> $restart;$

> $eqn1 := \mathrm{HankelH2}(0, \xi_0) \cdot c_2 = u_0 + c_4$

$$eqn1 := \mathrm{HankelH2}(0, \xi_0)\ c_2 = u_0 + c_4 \qquad \textbf{(1)}$$

> $eqn2 := k_z \cdot \mathrm{HankelH2}(1, \xi_0) \cdot c_2 = \mathrm{i} \cdot k_z \cdot u_0 - \mathrm{i} \cdot k_z \cdot c_4$

$$eqn2 := k_z\, \mathrm{HankelH2}(1, \xi_0)\ c_2 = \mathrm{I}\, k_z\, u_0 - \mathrm{I}\, k_z\, c_4 \qquad \textbf{(2)}$$

> $solns := solve(\{eqn1, eqn2\}, \{c_2, c_4\})$

$$solns := \left\{ c_2 = \frac{2\,\mathrm{I}\, u_0}{\mathrm{I}\,\mathrm{HankelH2}(0, \xi_0) + \mathrm{HankelH2}(1, \xi_0)},\ c_4 = \frac{u_0\,(\mathrm{I}\,\mathrm{HankelH2}(0, \xi_0) - \mathrm{HankelH2}(1, \xi_0))}{\mathrm{I}\,\mathrm{HankelH2}(0, \xi_0) + \mathrm{HankelH2}(1, \xi_0)} \right\} \qquad \textbf{(3)}$$

> $t := simplify(solns[1])$

$$t := c_2 = \frac{2\,\mathrm{I}\, u_0}{\mathrm{I}\,\mathrm{HankelH2}(0, \xi_0) + \mathrm{HankelH2}(1, \xi_0)} \qquad \textbf{(4)}$$

> $r := simplify(solns[2])$

$$r := c_4 = \frac{u_0\,(\mathrm{I}\,\mathrm{HankelH2}(0, \xi_0) - \mathrm{HankelH2}(1, \xi_0))}{\mathrm{I}\,\mathrm{HankelH2}(0, \xi_0) + \mathrm{HankelH2}(1, \xi_0)} \qquad \textbf{(5)}$$

> $H_0 := \mathrm{BesselJ}(0, \xi_0) - \mathrm{i} \cdot \mathrm{BesselY}(0, \xi_0)$

$$H_0 := \mathrm{BesselJ}(0, \xi_0) - \mathrm{I}\,\mathrm{BesselY}(0, \xi_0) \qquad \textbf{(6)}$$

> $H_1 := \mathrm{BesselJ}(1, \xi_0) - \mathrm{i} \cdot \mathrm{BesselY}(1, \xi_0)$

$$H_1 := \mathrm{BesselJ}(1, \xi_0) - \mathrm{I}\,\mathrm{BesselY}(1, \xi_0) \qquad \textbf{(7)}$$

> $R := \dfrac{|H_0|^2 + |H_1|^2 - \dfrac{4}{\pi \cdot \xi_0}}{|H_0|^2 + |H_1^2| + \dfrac{4}{\pi \cdot \xi_0}}$

$$R := \left(|\mathrm{BesselJ}(0, \xi_0) - \mathrm{I}\,\mathrm{BesselY}(0, \xi_0)|^2 + |\mathrm{BesselJ}(1, \xi_0) - \mathrm{I}\,\mathrm{BesselY}(1, \xi_0)|^2 - \frac{4}{\pi\, \xi_0} \right) \Big/ \left(|\mathrm{BesselJ}(0, \xi_0) - \mathrm{I}\,\mathrm{BesselY}(0, \xi_0)|^2 + |\mathrm{BesselJ}(1, \xi_0) - \mathrm{I}\,\mathrm{BesselY}(1, \xi_0)|^2 + \frac{4}{\pi\, \xi_0} \right) \qquad \textbf{(8)}$$

> $R := evalc(R)$

(9)

$$R := \frac{\mathrm{BesselJ}(0, \xi_0)^2 + \mathrm{BesselY}(0, \xi_0)^2 + \mathrm{BesselJ}(1, \xi_0)^2 + \mathrm{BesselY}(1, \xi_0)^2 - \frac{4}{\pi \xi_0}}{\mathrm{BesselJ}(0, \xi_0)^2 + \mathrm{BesselY}(0, \xi_0)^2 + \mathrm{BesselJ}(1, \xi_0)^2 + \mathrm{BesselY}(1, \xi_0)^2 + \frac{4}{\pi \xi_0}} \tag{9}$$

> $series(R, \xi_0, 2)$

$$1 - 2\pi \xi_0 + \mathrm{O}(\xi_0^{\,2}) \tag{10}$$

>