисунок 5

$A$  – узловая матрица;

$RD = \text{diag}(R)$  – формирование диагональной матрицы  $RD$  из матрицы  $R$ ;

$G$  – диагональная матрица  $G$  из матрицы  $RD$ ;

$F$  – определение потенциалов всех узлов по отношению к базисному узлу;

$U$  – определение напряжения на всех ветвях цепи;

$IR$  – определение токов в сопротивлениях ветвей.



## 5. Определение тока в 2 ветви МЭГН

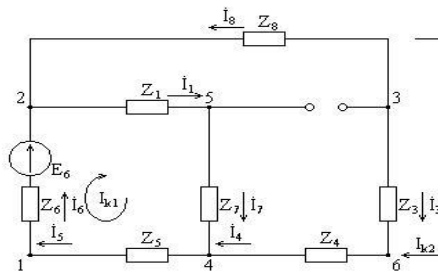


Рисунок 6 - схема для расчета МЭГН

Методом контурных токов определяем токи в ветвях схемы:

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_5 + Z_6 + Z_7)I_{k1} + (Z_5 + Z_6)I_{k2} = E_6 \\ (Z_5 + Z_6)I_{k1} + (Z_3 + Z_4 + Z_5 + Z_6 + Z_8)I_{k2} = E_6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (106 + j12)I_{k1} + (95 - j6)I_{k2} = (-15.5 - j50.68) \\ (95 - j6)I_{k1} + (146 - j31)I_{k2} = (-15.5 - j50.68) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{k1} = -0.281 - j0.337 \text{ (A)} \\ I_{k2} = 0.115 - j0.115 \text{ (A)} \end{cases}$$

Определим значение напряжения холостого хода:

$$\begin{aligned} U_{53xx} &= -I_{k2}(Z_3 + Z_4) + I_{k1}Z_7 \\ &= -(0.115 - j0.115) \cdot (-j47 + j46) + (-0.281 - j0.337) \cdot j18 \\ &= 6.172 - j4.936 \text{ (В)} \end{aligned}$$

Закоротив источники ЭДС, находим эквивалентное сопротивление схемы относительно зажимов 5 - 3. Преобразуем схему для расчетов на рисунках 7 и 8:

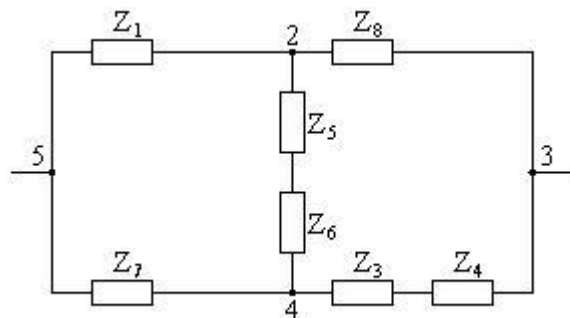


Рисунок 7

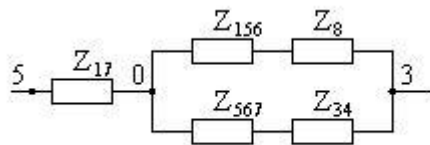


Рисунок 8

$$Z_{17} = \frac{Z_1 Z_7}{Z_1 + Z_5 + Z_6 + Z_7} = \frac{11 \cdot j18}{11 + j46 + 95 - j52 + j18} = 0.209 + j1.844 \text{ (Ом)}$$

$$Z_{156} = \frac{Z_1(Z_5 + Z_6)}{Z_1 + Z_5 + Z_6 + Z_7} = \frac{11 \cdot (j46 + 95 - j52)}{11 + j46 + 95 - j52 + j18} = 9.664 - j1.717 \text{ (Ом)}$$

$$Z_{567} = \frac{(Z_5 + Z_6)Z_7}{Z_1 + Z_5 + Z_6 + Z_7} = \frac{(j46 + 95 - j52) \cdot j18}{11 + j46 + 95 - j52 + j18} = 2.809 + j15.81 \text{ (Ом)}$$

$$\begin{aligned} Z_r &= Z_{17} + \frac{(Z_{156} + Z_8)(Z_{567} + Z_3 + Z_4)}{Z_{156} + Z_8 + Z_{567} + Z_3 + Z_4} \\ &= 0.209 + j1.844 \\ &+ \frac{(9.664 - j1.717 + 51 - j24) \cdot (2.809 + j15.81 + -j47 + j46)}{9.664 - j1.717 + 51 - j24 + 2.809 + j15.81 + -j47 + j46} \\ &= 6.474 + j15.94 \text{ (Ом)} \end{aligned}$$

Определяем ток в 2 ветви:

$$\dot{I}_2 = \frac{U_{53xx}}{Z_r + Z_2} = \frac{6.172 - j4.936}{6.474 + j15.94 + 71 - j33} = 0.089 - j0.044 \text{ (А)}$$

Таблица ответов

	Алгебраическая форма		Показательная форма	
	Re	Im	модуль	φ, град
$I_1$	-0,259	-0,306	0,401	-130.26
$I_2$	0,089	-0.044	0,1	-26.23
$I_3$	0,193	-0,18	0,264	-42.95
$I_4$	0,193	-0,18	0,264	-42.95
$I_5$	-0,155	-0,442	0,468	-109,31
$I_6$	-0,155	-0,442	0,468	-109,31
$I_7$	-0,348	-0,262	0,436	-143,07
$I_8$	-0,104	0,136	0,171	127,42
Мощность $S_{ист}$	24,8	0,999	24,82	2,31
Мощность $S_{потр}$	24,8	0,999	24,82	2,31
$U_{53xx}$	6,172	-4,936	7,904	-38,65
$Z_{ген}$	6,474	15,94	17,21	67,9