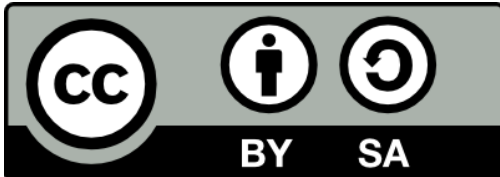




Laboratorio di Fondamenti di Automatica  
Prima esercitazione

# **Modello dell'apparato da controllare**



© 2005-2020 Alberto Leva, Marco Lovera, Maria Prandini, Silvano Seva, Danilo Saccani, Chiara Cimino, Marco Lauricella, Michele Bolognini

Except where otherwise noted, this work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International Licence

<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

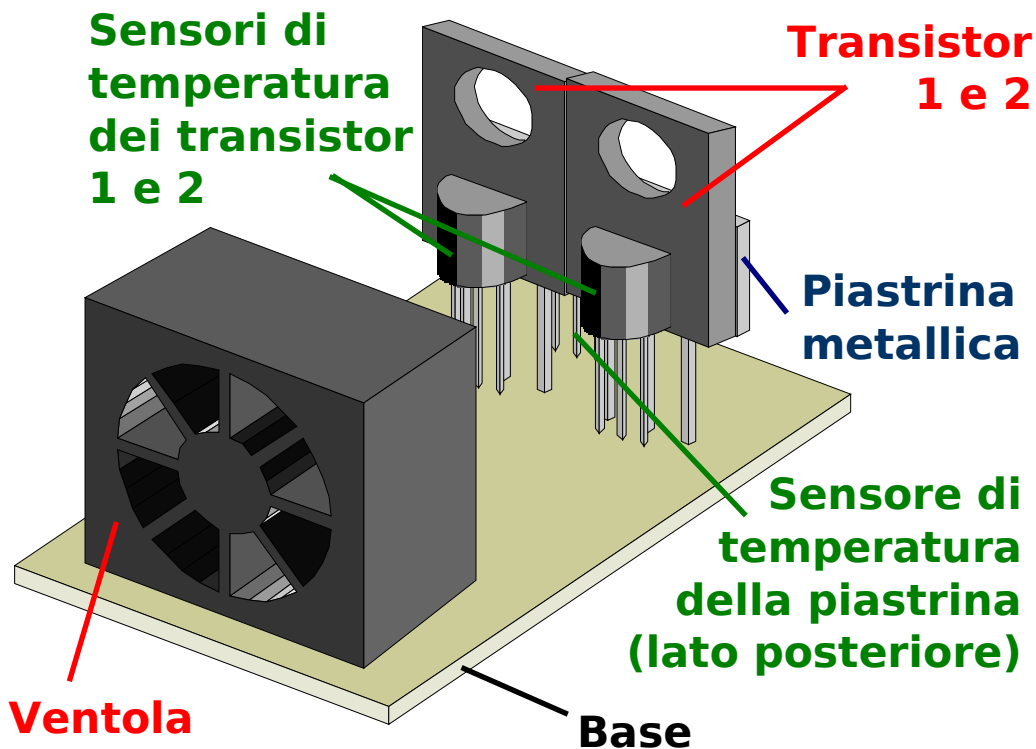
Creative Commons and the double C in a circle are registered trademarks of Creative Commons in the United States and other countries. Third party marks, logos and brands are the property of their respective holders.

- Scopo di quest'esercitazione di laboratorio:  
**ottenere, a partire da dati sperimentali, un modello di un apparato termico da laboratorio, adatto per il problema di controllo che in seguito risolveremo.**
- Contenuto dell'esercitazione:
  - descrizione dell'apparato sperimentale;
  - posizione del problema di controllo che affronteremo;
  - scrittura di un suo modello basato su equazioni di bilancio;
  - derivazione di un modello adatto allo specifico problema;
  - parametrizzazione di tale modello a partire dai dati sperimentali che avremo nel frattempo raccolto;
  - conclusioni.

Il sistema simulato con OpenModelica riproduce fedelmente l'apparato sperimentale utilizzato gli anni scorsi.

Tale apparato è costituito da una piastrina metallica riscaldata da due transistor e da una ventola che, però, in questo esperimento non verrà utilizzata.

Tramite dei sensori è possibile misurare individualmente la temperatura di ciascun transistor e quella della piastrina metallica.

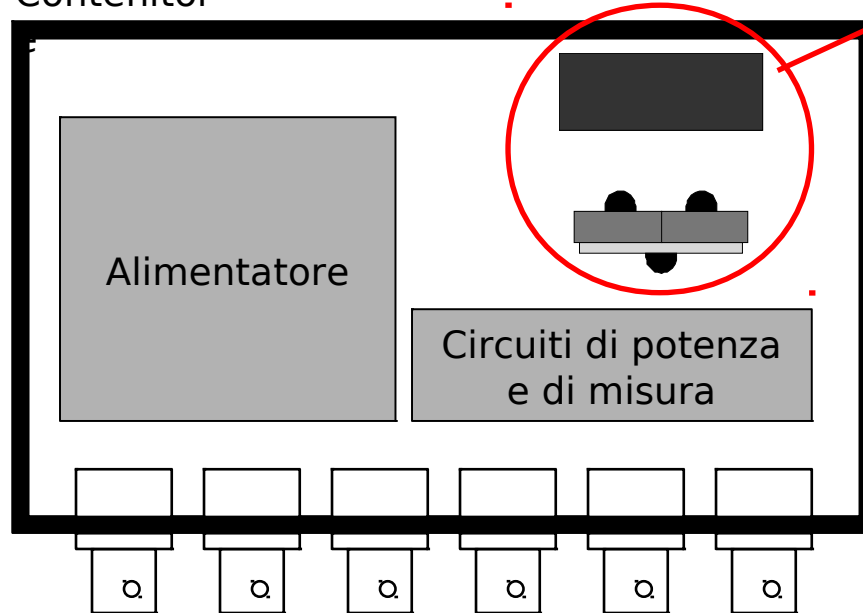


# Descrizione dell'apparato sperimentale



**L'impianto è alloggiato in un contenitore, dotato di fori per il passaggio dell'aria e dei necessari connettori:**

Contenitor



BNC 1 2 3 4 5 6

**Transistor, piastrina, sensori e ventola**

**Legenda dei connettori**

**BNC:**

1. Comando alla ventola (0-100% di tempo di accensione su periodo fissato)
2. Comando al transistor 1 (0-5V per 0-100% della potenza)
3. Comando al transistor 2 (0-5V per 0-100% della potenza)
4. Misura temperatura transistor 1 (10 mV/°K)
5. Misura temperatura transistor 2 (10 mV/°K)
6. Misura temperatura piastrina (10 mV/°K)

**Controllare la temperatura della piastrina agendo sul comando al transistor 1, mentre il transistor 2 introduce un disturbo.**

Ora, quindi, dobbiamo:

- evidenziare e comprendere, in forma semplificata ma sufficientemente precisa, i fenomeni in gioco nell'apparato sperimentale;
- tradurre questa comprensione in un modello dell'impianto;
- raccogliere, tramite opportuni esperimenti, i dati necessari a "mettere i numeri" in tale modello, dimodoché lo si possa poi usare per progettare il regolatore.

# Modello dell'apparato - premessa



Dal nostro punto di vista i transistor possono essere considerati dei semplici riscaldatori elettrici, che generano una potenza termica variabile da zero ad un valore massimo, proporzionalmente al comando impartito loro.

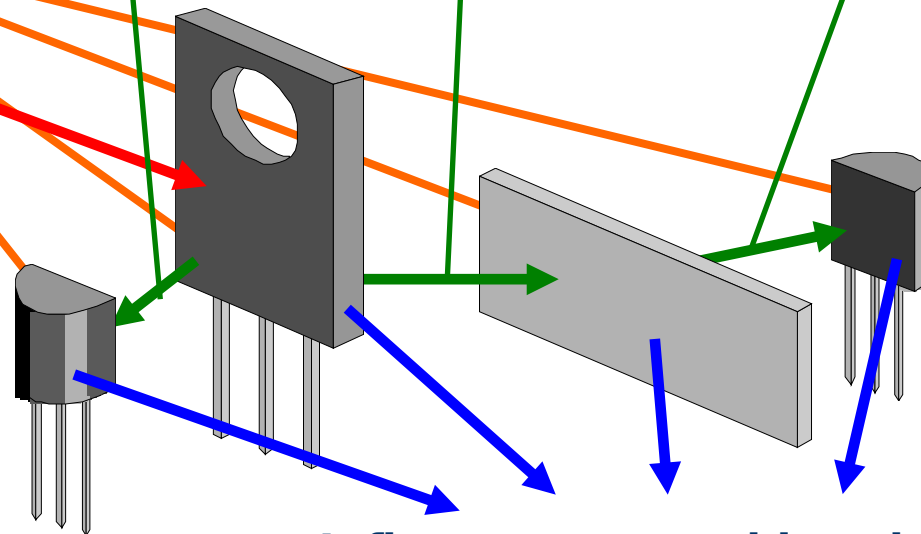
Ciò premesso, i fenomeni che governano l'impianto sperimentale sono di natura termica:

**Anzitutto, vi è generazione di potenza termica nei (due)**

**transistor**  
**Poi, tutti i corpi sono in grado di accumulare energia**  
**termica**

**Inoltre, vi sono degli scambi termici interni:**  
**transistor-sonde, transistor-**  
**piastra,**

**piastra-sonda**



**Infine, tutto scambia calore con l'aria**

**Dobbiamo introdurre le leggi che governano, in prima approssimazione,**

**i fenomeni di generazione, accumulo e scambio:**

- 1) L'energia termica accumulata in un corpo è pari ad una costante caratteristica del corpo stesso, detta **capacità termica**, moltiplicata per la temperatura del corpo:

$$E_{\text{termica}} = C_{\text{termica}} T$$

- 2) La derivata temporale dell'energia termica accumulata in un corpo  $k$  è pari alla somma (algebrica) della potenza termica generata entro quel corpo e delle potenze termiche trasferite ad esso da tutti gli altri corpi presenti nel sistema:

$$\frac{d}{dt} E_{\text{termica}}(\text{corpo } k) = P_{gk} + \sum_{i=1, i \neq k}^N P_{ik}$$

- 3) La potenza termica trasferita da un corpo  $i$  ad un corpo  $k$  è pari ad una costante propria dei due corpi e del modo in cui essi sono posti in contatto termico, detta **coefficiente di scambio termico**, moltiplicata per la differenza tra la temperatura del corpo  $i$  e quella del corpo  $k$ :

$$P_{ik} = \gamma_{ik} (T_i - T_k)$$

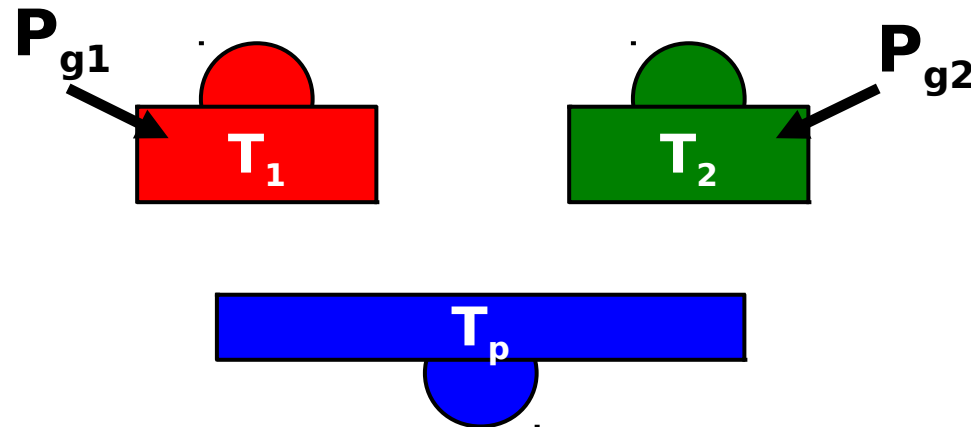
- 4) Il coefficiente di scambio termico tra due dati corpi solidi è sostanzialmente costante. Invece, se un dato corpo solido scambia calore con un dato aeriforme, il coefficiente di scambio termico tra i due cresce all'aumentare della velocità con cui l'aeriforme lambisce il solido.



# Modello dell'apparato – ipotesi semplificative (1)



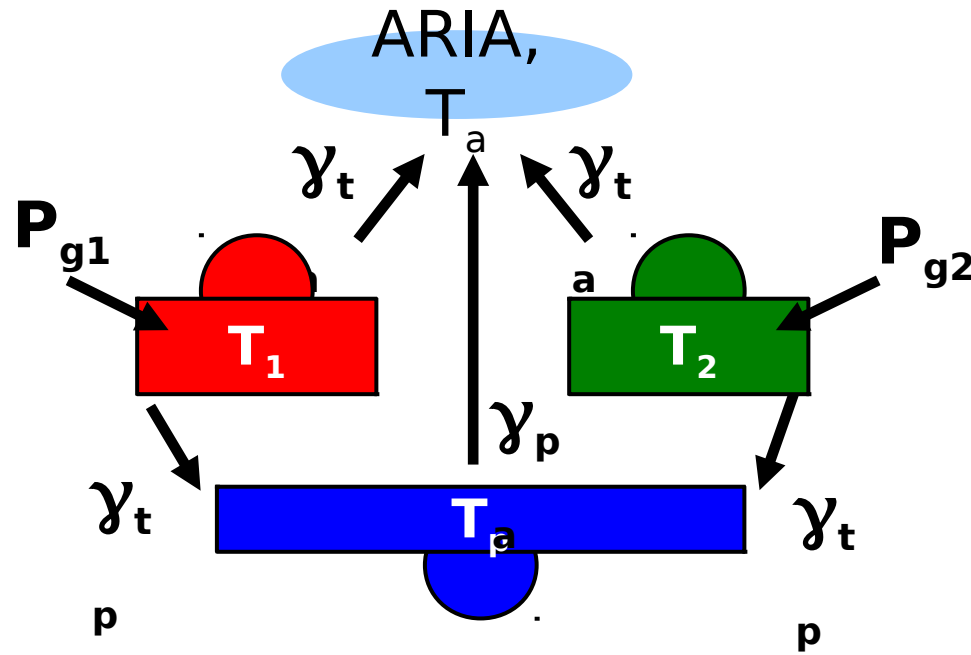
- 1) Gli insiemi transistor-sonda e piastra-sonda costituiscono dei corpi omogenei e assumiamo abbiano temperatura uniforme: così facendo abbiamo da considerare tre soli corpi, con temperature che chiameremo  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_p$ .
- 2) Le capacità termiche dei due insiemi transistor-sonda sono uguali: le chiameremo  $C_t$ , mentre con  $C_p$  indicheremo quella dell'insieme piastra-sonda.
- 3) Le potenze  $P_{g1}$  e  $P_{g2}$  generate nei due transistor variano tra zero ed un massimo  $P_{max}$ , uguale per entrambi, dipendendo soltanto (in modo **quasi** lineare) dai comandi ad essi impartiti, che chiameremo  $Q_1$  e  $Q_2$  e assumiamo variabili tra 0 e 100.



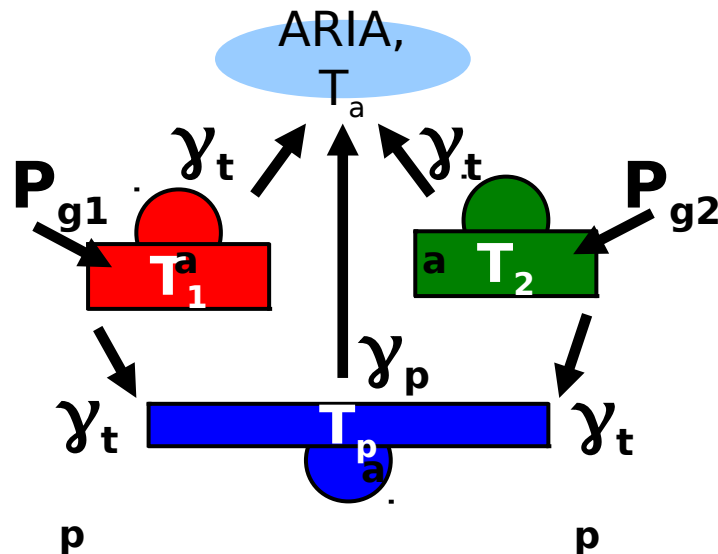
# Modello dell'apparato – ipotesi semplificative (2)



- 4) I coefficienti di scambio  $\gamma_{tp}$  fra transistor e piastra sono costanti e uguali tra loro.
- 5) I coefficienti di scambio fra transistor e aria ( $\gamma_{ta}$ ) sono uguali tra loro ma non costanti: essi, come quello ( $\gamma_{pa}$ ) tra piastra ed aria, variano tra un minimo ed un massimo - in modo che supporremo lineare - quando il comando  $\mathbf{V_R}$  alla ventola varia tra 0 e 100.
- 6) La temperatura  $\mathbf{T_a}$  dell'aria è costante.



# Modello dell'apparato – prima equazione



**Bilancio  
transistor  
1**

$$\frac{d}{dt}T_1 = \frac{1}{C_t} \left[ P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p) \right]$$

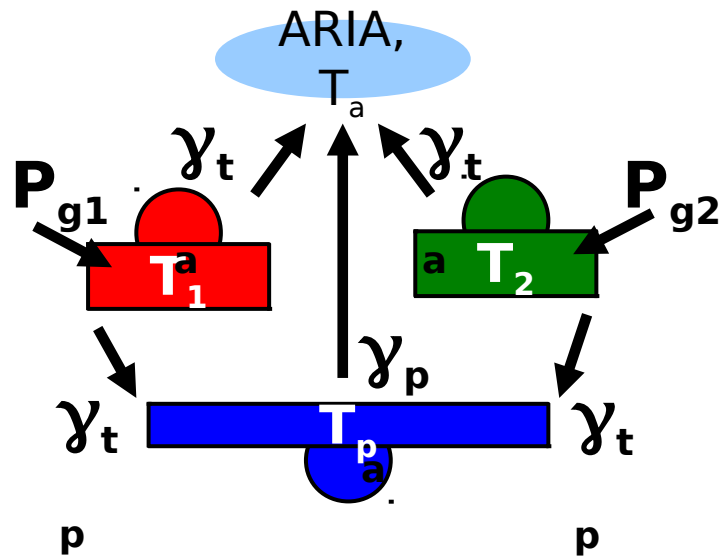
Potenza generata nel transistor 1

Potenza trasferita dal transistor 1  
all'aria

Potenza trasferita dal  
transistor 1 alla piastra

Provate, adesso a, scrivere l'equazione di bilancio termico (dinamico) per il transistor 2.

# Modello dell'apparato – seconda equazione



Potenza generata nel transistor

Potenza trasferita dal transistor all'aria

Potenza trasferita dal transistor alla piastra

**Bilancio  
transistor**

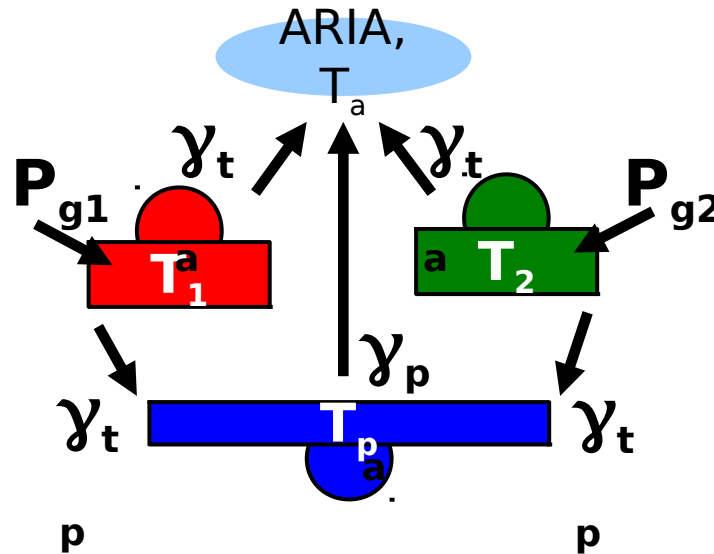
**Bilancio  
transistor**  
1  
2

$$\frac{d}{dt}T_1 = \frac{1}{C_t} \left[ P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p) \right]$$

$$\frac{d}{dt}T_2 = \frac{1}{C_t} \left[ P_{g2} - \gamma_{ta}(T_2 - T_a) - \gamma_{tp}(T_2 - T_p) \right]$$

Provate adesso a scrivere l'equazione di bilancio termico dinamico per la piastra (attenzione, qui non si genera potenza e c'è lo scambio con l'aria).

# Modello dell'apparato - terza equazione



**Bilancio  
transistor**

**Bilancio<sup>1</sup>  
transistor**

**Bilancio<sup>2</sup>  
piastra**

$$\frac{d}{dt}T_1 = \frac{1}{C_t} \left[ P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p) \right]$$

$$\frac{d}{dt}T_2 = \frac{1}{C_t} \left[ P_{g2} - \gamma_{ta}(T_2 - T_a) - \gamma_{tp}(T_2 - T_p) \right]$$

$$\frac{d}{dt}T_p = \frac{1}{C_p} \left[ \gamma_{tp}(T_1 - T_p) + \gamma_{tp}(T_2 - T_p) - \gamma_{pa}(T_p - T_a) \right]$$

Potenza  
trasferita  
dalla  
piastra  
all'aria

# Modello completo dell'apparato - equazioni



**Bilancio  
transistor**

**Bilancio  
transistor**

**Bilancio  
piastra**

$$\frac{d}{dt}T_1 = \frac{1}{C_t} \left[ P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p) \right]$$

$$\frac{d}{dt}T_2 = \frac{1}{C_t} \left[ P_{g2} - \gamma_{ta}(T_2 - T_a) - \gamma_{tp}(T_2 - T_p) \right]$$

$$\frac{d}{dt}T_p = \frac{1}{C_p} \left[ \gamma_{tp}(T_1 - T_p) + \gamma_{tp}(T_2 - T_p) - \gamma_{pa}(T_p - T_a) \right]$$

Potenza generata nel transistor 1

Potenza trasferita dal transistor 1  
all'aria

Potenza trasferita dal  
transistor 1 alla piastra

Potenza  
trasferita  
dalla  
piastra  
all'aria

**Completiamo  
il modello**



**Dipendenza  
delle  $\gamma$  da**

**Dipendenza  
delle  
 $P_g$  da  $Q_1$  e  $Q_2$**

$$\gamma_{ta} = \gamma_{tamin} + V_R(\gamma_{tamax} - \gamma_{tamin})/100$$

$$\gamma_{pa} = \gamma_{pamin} + V_R(\gamma_{pamax} - \gamma_{pamin})/100$$

$$P_{g1} = P_{max} Q_1 / 100$$

$$P_{g2} = P_{max} Q_2 / 100$$

# Modello dell'apparato per il nostro problema

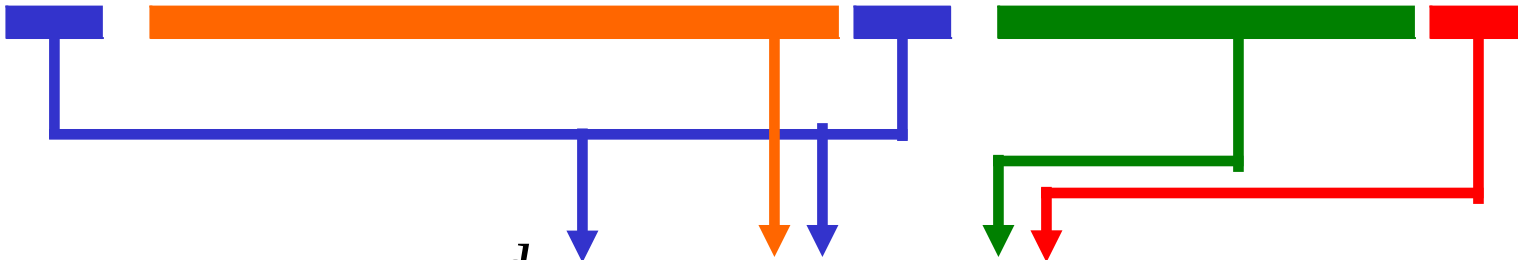


**Abbiamo scritto il modello “completo” dell’impianto. A noi, però, interessa il caso in cui  $V_R$  e  $Q_2$  sono nulli e si considera la sola uscita  $T_p$ . Adottiamo, allora, le semplificazioni del caso.**

**Anzitutto, se  $V_R$  è costante (per noi in particolare è nulla) anche  $\gamma_{ta}$  e  $\gamma_{pa}$  sono costanti, il modello è lineare e ne possiamo scrivere l’equazione di stato come:**

$$\frac{d}{dt} \dot{i} \begin{bmatrix} T_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix} \dot{i}$$

ovvero nella  
forma


$$\frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

# Modello dell'apparato per il nostro problema



**Poi, il modello ha tre ingressi. Se, però, di esso ci interessano solo l'ingresso  $Q_1$  e l'uscita  $T_p$ , possiamo scriverlo (aggiungendogli 'opportuna equazione d'uscita) come:**





**Calcoliamo la funzione di trasferimento da  $Q_1$  a  $T_p$ :**

$$P(s) = \frac{T_p(s)}{Q_1(s)} = c(sI - A)^{-1}b = \dots$$
$$\dots = \frac{\gamma_{tp} P_{\max} / 100}{C_t C_p s^2 + (2C_t \gamma_{tp} + C_p \gamma_{ta} + C_t \gamma_{pa} + C_p \gamma_{tp})s + \gamma_{tp} \gamma_{pa} + 2\gamma_{ta} \gamma_{tp} + \gamma_{ta} \gamma_{pa}}$$

**Questa funzione di trasferimento è del secondo ordine, mentre noi sappiamo che l'ordine del modello è 3.**

**Ciò significa che nel modello c'è stata una cancellazione, dovuta al fatto che abbiamo assunto esservi delle “simmetrie” (capacità termiche uguali, coefficienti di scambio uguali e così via).**

**Non è infrequente che questo accada, anche perché assumere simmetrie è molto naturale se non si vogliono scrivere modelli esageratamente complessi. Delle cancellazioni nei modelli bisogna anzitutto sapersi accorgere (basta peraltro badare agli ordini), e poi occorre sapere come tenerne conto.**

**Accortici della cancellazione nel modello, allora, che conclusioni ne dobbiamo trarre?**

**Anzitutto, dovremmo vedere se la cancellazione è critica o no.**

**Non lo facciamo per ragioni di tempo, e anche perché possiamo affermare già col solo buon senso che non lo è: nei processi termici dinamiche instabili non ce ne sono praticamente mai.**

**Poi, dovremmo accertarci che veramente la cancellazione sia dovuta alle simmetrie che abbiamo assunto e non sia invece un fatto intrinseco alla fisica: dovremmo, cioè, accertarci che l'abbiamo introdotta nel modello e che non c'era "di per sé" nella realtà.**

**Per far questo basta rifare i conti ammettendo che le capacità termiche ed i coefficienti di scambio siano tutti diversi. Per brevità qui non lo facciamo, però succede esattamente ciò che ci si aspetta: si ottiene una funzione di trasferimento con tre poli e (ovviamente) uno zero.**

**Naturalmente, se davvero le simmetrie assunte ci fossero (per quanto ciò sia improbabile), allora la cancellazione nel modello rifletterebbe correttamente la realtà. In altre parole, per vedere se la funzione di trasferimento da usare è del second'ordine senza zeri o del terzo con uno zero dovremo guardare i dati.**

## Ricapitolando

**In base alla fisica (perché siamo partiti da un modello in variabili di stato basato su equazioni di bilancio) abbiamo concluso che la funzione di trasferimento (stabile) da  $Q_1$  a  $T_p$  può avere due strutture:**

$$P_2(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

**se vi è simmetria di capacità termiche e coefficienti di scambio**

$$P_3(s) = \frac{\mu(1 + sT_z)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)}$$

**se tale simmetria non c'è**

**Sappiamo anche che il guadagno è positivo e che lo sono anche tutte le costanti di tempo (se no la cancellazione sarebbe critica).**

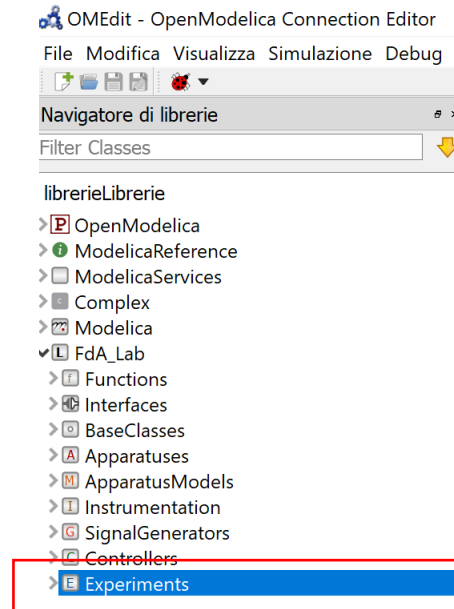
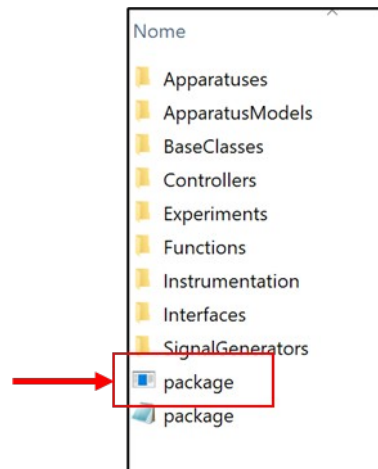
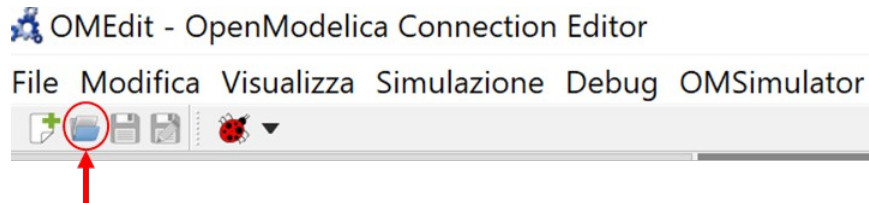
**Per proseguire, esaminiamo i dati.**

## **Identificare i parametri corretti da inserire all'interno dei modelli trovati**

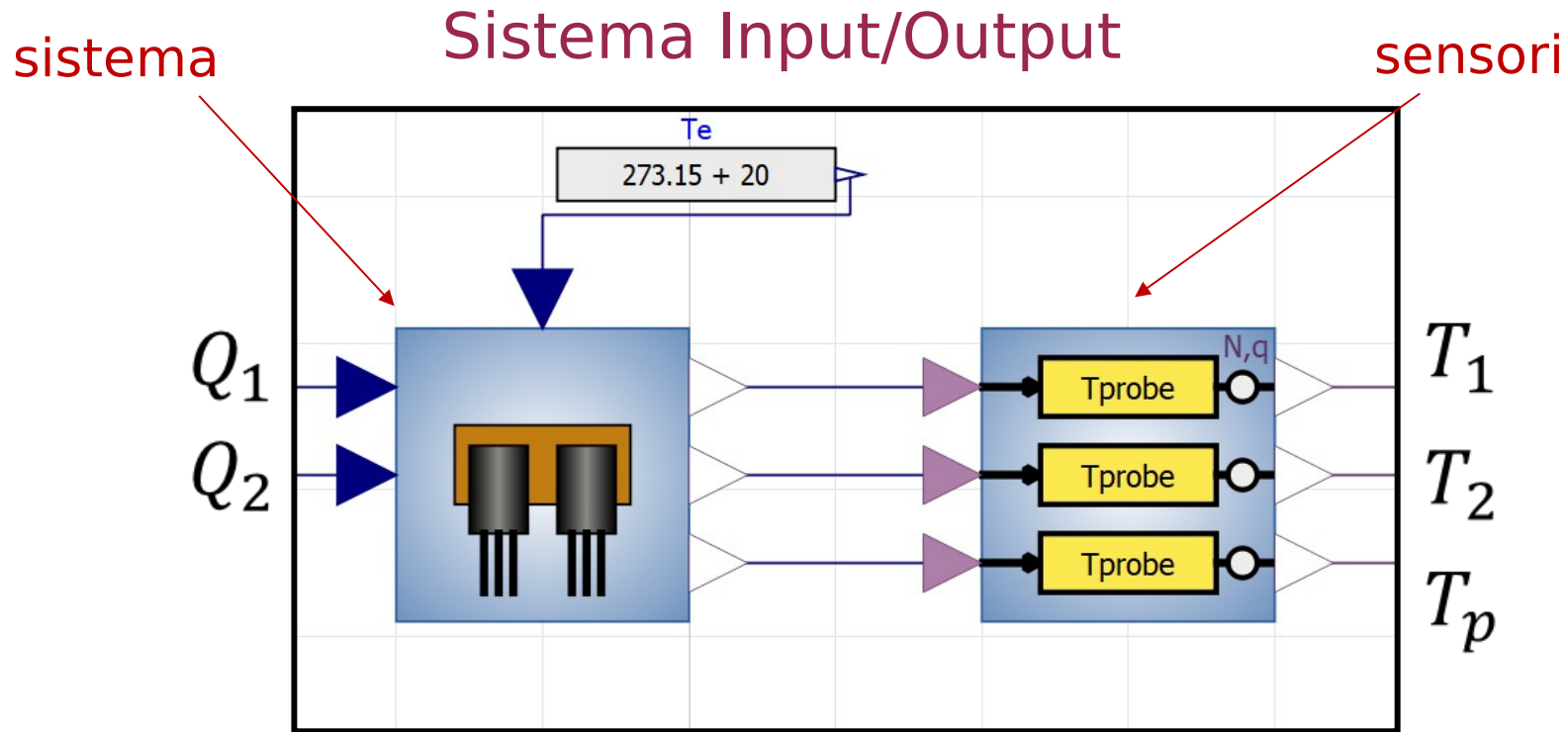
Ora, quindi, dobbiamo:

- Aprire Modelica
- Condurre una serie di esperimenti con diversi segnali in ingresso al Sistema
- Passare i dati ricavati dagli esperimenti su MATLAB
- Identificare quali sono i parametri dei modelli che abbiamo trovato prima per replicare la risposta ai diversi segnali

## Lanciare l'applicazione

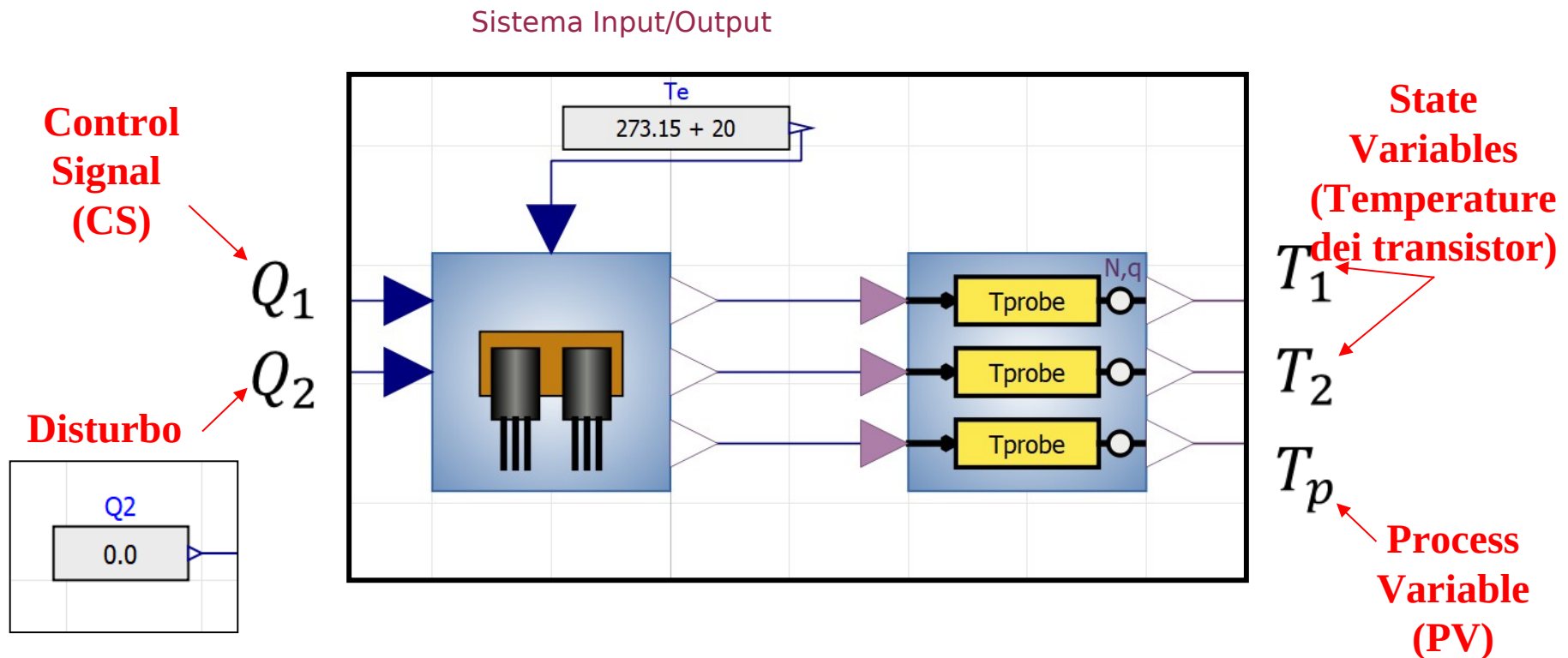


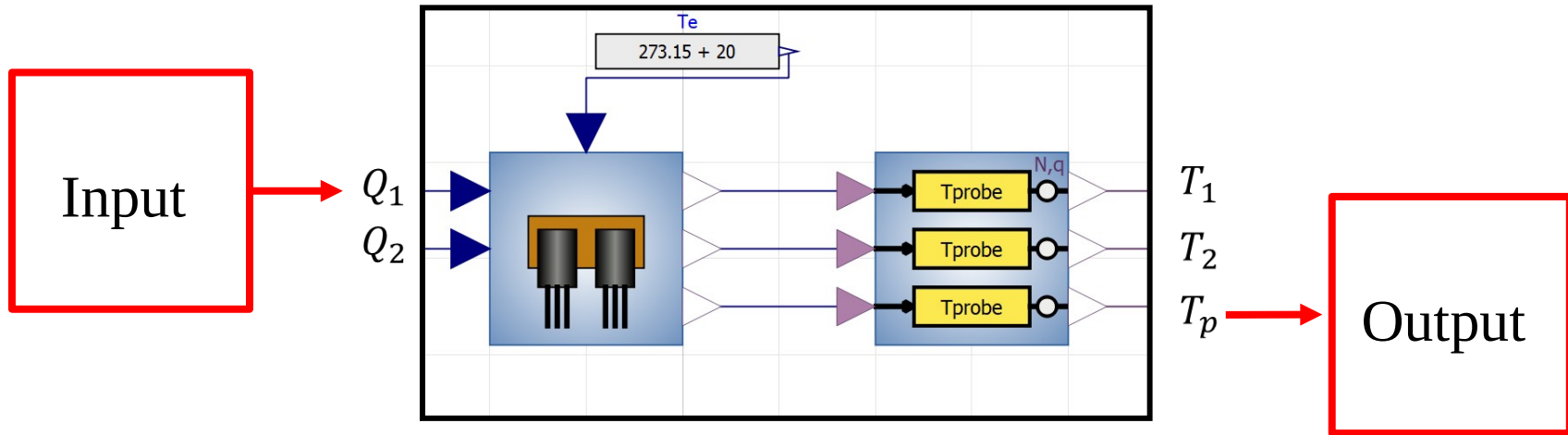
Elenco degli  
esperimenti sui quali  
ci concentriamo



**NON CAMBIARE I PARAMETRI DI QUESTI BLOCCHI**

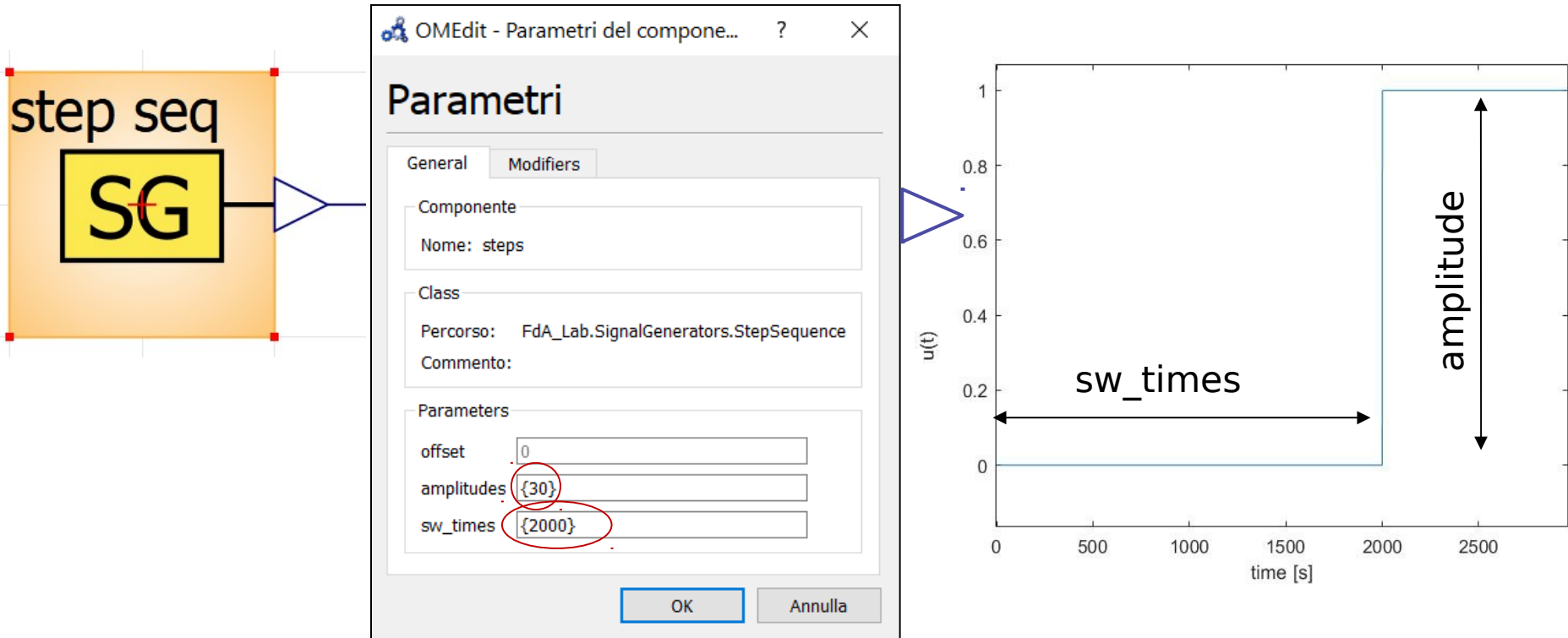
Obiettivo: modello per controllare la temperature della piastrina ( $T_p$ ) agendo sul comando al transistor 1 ( $Q_1$ ) e considerando il comando al transistor 2 come un disturbo ( $Q_2$ ) .





$$P = \frac{T_p}{Q_1} = \begin{cases} P_1(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)} \\ P_2(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \\ P_3(s) = \frac{\mu(1 + sT_z)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)} \end{cases}$$



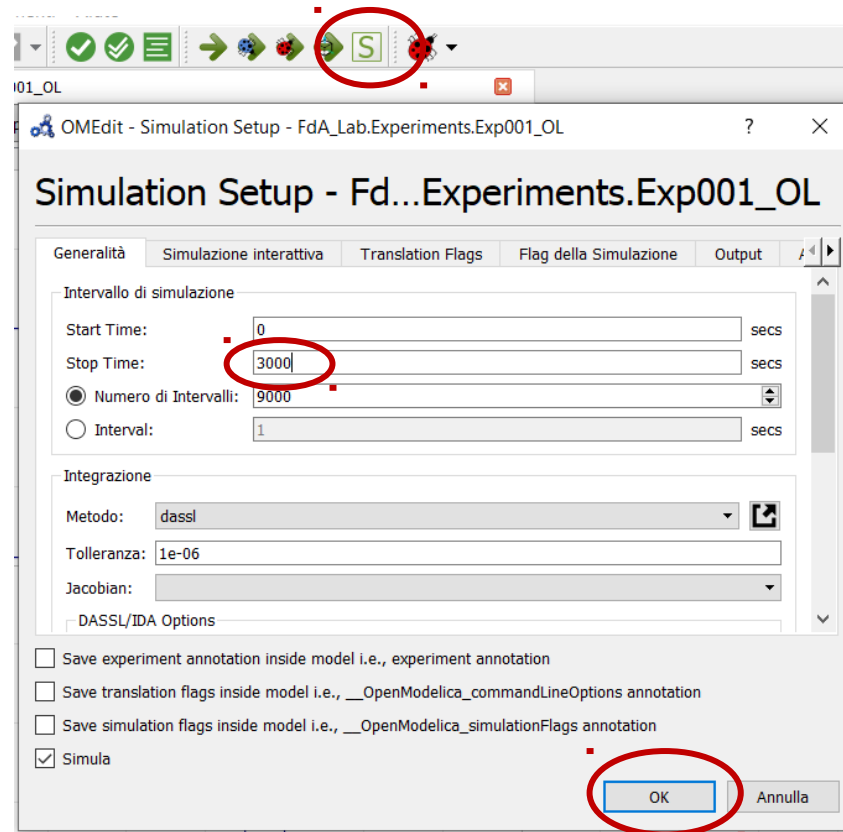


- Imponiamo in ingresso uno scalino di  $Q_1$  (ossia CS) del 30% impostando ampiezza e istante di tempo.

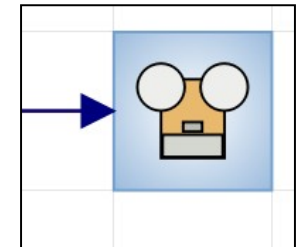
# Modelica - Registrazione di una risposta a scalino



• Ora lanciamo la simulazione, simulando il sistema per 3000 secondi



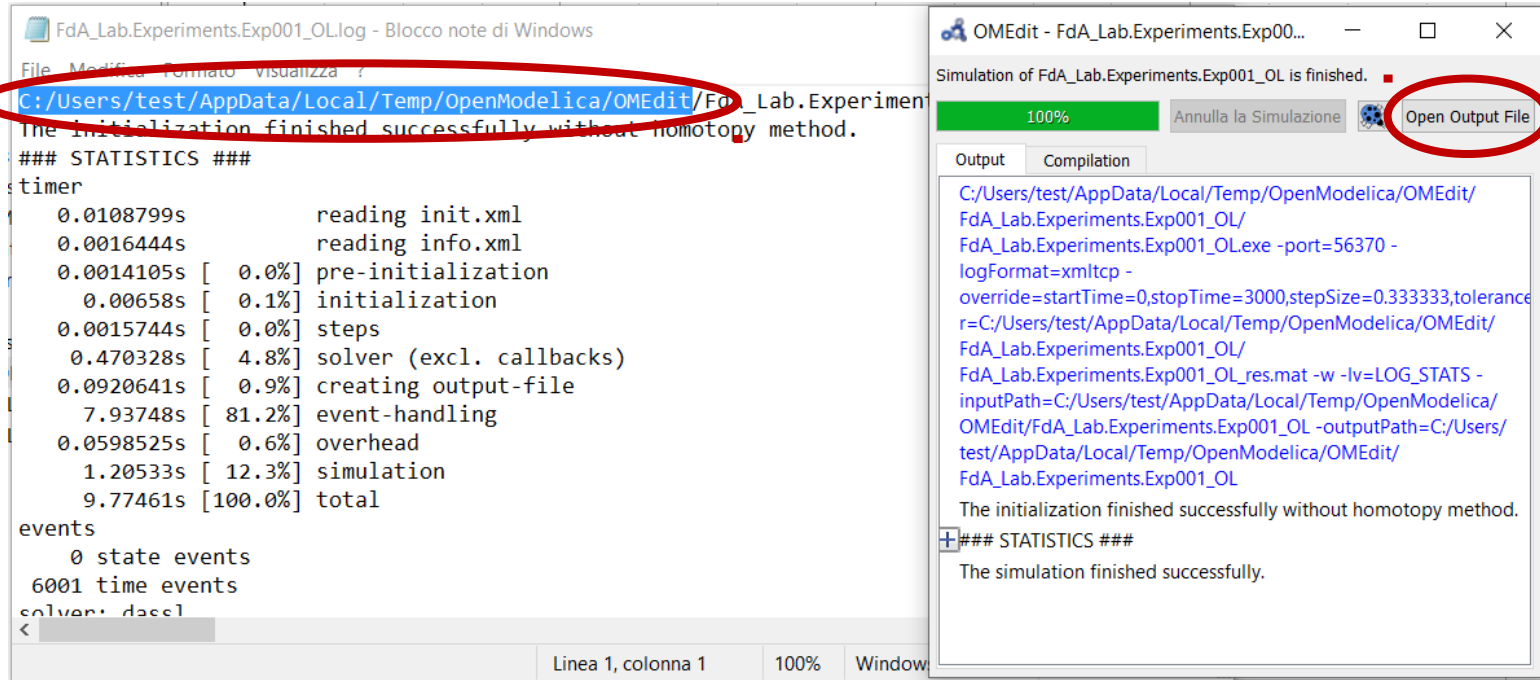
- Registreremo la risposta di  $T_p$  (ossia PV) allo scalino di  $Q_1$  (ossia CS) del 30%.



# Importazione dei dati in Matlab



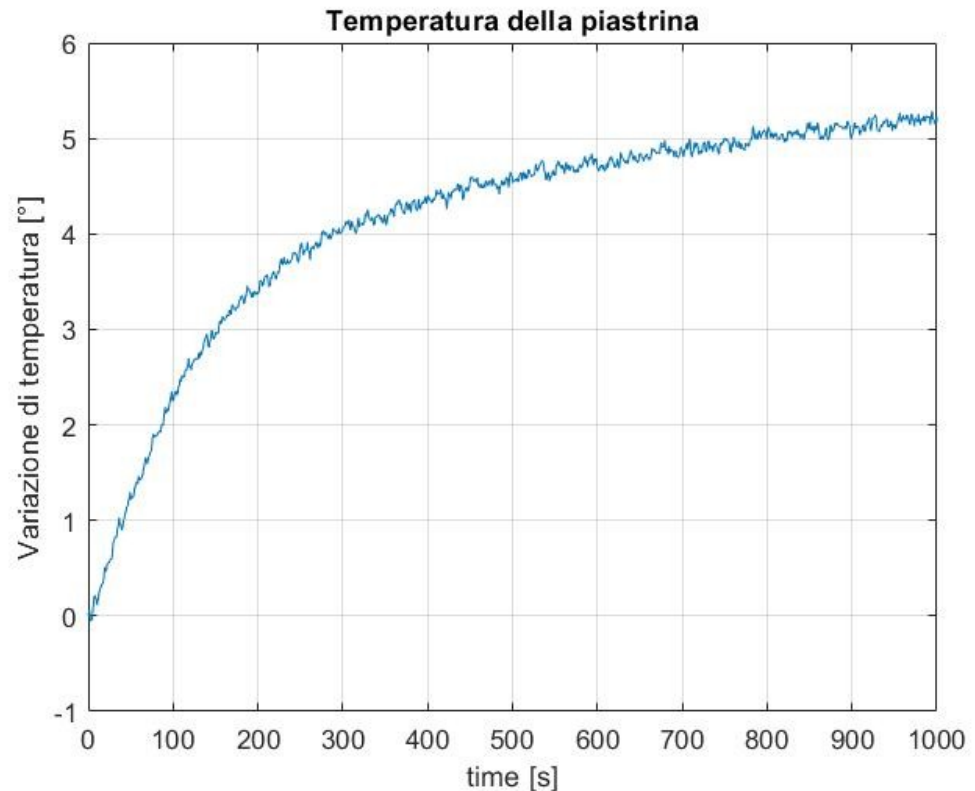
Andiamo ad aprire l'Output file e verifichiamo il percorso nel quale i dati sono stati salvati.



- Apriamo il percorso indicato e troveremo il file **data.csv**
- Spostiamolo nella cartella che preferiamo e dove salveremo il nostro script Matlab

- Carichiamo i dati e basiamo il tempo all'istante dello scalino e la risposta a zero (ovvero consideriamo le *variazioni* delle variabili in gioco)

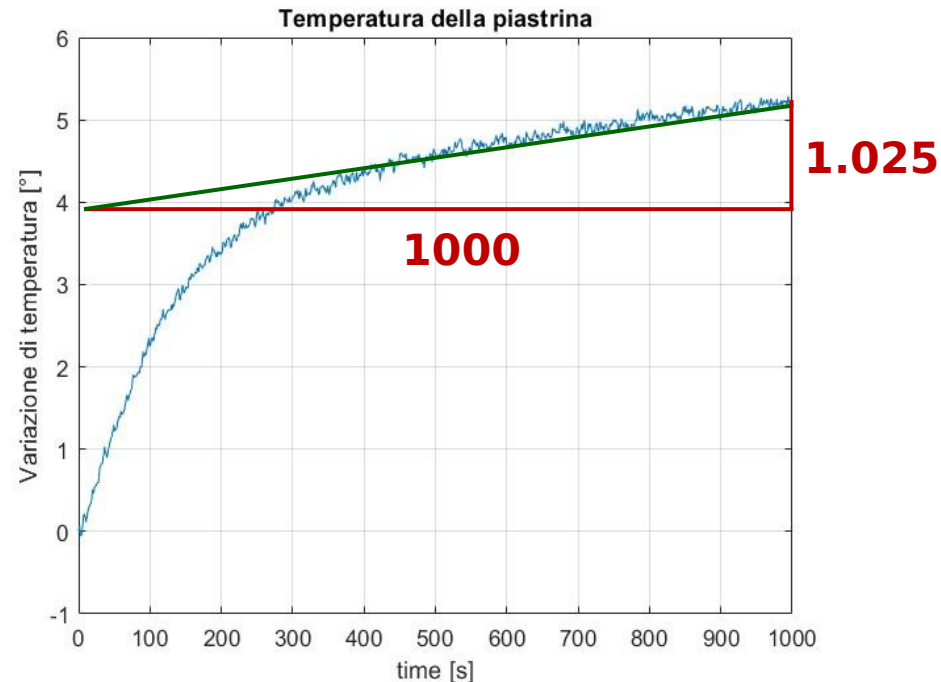
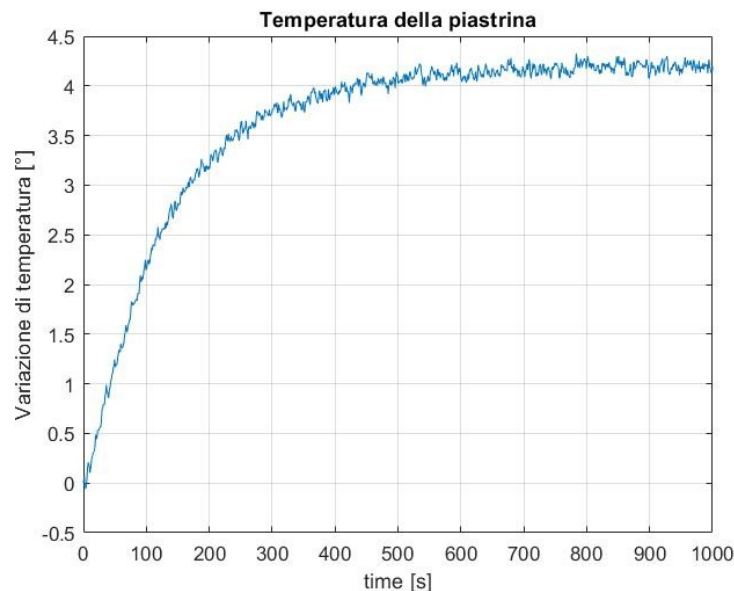
```
>>data = csvread('data.csv',1);  
>>t=data(:,1);  
>>Q1=sca(:,2);  
>>Tp=data(:,6);  
  
>>dex=find(diff(Q1));  
>>t=t(dex:end) - t(dex);  
>>Tp=Tp(dex:end) - Tp(dex);  
>>Q1=Q1(dex:end) - Q1(dex);  
  
>>plot(t,Tp);
```



- Ora proveremo a determinare dei modelli utili al nostro problema di controllo usando la risposta a scalino che abbiamo registrato.
- Cercheremo di riprodurre tale risposta con delle funzioni di trasferimento, che saranno – ai fini della sintesi del controllo – possibili “funzioni di trasferimento da  $Q_1$  a  $T_p$ ”.
- Come prima cosa dovremo “pulire” i dati per renderli idonei al processo di identificazione.

- Osserviamo che  $T_p$  pare continuare a salire, il che è dovuto al lento riscaldamento dell'aria nella scatola.
- Questo fenomeno non è d'interesse per il controllo e il modello non lo rappresenta, quindi va rimosso dai dati.
- Facciamolo:

```
>>Tp=Tp- t*1.025/1000;  
>>plot(t,Tp)
```



# MATLAB - Identificazione parametri modello del prim'ordine



- Tentiamo di riprodurre i dati con un modello del prim'ordine con guadagno pari alla variazione a regime di  $T_p$  divisa per l'ampiezza dello scalino di  $Q_1$  e costante di tempo pari a  $1/5$  del tempo di assestamento.

$$P_1(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)}$$

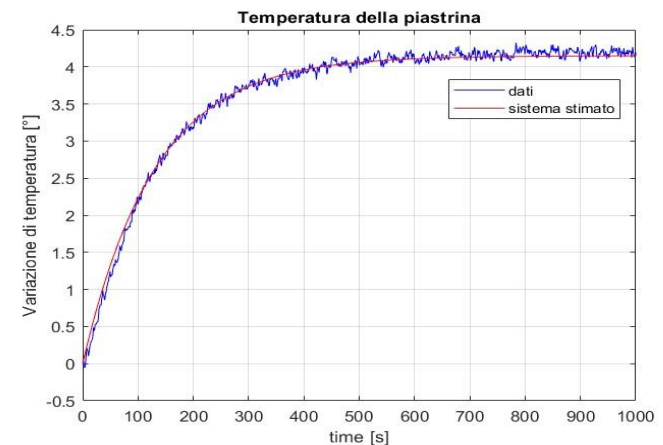
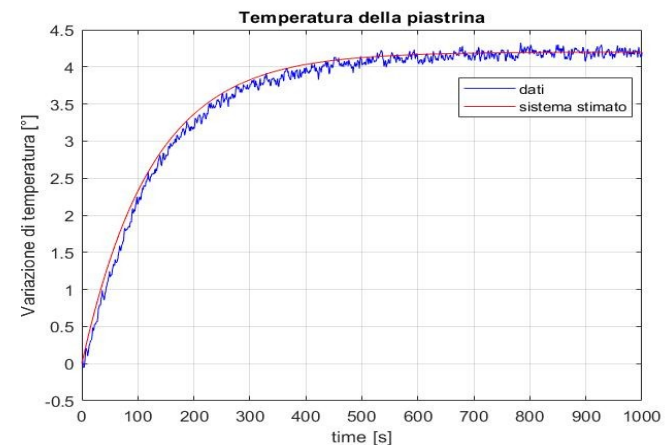
- Primo tentativo:

```
>>mu=4.15/30;  
>>T1=620/5;  
>>M1=tf(mu,[T1 1]);  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M1,t),'r');
```

- Dopo un po' di prove:

```
>>M1=tf(4.15/30,[130 1]);  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M1,t),'r');
```

**Ognuno faccia 5 minuti di prove  
sui suoi dati**

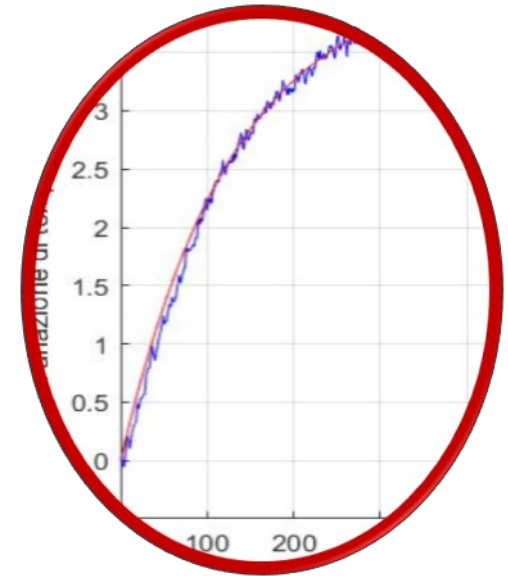


# MATLAB - Identificazione parametri modello del secondo ordine (1)



- Si vede che l'ordine del modello è troppo basso (i primi istanti della risposta non sono riprodotti bene).
- Ora proveremo a usare un modello del second'ordine.

$$P_2(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$



- Tentiamo allora di riprodurre la risposta a scalino con un modello del second'ordine senza zeri:
  - il guadagno ( $\mu$ ) lo sappiamo già;
  - la costante di tempo maggiore ( $T_1$ ) resta la stessa del modello del prim'ordine e la più piccola ad un valore decisamente minore (diciamo  $T_2 = 1/10 T_1$ );
  - modifichiamole un po' di volte tentando di riprodurre sia il tempo di assestamento che la "partenza" della risposta.



# MATLAB - Identificazione parametri modello del secondo ordine (2)



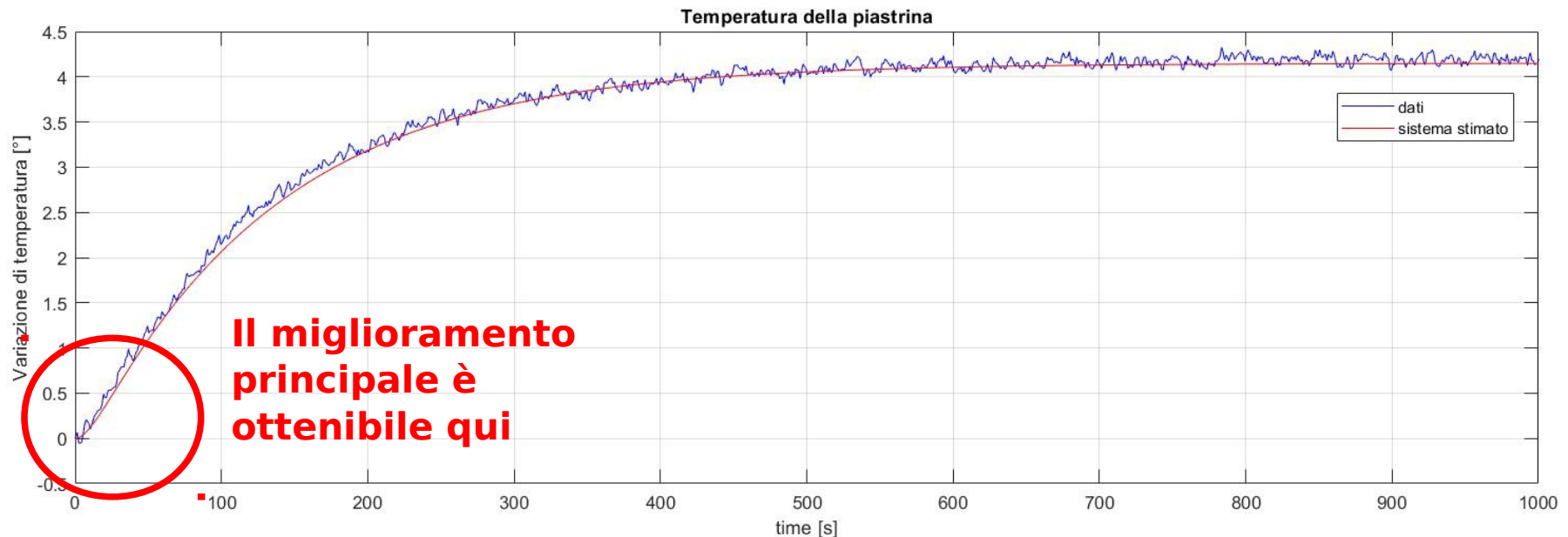
$$P_2(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

- Un possibile risultato è

$T_1$

$T_2$

```
>>M2=tf(4.15/30,conv([650/5 1],[10 1]));  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M2,t),'r');
```



Ognuno faccia 5 minuti di prove sui suoi dati

- Il modello va abbastanza bene.
- Tuttavia proviamo a usare un modello del terz'ordine con uno zero, struttura “suggerita dalla fisica” se l'apparato non è simmetrico:
  - il guadagno lo sappiamo;
  - Introduciamo un terzo polo con una “piccola” costante di tempo e poniamo quella dello zero ad un valore intermedio tra quelle dei poli;
  - Modifichiamo le costanti di tempo un po' di volte tentando di riprodurre il tempo di assestamento e la “partenza” della risposta; tentiamo anche di seguire bene il tratto intermedio del transitorio.

$$P_3(s) = \frac{\mu(1 + sT_z)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)}$$

# MATLAB - Identificazione parametri modello del terzo ordine (1)



$$P_3(s) = \frac{\mu(1 + sT_z)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)}$$

## ■ Possibile risultato

$T_z$   $T_1$   $T_2$   $T_3$

```
>>M3=tf(4.15/30*[5 1],conv(conv([650/5 1],[10 1]),[2 1]));  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M3,t),'r');
```



- Sottoponiamo adesso l'apparato a un ingresso  $Q_1$  sinusoidale con diverse frequenze.
- Questo ci permetterà di misurare tre punti della risposta in frequenza della funzione di trasferimento da  $Q_1$  a  $T_p$ , il che ci aiuterà a determinarla con più precisione.



OMEdit - Parametri del compon... ? X

### Parametri

General Modifiers

Componente

Nome: sines

Class

Percorso: FdA\_Lab.SignalGenerators.SineSequence

Commento:

Parameters

offset: 0

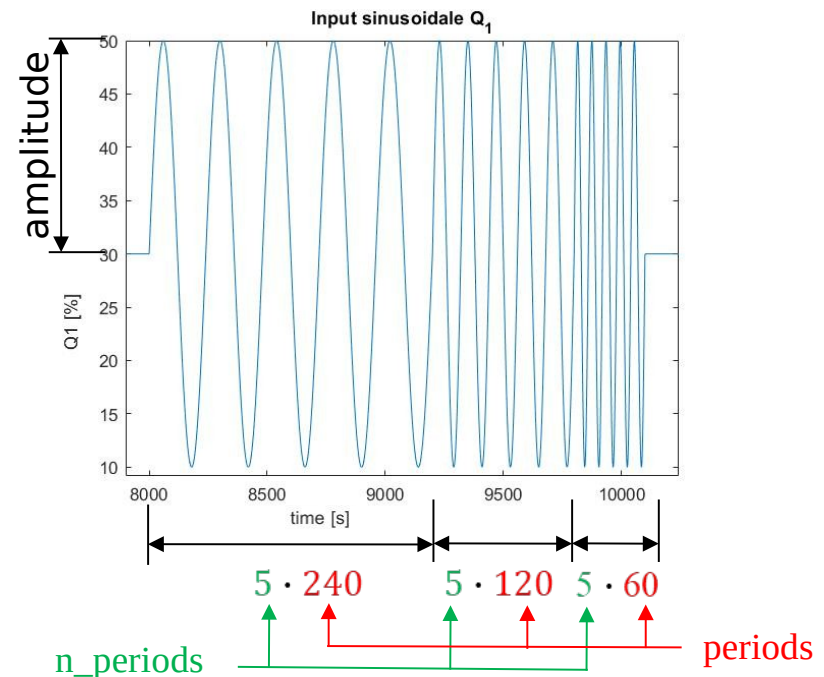
amplitude: 20

start\_time: 8000

periods: {240, 120, 60}

n\_periods: {5, 5, 5}

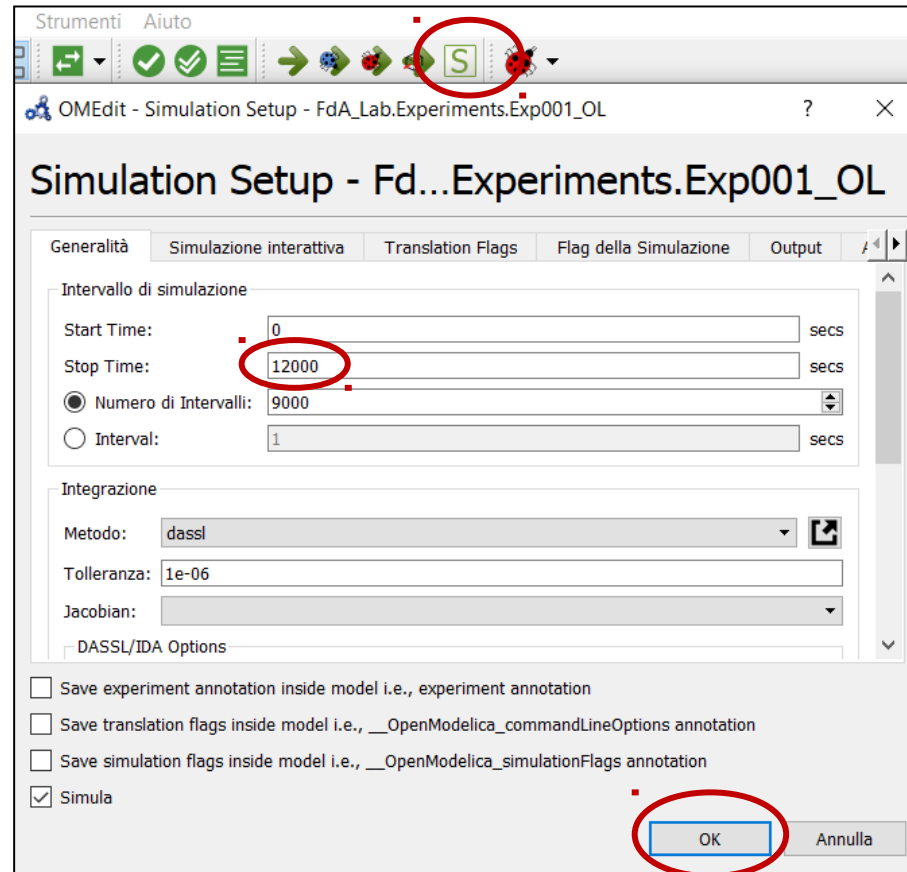
OK Annulla



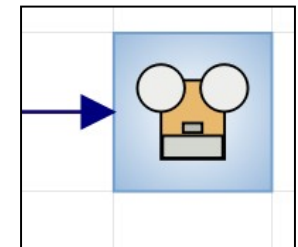
# Modelica - Registrazione della risposta sinusoidale



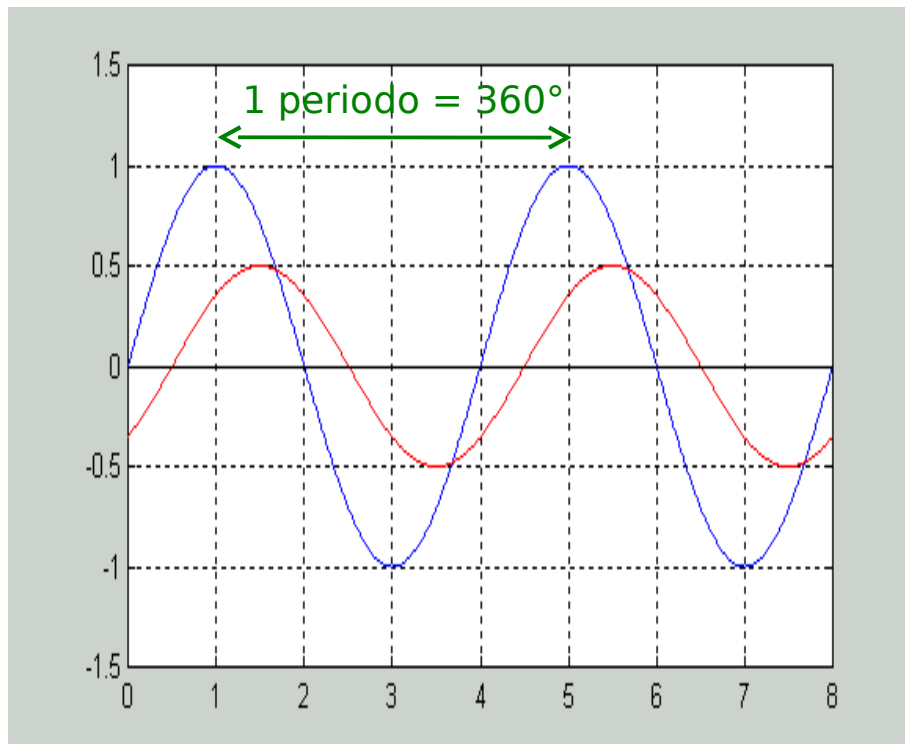
- Ora lanciamo la simulazione, simulando il sistema per 12000 secondi



- Registreremo la risposta di  $T_p$  (ossia PV) all'ingresso sinusoidale di  $Q_1$  (ossia CS).



- Modulo e fase della risposta in frequenza di un sistema dinamico a una data frequenza sono misurabili come rapporto tra le ampiezze e come sfasamento tra l'uscita forzata da un ingresso sinusoidale a quella frequenza e l'ingresso stesso. Esempio (ingresso in blu, uscita in rosso):



- Periodo: 4s
- Frequenza:  
 $\omega = 2\pi/4 = 1.571 \text{ r/s}$
- Ampiezza ingresso e uscita:  
1 e 0.5 rispettivamente
- Sfasamento: 0.5s in ritardo,  
ovvero  $-0.5/4 \cdot 360^\circ = -45^\circ$
- Modulo della risposta in frequenza a  
1.571 r/s:  
 $|G(1.571j)| = 0.5/1 = 0.5$
- fase della risposta in frequenza a  
1.571 r/s:  
 $\arg(G(1.571j)) = -45^\circ$

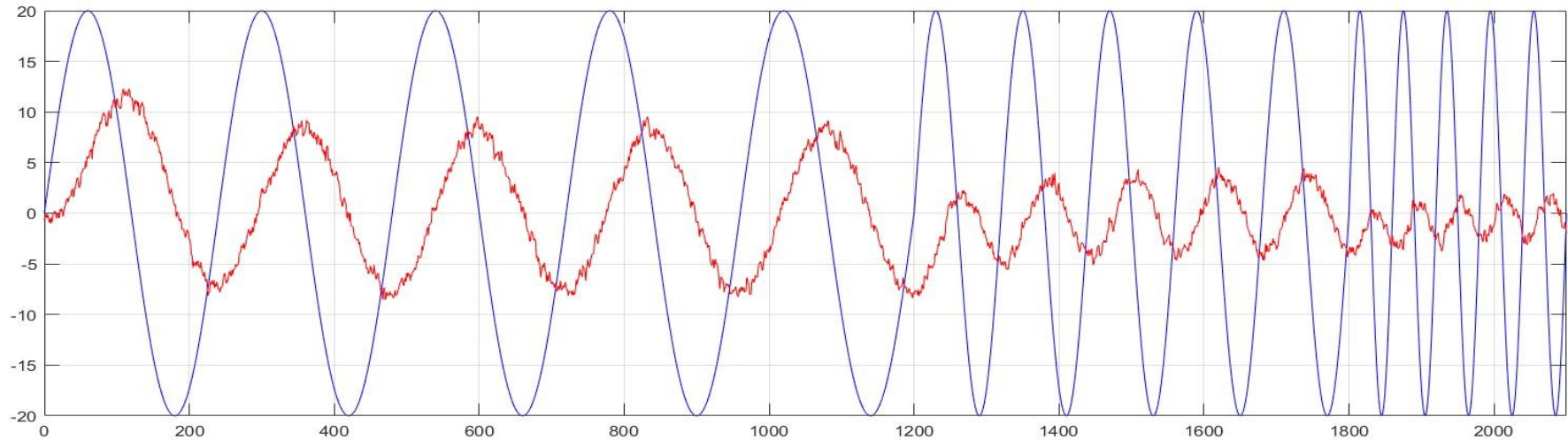


- Esportiamo come fatto in precedenza i dati registrati
- Rinominiamo il file in sen.csv, carichiamo i dati in Matlab, basiamo il tempo a zero e depuriamo i segnali dalla loro media, amplificando di 10 volte l'uscita se non si vede quasi nulla:

```
>>data=csvread('sen.csv',1);  
>>start=find(data(:,1)==8000)  
>>t=data(start:end,1);  
>>Q1=data(start:end,2);  
>>Tp=data(start:end,6);  
>>t=t-t(1);  
>>Tp=Tp-mean(Tp);  
>>Q1=Q1-30;  
>>plot(t,Q1,'b',t,10*Tp,'r');
```

- Ora, aiutandoci con lo zoom della figura, misuriamo i tre punti della risposta in frequenza.

# MATLAB - Misura di punti della risposta in frequenza



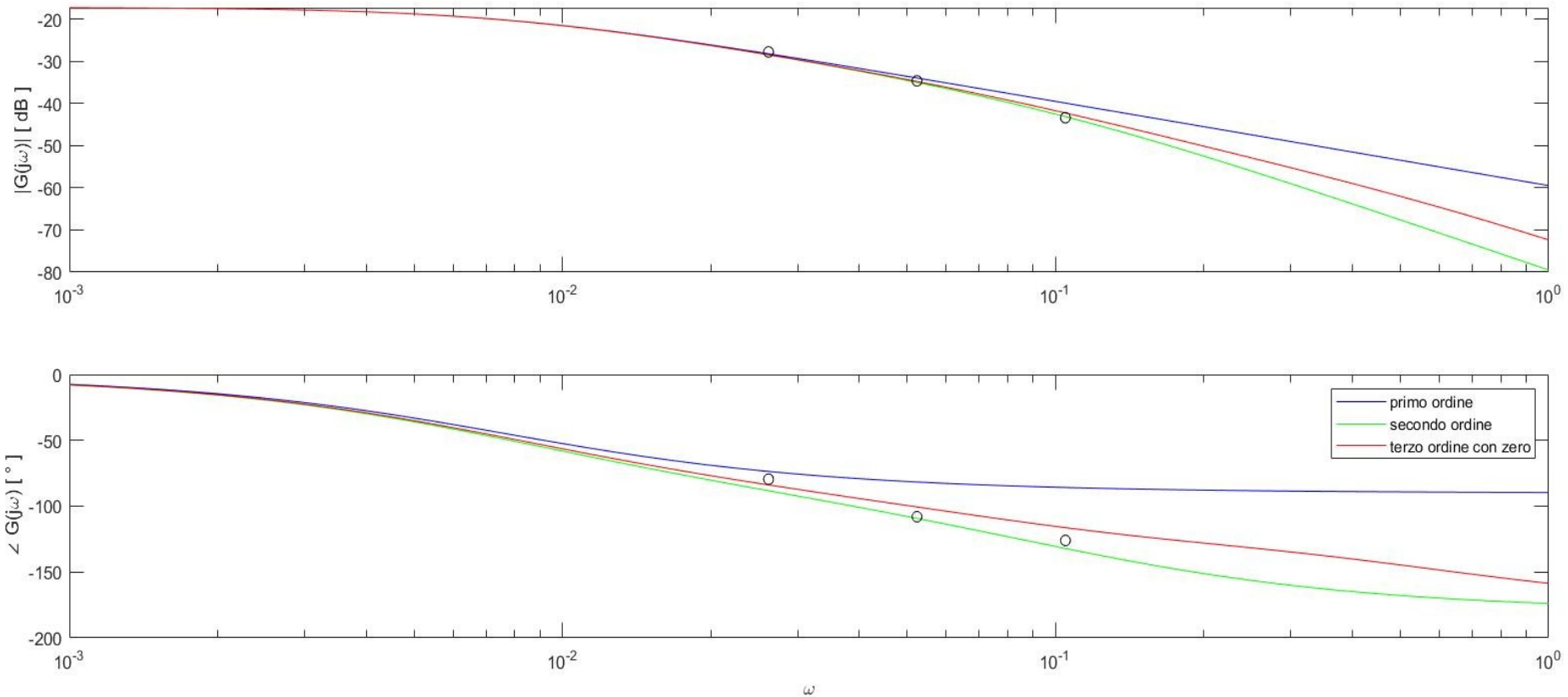
- Frequenza  $2\pi/240 = 0.0262$  r/s
  - Modulo:  $8.2/20/10 = 0.041$  °C/%
  - Fase:  $(60-113)/240 \cdot 360^\circ = -79.5^\circ$
- Frequenza  $2\pi/120 = 0.0524$  r/s
  - Modulo:  $3.72/20/10 = 0.0186$  °C/%
  - Fase:  $(1710-1746)/120 \cdot 360^\circ = -108^\circ$
- Frequenza  $2\pi/60 = 0.1047$  r/s
  - Modulo:  $1.36/20/10 = 0.0068$  °C/%
  - Fase:  $(2055-2076)/60 \cdot 360^\circ = -126^\circ$

**Ognuno faccia le misure  
sui suoi dati (5 min)**



- Ora vediamo se i tre modelli replicano o meno i punti della risposta in frequenza misurati, sovrapponendo i punti ai diagrammi di Bode dei tre modelli:

```
>>w=logspace(-3,0);  
>>[mM1,pM1]=bode(M1,w);  
>>[mM2,pM2]=bode(M2,w);  
>>[mM3,pM3]=bode(M3,w);  
>>mM1dB=20*log10(mM1(:));  
>>pM1=pM1(:);  
>>mM2dB=20*log10(mM2(:));  
>>pM2=pM2(:);  
>>mM3dB=20*log10(mM3(:));  
>>pM3=pM3(:);  
  
>>wp=2*pi./[240 120 60];  
>>mpdB=20*log10([0.041 0.0186 0.0068]);  
>>pp=[-79.5 -108 -126];  
  
>>subplot(211);  
>>semilogx(w,mM1dB,'b',w,mM2dB,'g',w,mM3dB,'r',wp,mpdB,'ok');  
>>subplot(212);  
>>semilogx(w,pM1,'b',w,pM2,'g',w,pM3,'r',wp,pp,'ok');  
>>legend('primo ordine','secondo ordine','terzo ordine con zero')
```

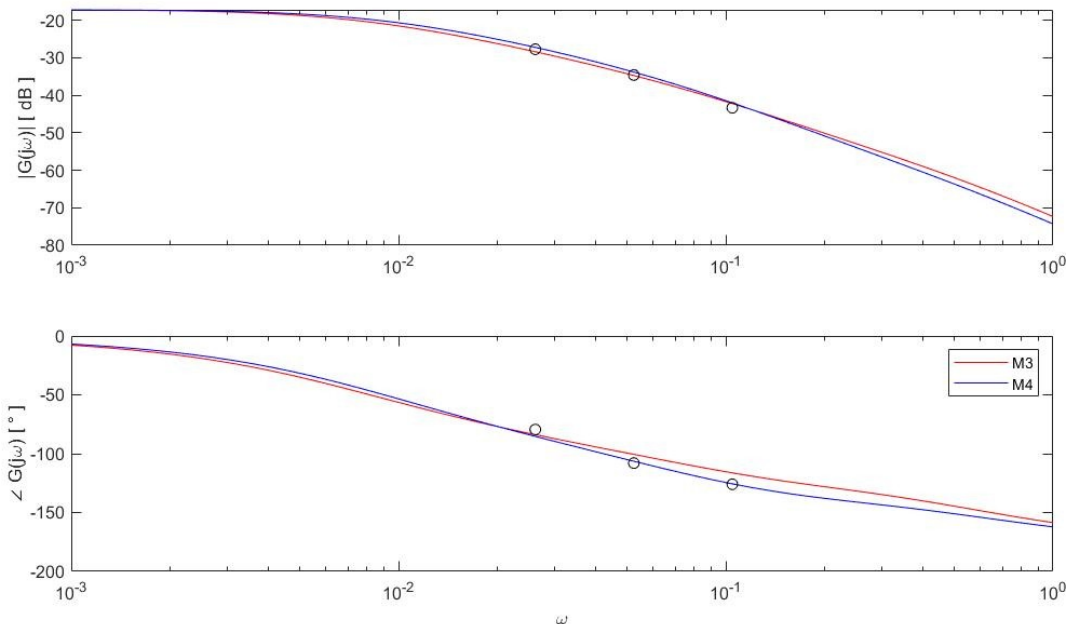


Nel caso mostrato l'accordo è buono ma non perfetto e lo zero sembra esserci (osservare la fase).

**Ognuno faccia la stessa cosa sui suoi dati (5 min)**

- Possiamo trovare un modello “migliore rispetto al dominio delle frequenze”, ad esempio

```
>>M4=tf(4.15/30*[4 1],conv(conv([110 1],[12 1]),[2 1]));  
>>[mM4,pM4]=bode(M4,w);  
>>mM4dB=20*log10(mM4(:));  
>>pM4=pM4(:);  
>>subplot(211);  
>>semilogx(w,mM3dB,'r',w,mM4dB,'b',wp,mpdB,'ok');  
>>subplot(212);  
>>semilogx(w,pM3,'r',w,pM4,'k',wp,pp,'ok');legend('M3','M4')
```



Se però analizziamo la risposta a scalino di M4, scopriamo che esso riproduce i dati un po' meno bene degli altri tre modelli.

- Abbiamo conosciuto l'apparato sperimentale che useremo e posto il nostro problema di controllo.
- Abbiamo scritto un modello dell'apparato basandoci su equazioni di primo principio e, come sempre succede, su ipotesi semplificative.
- Dalla struttura del modello abbiamo dedotto quella (o quelle possibili) della funzione di trasferimento d'interesse per il nostro problema.
- Abbiamo fatto delle prove nei domini del tempo e della frequenza per parametrizzare tale funzione di trasferimento.
- Abbiamo osservato che nessuna delle funzioni di trasferimento determinate è migliore delle altre secondo tutti i punti di vista.
- Che cosa abbiamo imparato da tutto ciò?

- Il modello perfetto non c'è perché nessuna delle necessarie ipotesi semplificative è a rigore vera: tutti i modelli sono schematizzazioni buone per un certo insieme di problemi e non per un altro.
- Un modello identificato nel solo dominio del tempo mira a riprodurre bene i dati da cui è tratto e non è in generale particolarmente preciso in nessuna banda.
- Un modello identificato badando anche al dominio della frequenza può essere reso preciso nella banda desiderata, a patto di avere dati in quella banda: questo può essere molto utile per la sintesi del controllo.
- Ripareremo di tutto ciò nella prossima esercitazione, quando useremo i modelli trovati oggi per sintetizzare con MATLAB il controllo di temperatura, valutarlo e simularne i risultati.