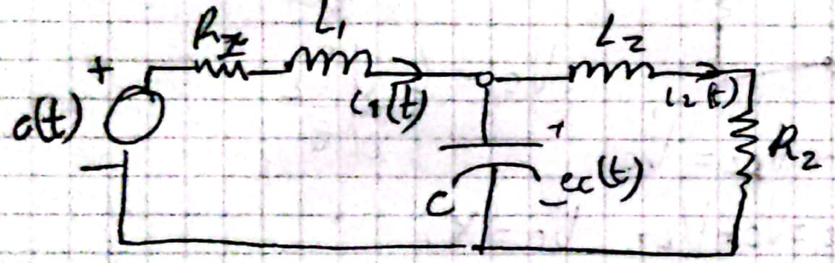
Tarea 1

1) Dada la siguiente ecuación diferencial, representela en el espacio de estados y encuentre la respectiva función de transferencia

$$\dddot{x} + \ddot{x} + 2x + x = 2f(x)$$

2) Encontrar una expresión en el espacio de estados valido para el siguiente sistema. Considere que la salida es el voltaje en R_2



3) Encuentre una expresión en el espacio de estados valida para el siguiente sistema. Considere que la salida corresponden a los desplazamientos Y_1 y Y_2

Desarrollo

1 $\dddot{x} + \ddot{x} + 2x + x = 2f(x)$

$Y(s)(s^3 + s^2 + 2s + 1) = 2F(s)$

$$\frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{2}{s^3 + s^2 + 2s + 1}$$

$x = s^0 = x_1$

$\dot{x} = s^1 = \dot{x}_1 = x_2$

$\ddot{x} = s^2 = \dot{x}_2 = x_3$

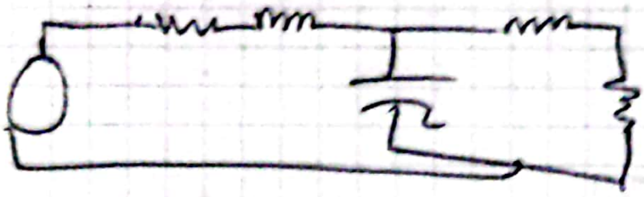
$\dddot{x} = s^3 = \dot{x}_3$

$$\dot{X}_3 = 2U + (-2X_3 + X_2 + X_1) \times -1$$

$$\dot{X}_3 = 2U - X_3 - 2X_2 - X_1$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} U$$

2)



$$i_c = C\frac{dV_c}{dt}$$

$$V_c = L\frac{di_L}{dt}$$

$\dot{i}_1 + \dot{i}_3 + \dot{i}_2$ $\quad V_{R_2} + V_{L2} = V_c$

$X_2 = C\dot{X}_1 + X_3$ $\quad V_{R2} = V_c - V_{L2}$ $\quad V_c = X_1$

$\dot{X}_1 = \frac{X_2}{C} - \frac{X_3}{C}$ $\quad V_{R2} = X_1 + L_1\dot{X}_3$ $\quad \dot{V}_c = \dot{X}_1$

$i_1 = X_2$ $\quad \dot{i}_1 = \dot{X}_2$

$i_2 = X_3$ $\quad \dot{i}_2 = \dot{X}_3$

$V_c = V_{in} - V_{R_1} - V_{L_1}$

$X_1 = V_{in} - R_1X_2 - L_1\dot{X}_2$

$\dot{X}_2 = \frac{V_{in}}{L_1} - \frac{R_1X_2}{L_1} - \frac{X_1}{L_1}$

$i_2R_2 = X_1 - L_2\dot{X}_3$

$R_2X_3 = X_1 - L_2\dot{X}_3$

$\dot{X}_3 = \frac{X_1}{L_2} - \frac{R_2}{L_2}X_3$

$V_{R2} = i_2R_2$

$V_{R2} = X_3R_2$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/C & -1/C \\ -1/L_1 & -R_1/L_1 & 0 \\ 1/L_2 & 0 & -\frac{R_2}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_1 \\ 0 \end{bmatrix} V_{in}$$

$$V_{R2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$$

3) masa 1

$\Sigma f_x = 0$

$M \frac{d^2 y_2 t}{dt^2} = M\ddot{X}_1$ $\qquad y_2 = X_1$ $\qquad X_1 = q_1$

$\dot{X}_1 = q_2$

$\ddot{X}_1 = \dot{q}_2$

$B \frac{d y_2(t)}{dt} = B\dot{X}_1$

$K(Y_1 - Y_2) = K(X_2 - X_1)$

$M\ddot{X}_1 + B\dot{X}_1 = K(X_2 - X_1)$

punto

$K(y_1 - Y_2) = f(t) \rightarrow K(X_2 - X_1) = f$

$KX_2 - KX_1 = f \rightarrow X_2 = \frac{f + KX_1}{K}$

$M\ddot{X}_1 + B\dot{X}_1 = K\left(\frac{f + KX_1}{K} - X_1\right)$

$M\ddot{X}_1 + B\dot{X}_1 = \frac{\cancel{K} f}{\cancel{K}} + KX_1 - X_1$

$\ddot{X}_1 = (KX_1 - X_1 + f + B\dot{X}1) / m$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{K-1}{m} & B/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} f$$