Laboratorio di Fondamenti di Automatica
Seconda esercitazione

Sintesi e prova del controllo di temperatura

Premessa

- Scopo di quest'esercitazione di laboratorio:
  - sintetizzare, simulare e provare sperimentalmente diversi regolatori di temperatura per l'apparato termico sperimentale, confrontando i risultati ottenuti e commentando il tutto alla luce delle competenze apprese nel corso.

- Contenuto dell'esercitazione:
  - sintesi di diversi regolatori PID
    - sulla base dei modelli determinati nella precedente esercitazione,
    - con differenti specifiche sul comportamento del sistema in anello chiuso;
  - simulazione in MATLAB dei sistemi di controllo ottenuti;
  - prova sperimentale dei regolatori e confronto con le simulazioni.

Modelli

- I modelli determinati nella prima esercitazione sono quattro, e precisamente
  - uno del prim'ordine ottenuto dalla risposta a scalino (M1),
  - uno del second'ordine senza zeri (struttura “fisica” nel caso di apparato simmetrico) ottenuto dalla risposta a scalino (M2),
  - uno del terz'ordine con uno zero (struttura “fisica” nel caso di apparato non simmetrico) ottenuto dalla risposta a scalino (M3),
  - uno del terz'ordine con uno zero ottenuto da punti della risposta in frequenza (M4).
- Definiamo questi modelli in MATLAB (ognuno usi i propri numeri):

```
>>M1=tf(0.1383,[130 1]);
>>M2=tf(0.1383,conv([130 1],[10 1]));
>>M3=tf(0.1383*[5 1],conv(conv([130 1],[10 1]),[2 1]));
>>M4=tf(0.1383*[4 1],conv(conv([110 1],[12 1]),[2 1]));
```

Regolatore R1

- Sintetizziamo un regolatore PI, **$R1(s)=K(1+1/sTi)=K(sTi+1)/s$, in modo da ottenere un tempo di assestamento Ta della risposta in anello chiuso ad uno scalino di set point pari a 120 s (ovvero $\omega_c=5/Ta=5/120=0.04$ r/s).**

- **Per farlo, con riferimento al modello M1, che ha struttura $M1(s)=\mu/(1+sT1)$, poniamo per prima cosa $Ti=T1$. In questo modo lo zero del regolatore R1 cancella il polo del modello M1.**

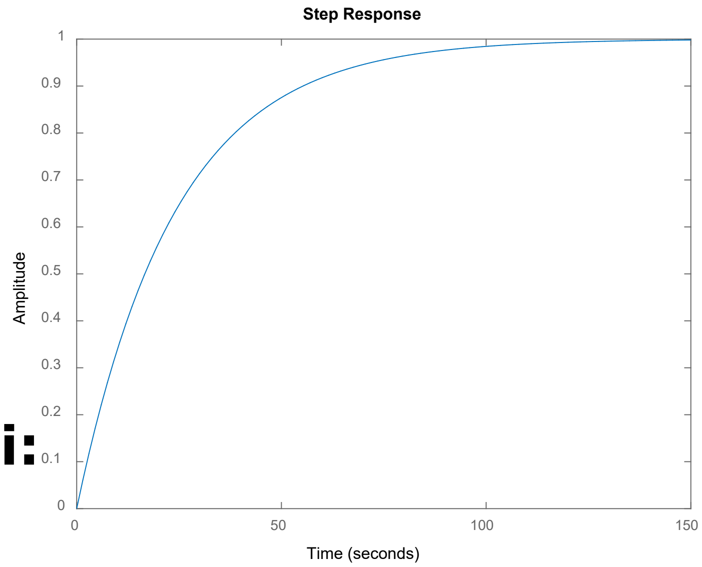
- **Otteniamo la funzione di trasferimento d'anello $L(s)=\mu K/(sT1)$ la cui pulsazione critica vale $\omega_c=\mu K/T1$.**

- **Per assegnare $\omega_c=5/120$, si deve quindi scegliere $K=5/120*T1/\mu$.**

Regolatore R1

- **Con i dati "nominali" (μ=0.1383, T_1=130) si ottiene:**

```
>>Ti=130; (questo produce L(s)=R1(s)*M1(s)=0.1383K/(130s))
>>mu=0.1383
>>K=5/120*Ti/mu;
>>R1=K*(1+tf(1,[Ti 0]));
>>step(R1*M1/(1+R1*M1),150);
```



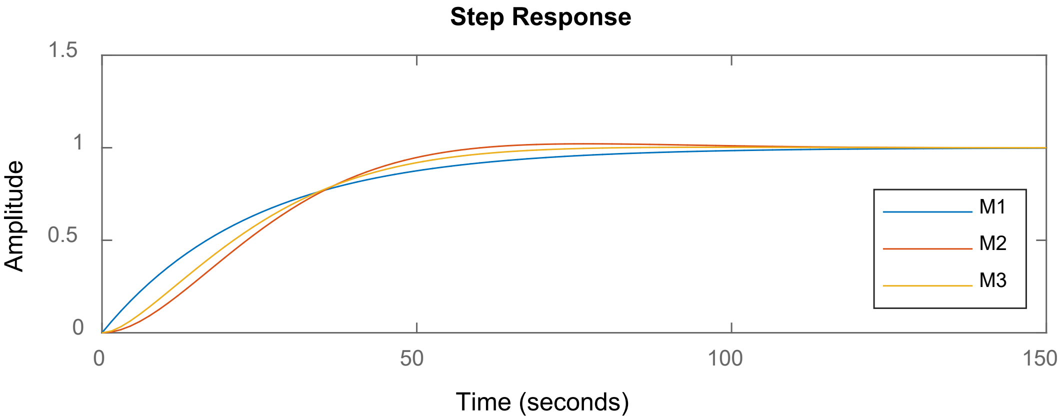
- **Valutiamo ω_c e φ_m con tutti e 4 i modelli:**

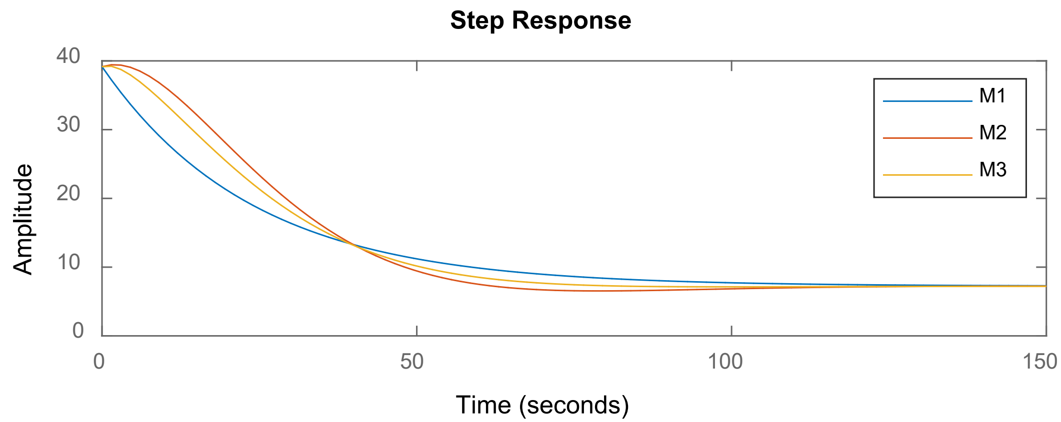
```
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M1);[wc,pm]
ans = 0.0417    90.0000
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M2);[wc,pm]
ans = 0.0388    68.7739
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M3);[wc,pm]
ans = 0.0394    75.1378
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M4);[wc,pm]
ans = 0.0438    68.9616
```

Regolatore R1

- Simuliamo con i 3 modelli le risposte (delle variazioni) di PV e CS:

```
>>subplot(211); step(R1*M1/(1+R1*M1),R1*M2/(1+R1*M2),R1*M3/(1+R1*M3),150);
>>legend('M1','M2','M3');
>>subplot(212); step(R1/(1+R1*M1),R1/(1+R1*M2),R1/(1+R1*M3),150);
>>legend('M1','M2','M3');
```



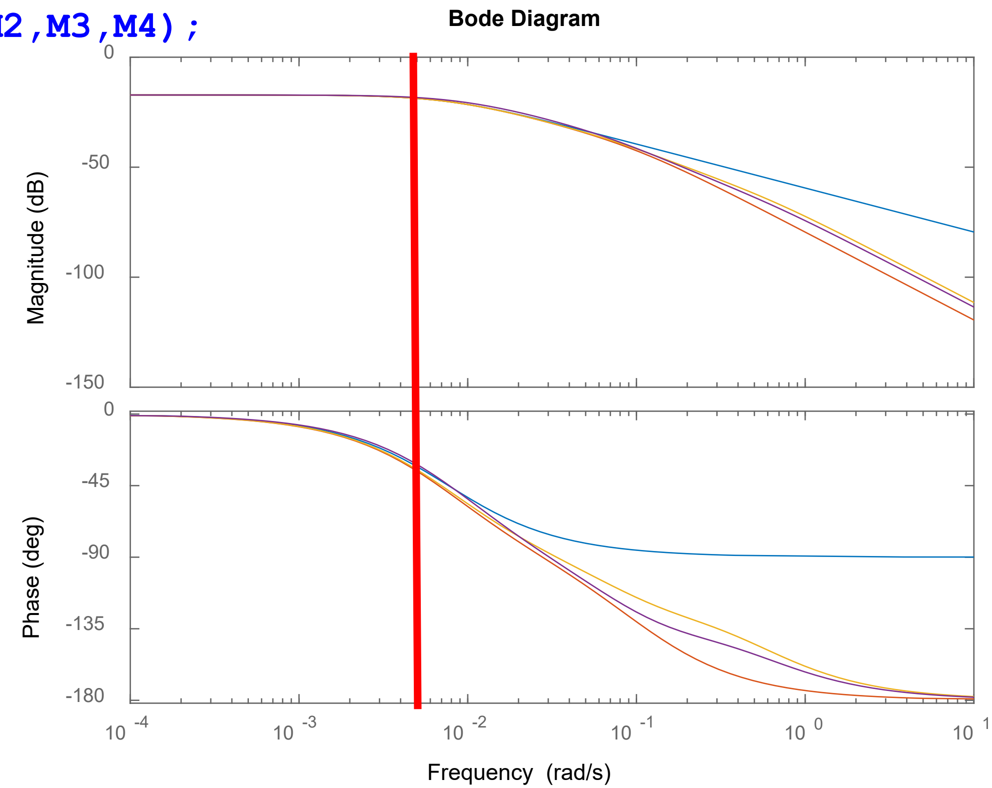


- Si vedono differenze significative tra le 3 risposte.
- Cerchiamo di capire il perchè valutando le differenze tra i 3 modelli in termini di risposta in frequenza.

Valutazione della risposta in frequenza dei modelli

- Vediamo modulo e fase della risposta in frequenza dei modelli:

```
>>clf; bode(M1,M2,M3,M4);
```



- **I modelli sono equivalenti solo fino a pulsazioni dell'ordine di 0.005 r/s.**
- **Per ottenere risposte uguali con tutti i modelli bisogna scegliere $\omega_c \leq 0.005$ r/s (nel progetto di R1 $\omega_c = 5/120 = 0.04$ r/s).**

Regolatore R2

- **Seguendo lo stesso procedimento del caso precedente, progettiamo ora un regolatore R2 con la stessa struttura di R1 tale che ω_c=0.005 r/s.**
- **Con i dati "nominali" (μ=0.1383, T1=130) si ottiene:**

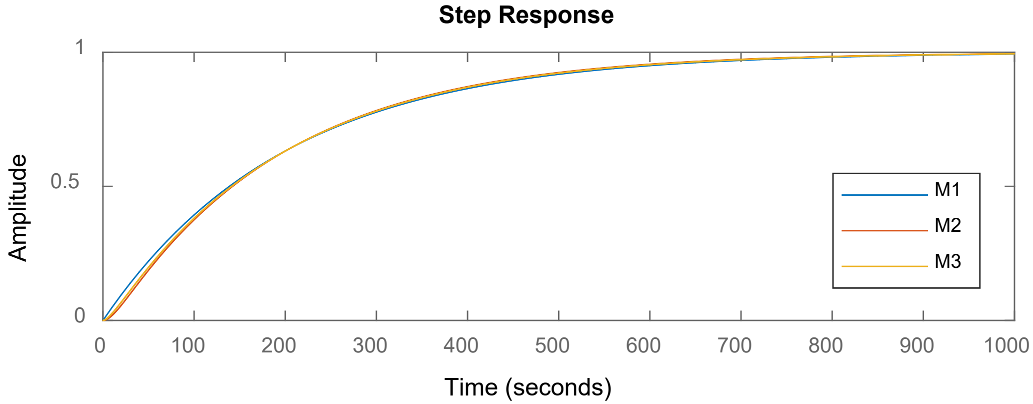
```
>>Ti=130;
>>mu=0.1383;
>>K2=0.005*Ti/mu;
>>R2=K2*(1+tf(1,[Ti 0]));
```

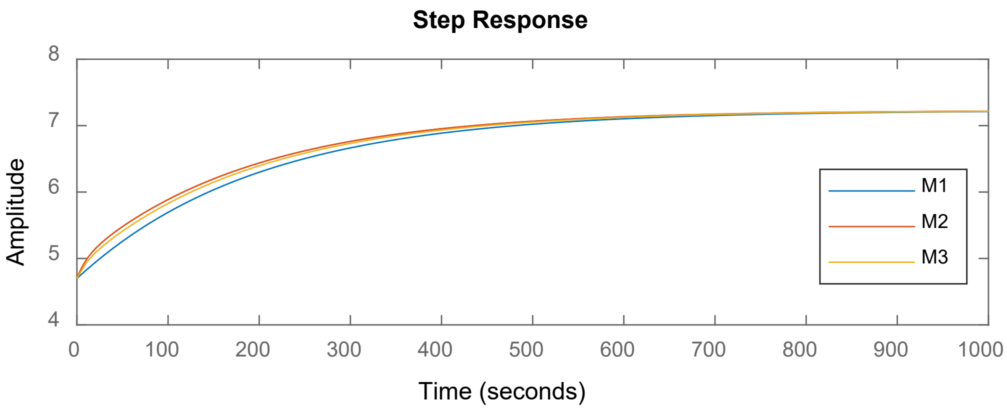
- **Il tempo di assestamento sarà ora $T_a=5/\omega_c=5/0.005=1000$ s invece di 120 s.**

Regolatore R2

- **Simuliamo con i 3 modelli le risposte (delle variazioni) di PV e CS:**

```
>>subplot(211); step(R2*M1/(1+R2*M1),R2*M2/(1+R2*M2),R2*M3/(1+R2*M3),1000);
>>legend('M1','M2','M3');
>>subplot(212); step(R2/(1+R2*M1),R2/(1+R2*M2),R2/(1+R2*M3),1000);
>>legend('M1','M2','M3');
```





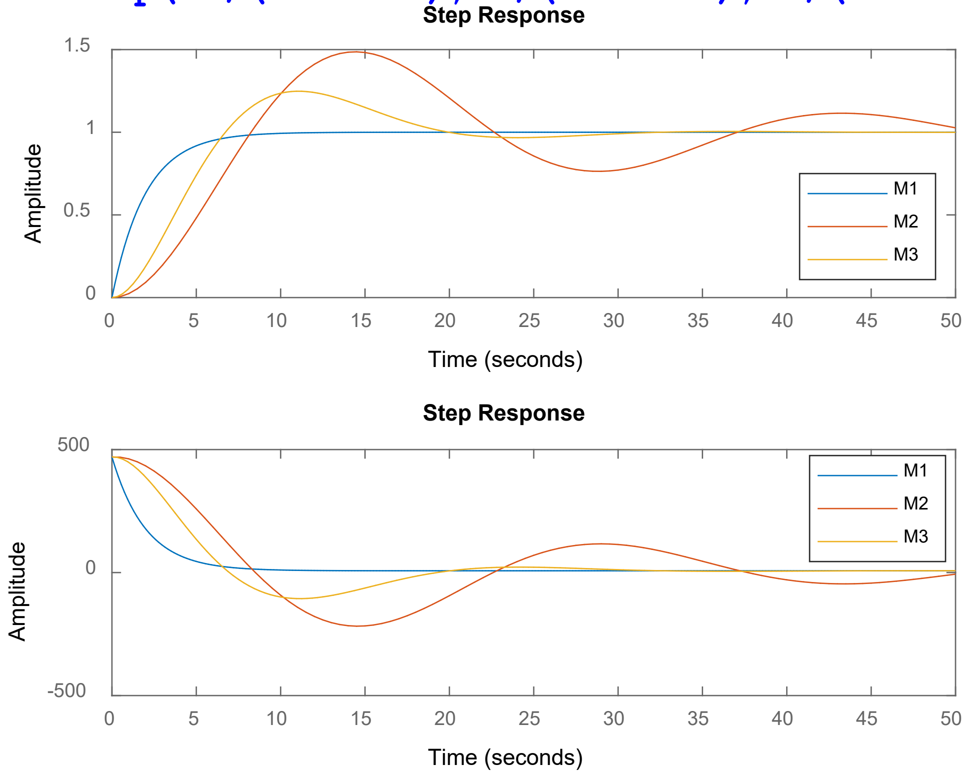
CONCLUSIONI:

- possiamo anche usare modelli grossolani, ma possiamo fidarcene solo in bassa frequenza e dobbiamo ridurre quindi le prestazioni richieste.
- Per ottenere prestazioni migliori ci servono modelli affidabili anche a frequenze "alte".

Regolatore R3

- Convinciamoci meglio richiedendo una banda di controllo $[0,\omega_c]$ che si estende a pulsazioni dove M1 non è più affidabile (ad esempio ω_c=0.5 r/s):

```
>>Ti=130; K3=0.5*Ti/mu; R3=K3*(1+tf(1,[Ti 0]));
>>subplot(211);
>>step(R3*M1/(1+R3*M1),R3*M2/(1+R3*M2),R3*M3/(1+R3*M3),R3*M4/(1+R3*M4),50);
>>subplot(212);
>>step(R3/(1+R3*M1),R3/(1+R3*M2),R3/(1+R3*M3),R3/(1+R3*M4),50);
```



- Si vede che le simulazioni con M1 non descrivono in maniera adeguata il comportamento del sistema (qualunque sia la "verità", essa è di certo più vicina a quanto dicono gli altri modelli).
- Se esagerassimo, richiedendo una banda di controllo ancora più ampia, potremmo anche arrivare all'instabilità.

Regolatore R4

- Usiamo un modello migliore (ad esempio M2) e tariamo un regolatore PID reale.

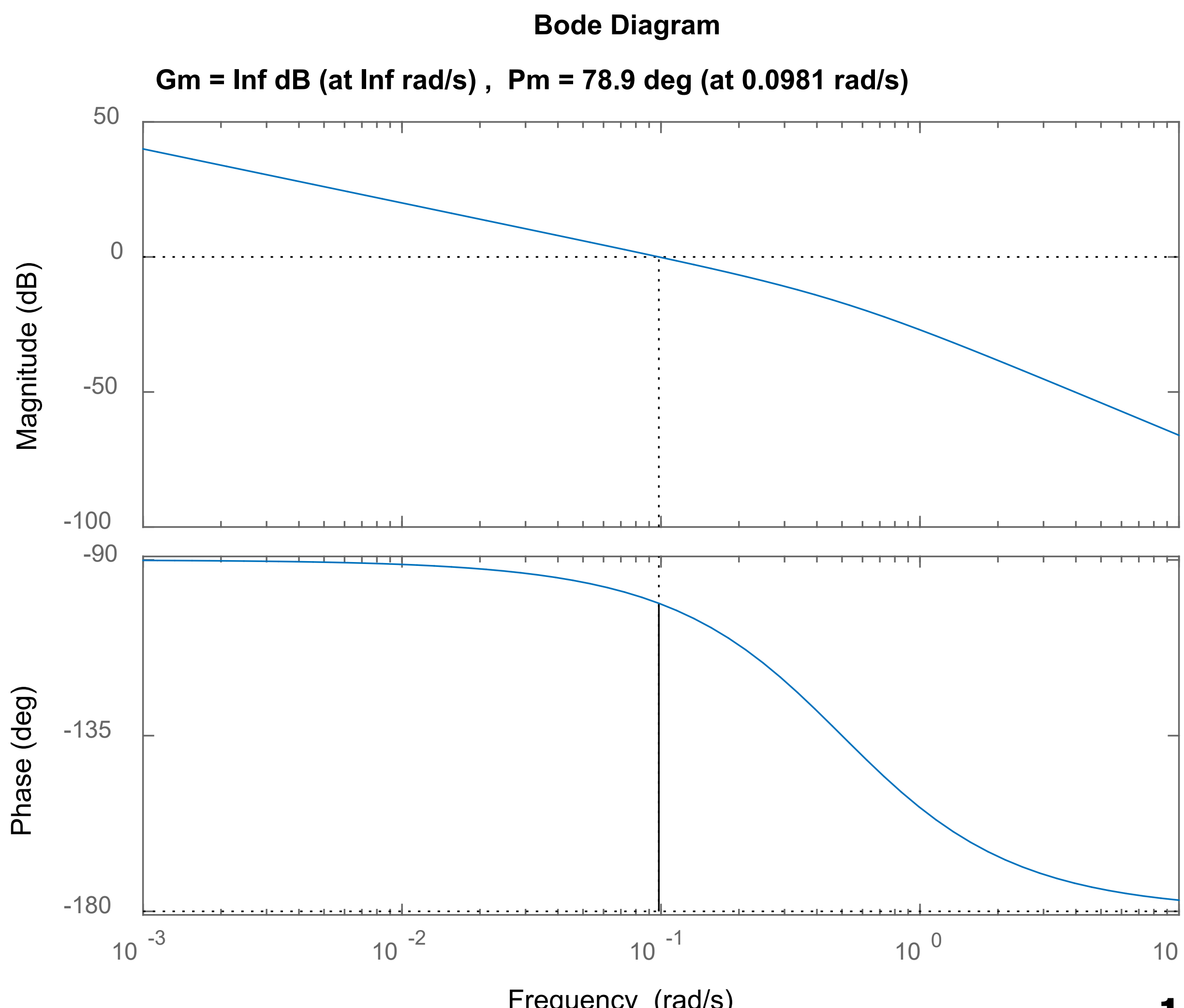
- **Il modello M2 ha struttura $M2(s)=\mu/[(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)]$, mentre il regolatore R4 ha struttura $R4(s)=\mu_R(1+sT_1)(1+sT_2)/[s(1+s\tau)]$.**

- **Sintetizziamo R4 in modo che la funzione di trasferimento d'anello $L(s)=R4(s)M2(s)$ abbia la forma $0.1/[s(2s+1)]$, scelta per ottenere ω_c=0.1 r/s, ovvero la costante di tempo dominante in anello chiuso pari a 10 s, e ponendo il secondo polo di $L(s)$ alla pulsazione 0.5 r/s, cioè mezza decade dopo la pulsazione critica.**

- R4 quindi è data da $R4(s)=L(s)/M2(s)=1/M2(s)*\mathbf{0.1/[s(2s+1)]}$.

Regolatore R4

```
>>R4=1/M2*tf(1,conv([10 0],[2 1]))
Transfer function:
1300 s^2 + 140 s + 1
--------------------
2.767 s^2 + 1.383 s
>>margin(R4*M2)
```



Regolatore R4

- Esprimiamo R4 nella forma (detta anche forma ISA)

$$R4(s) = K\left(1 + \frac{1}{sTi} + \frac{sTd}{1 + sTd/N}\right) = \frac{K}{Ti}\frac{s^2 Ti\big(Td + Td/N\big) + s\big(Ti + Td/N\big) + 1}{s\big(1 + sTd/N\big)}$$

- Dal confronto con l'espressione determinata precedentemente, cioè

  R4(s)=(1300 s^2+140s+1)/[s(2.767s+1.383)]=

  =1/1.383 (1300 s^2+140s+1)/[s(2s+1)]

  scriviamo il sistema di equazioni che ci permette di calcolare K, Ti, Td e N

Regolatore R4

- Esprimiamo R4 nella forma (detta anche forma ISA)

$$R4(s) = K\left(1 + \frac{1}{sTi} + \frac{sTd}{1 + sTd/N}\right) = \boxed{\frac{K}{Ti}} \frac{s^2 \boxed{Ti\left(Td + Td/N\right)} + s\boxed{\left(Ti + Td/N\right)} + 1}{s\left(1 + s\boxed{Td/N}\right)}$$

R4(s)=(1300 s^2+140s+1)/[s(2.767s+1.383)]=

=$\boxed{1/1.383}$ ($\boxed{1300}$ s^2+$\boxed{140}$s+1)/[s($\boxed{2}$s+1)]

$$\begin{cases} \boxed{\dfrac{K}{Ti} = \dfrac{1}{1.383}} \\ \boxed{Ti\left(Td + Td/N\right) = 1300} \\ \boxed{\left(Ti + Td/N\right) = 140} \\ \boxed{Td/N = 2} \end{cases}$$

- Esprimiamo R4 nella forma (detta anche forma ISA)

$$R4(s) = K\left(1 + \frac{1}{sTi} + \frac{sTd}{1+sTd/N}\right) = \boxed{\frac{K}{Ti}}\,\frac{s^2\boxed{Ti(Td+Td/N)} + s\boxed{(Ti+Td/N)} + 1}{s(1+s\boxed{Td/N})}$$

R4(s)=(1300 s^2+140s+1)/[s(2.767s+1.383)]=

=$\boxed{1/1.383}$ ($\boxed{1300}$ s^2+$\boxed{140}$s+1)/[s($\boxed{2}$s+1)]

$$\begin{cases} \boxed{\dfrac{K}{Ti} = \dfrac{1}{1.383}} \\ \boxed{Ti(Td+Td/N) = 1300} \\ \boxed{(Ti+Td/N) = 140} \\ \boxed{Td/N = 2} \end{cases}$$

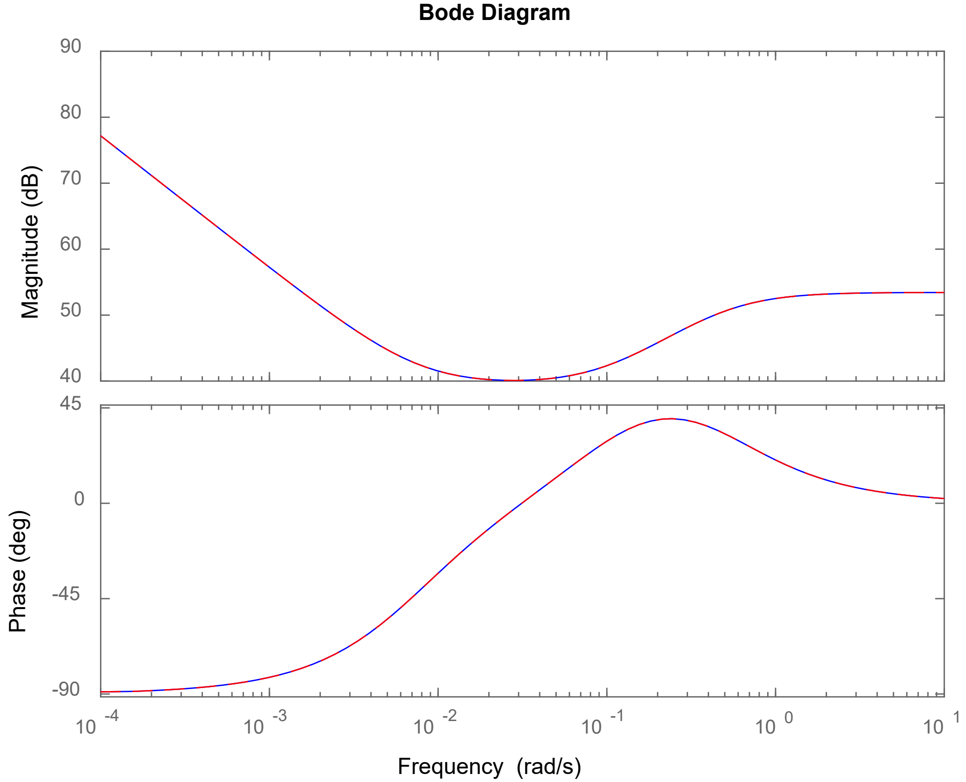
- **Td/N = 2 (costante di tempo del polo del derivatore)**
- **K/Ti=1/1.383 (guadagno di R4)**
- **Ti+Td/N=140 da cui Ti=140-2=138**
- **Ti(Td+Td/N)=1300 da cui:**

  Td=1300/138-2=7.42 e ■ **N=7.42/2=3.71**
- **K=Ti/1.383=138/1.383=99.78**

Regolatore R4

- Verifichiamo:

```
>>bode(R4,99.78*(1+tf(1,[138 0])+tf([7.42 0],[7.42/3.71 1])))
```



- R4 nella forma ISA è quindi dato da

$$R4(s) = 99.78\left(1 + \frac{1}{138s} + \frac{7.42s}{1+2s}\right)$$

Riepilogo dei regolatori da provare

- Ora proveremo sul simulatore i regolatori (PI/PID ISA) seguenti:

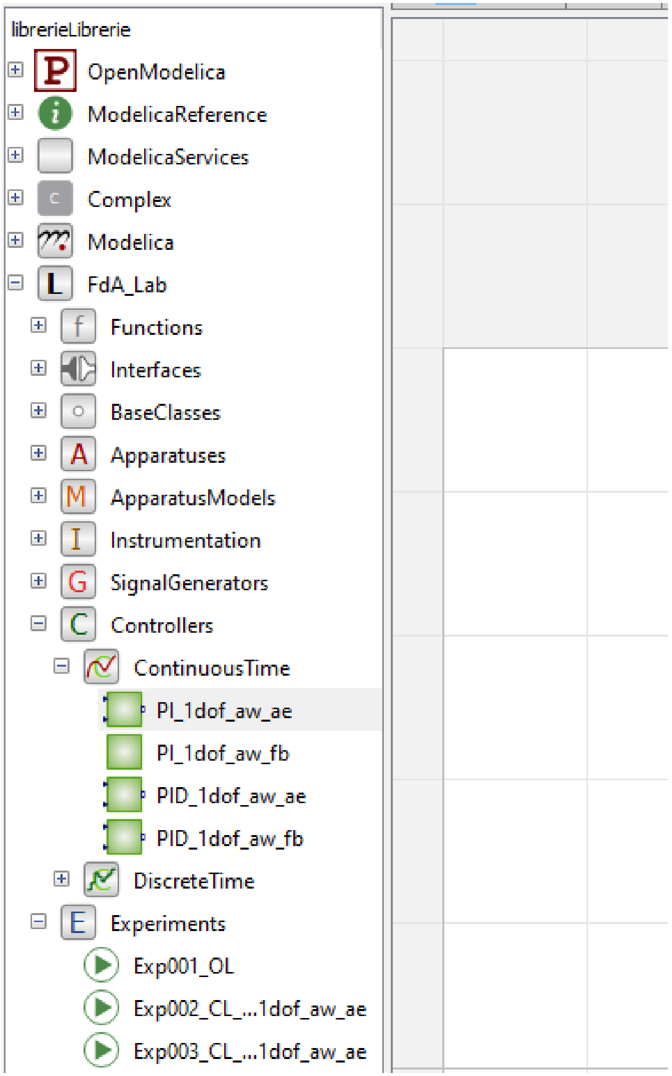
	K	Ti	Td	N
R1	39.16	130		
R2	4.70	130		
R3	469.88	130		
R4	99.78	138	7.42	3.71

- Per eseguire le prove occorrerà una condizione iniziale di riferimento, per cui
  - porremo SP a 25°C con il regolatore impostato con i parametri di R1;
  - a t=400s daremo uno scalino al SP di +3°C;
  - a t=800s daremo un disturbo a scalino con Q2=+20%.

Prove da effettuare

- Segnali da applicare:
  - scalini di SP di ±3°C,
  - scalini di LD (Q_2) di ±20%.
- Caratteristiche da valutare:
  - tempo di assestamento e sovraelongazione della risposta a SP
  - tempo di assestamento e massima deviazione della risposta a LD
  - saturazione di CS quando la banda passante è troppo alta (R3)
- Commentare i risultati.

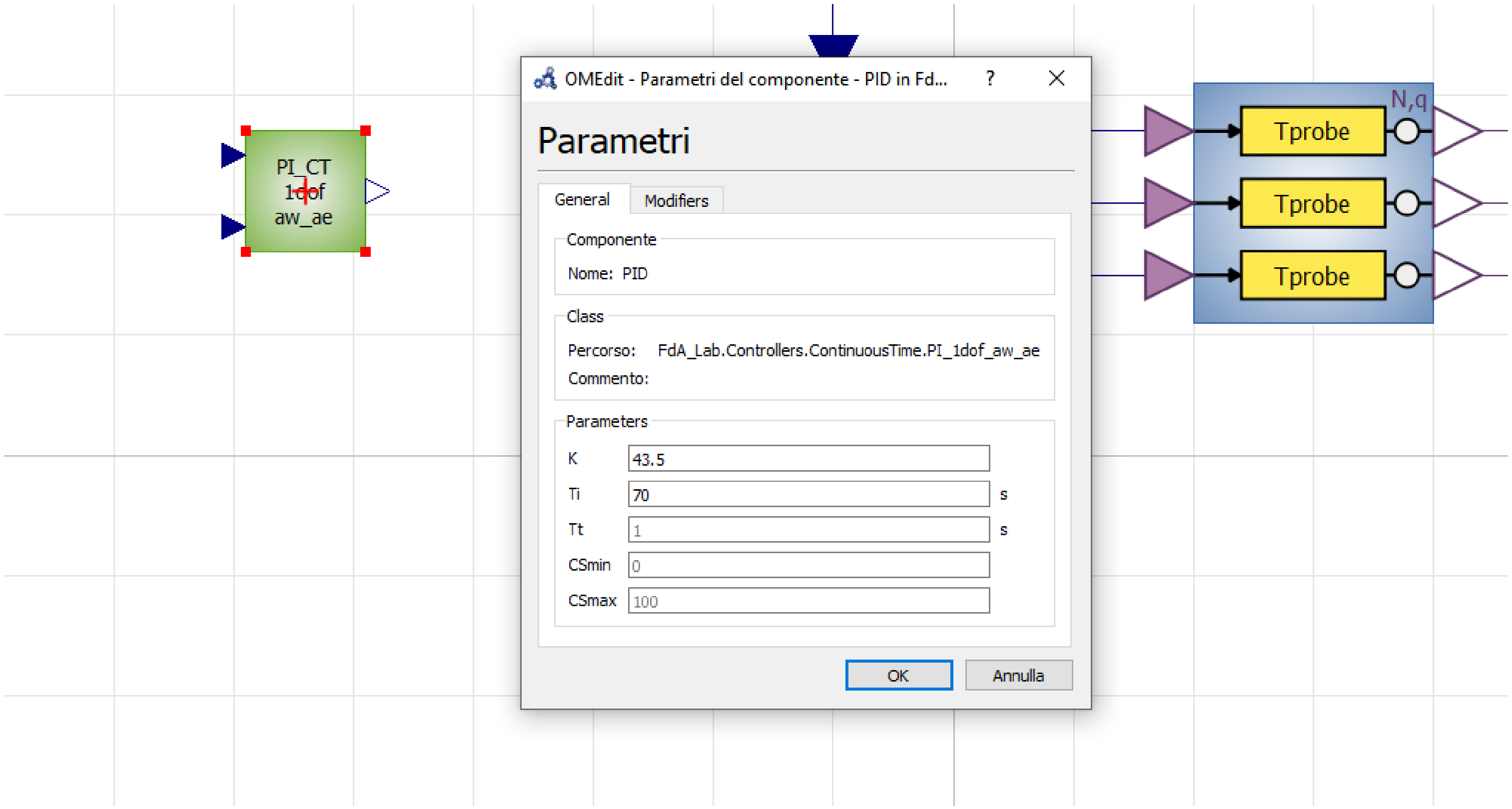
Prove da effettuare



Per inserire il regolatore nello schema, selezionarlo dalla libreria dei blocchi a sinistra. Sono disponibili PI e PID.

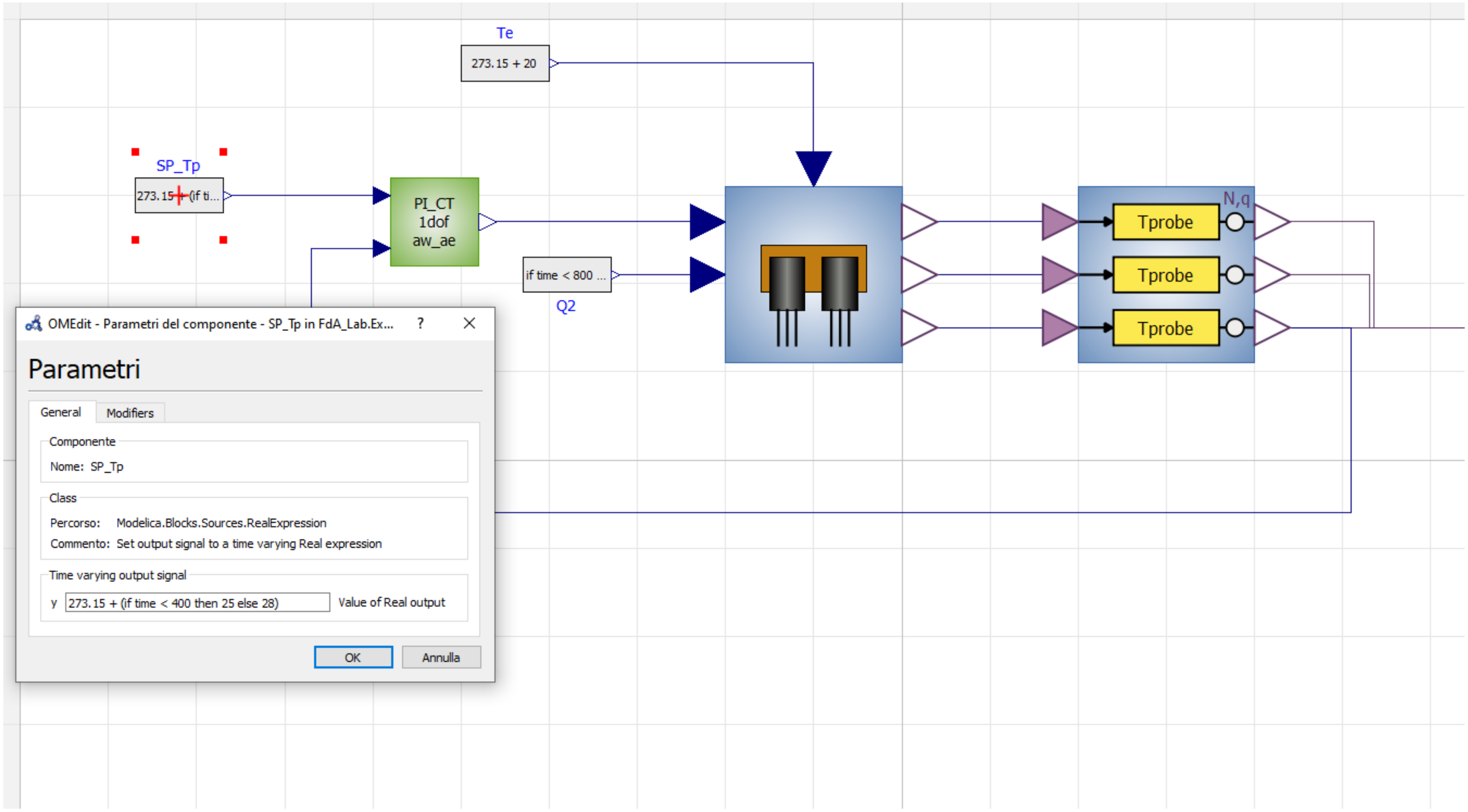
Prove da effettuare

Una volta trascinato nello schema, I parametri di modificano con un doppio click.



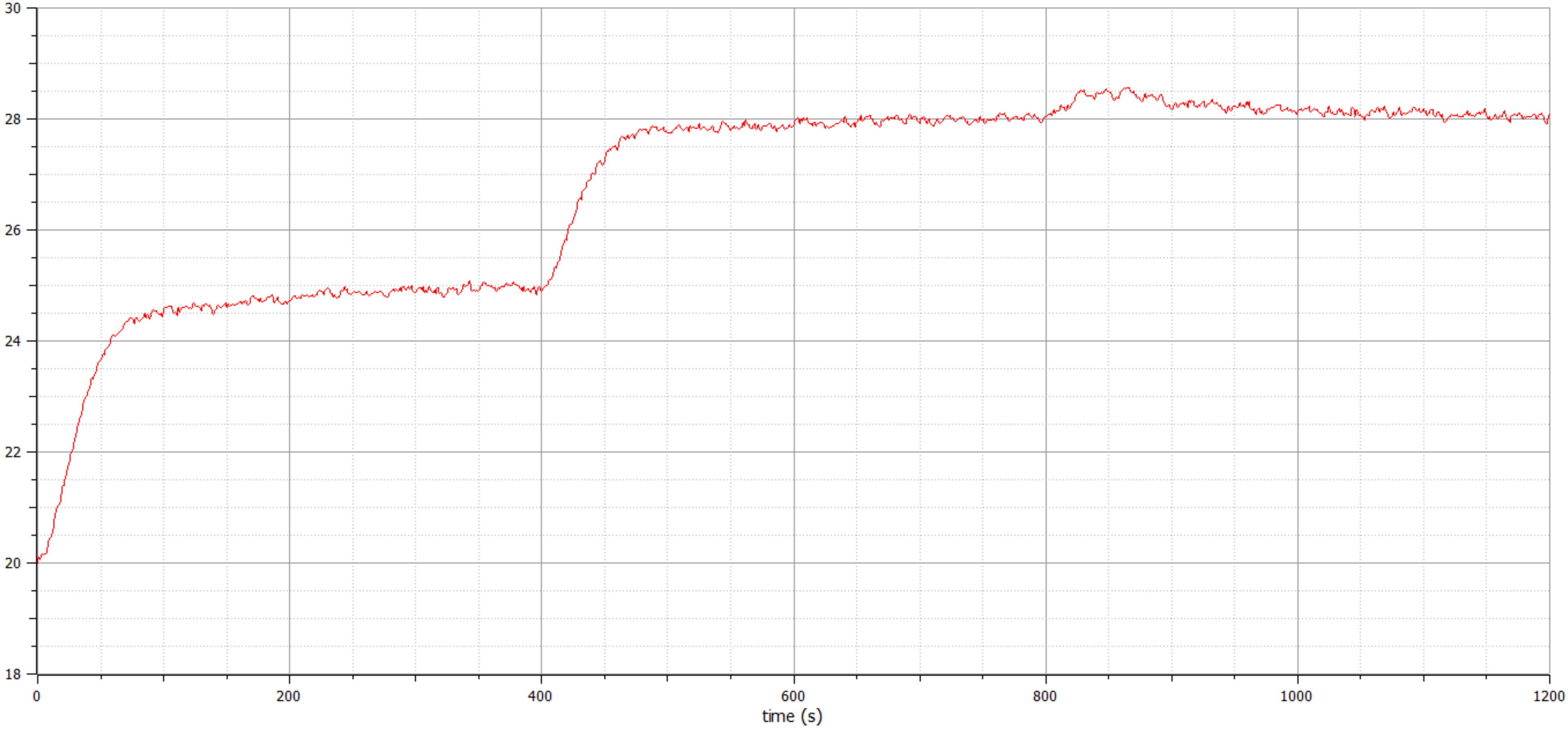
Prove da effettuare

Non resta che connettere il regolatore al sistema e aggiungere un set-point (SP).



Prove da effettuare – R1

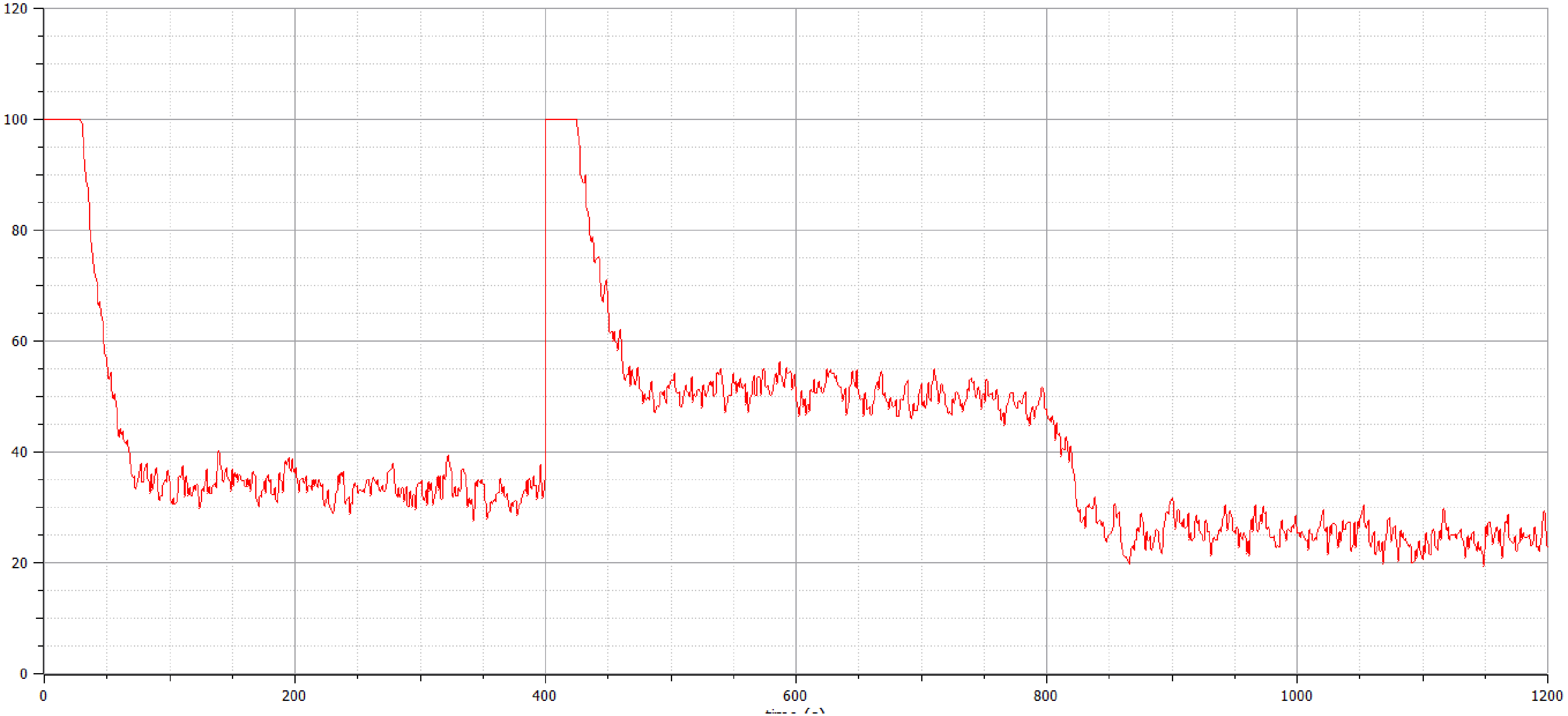
- Temperatura Tp:



Ta=120s, come da design

Prove da effettuare – R1

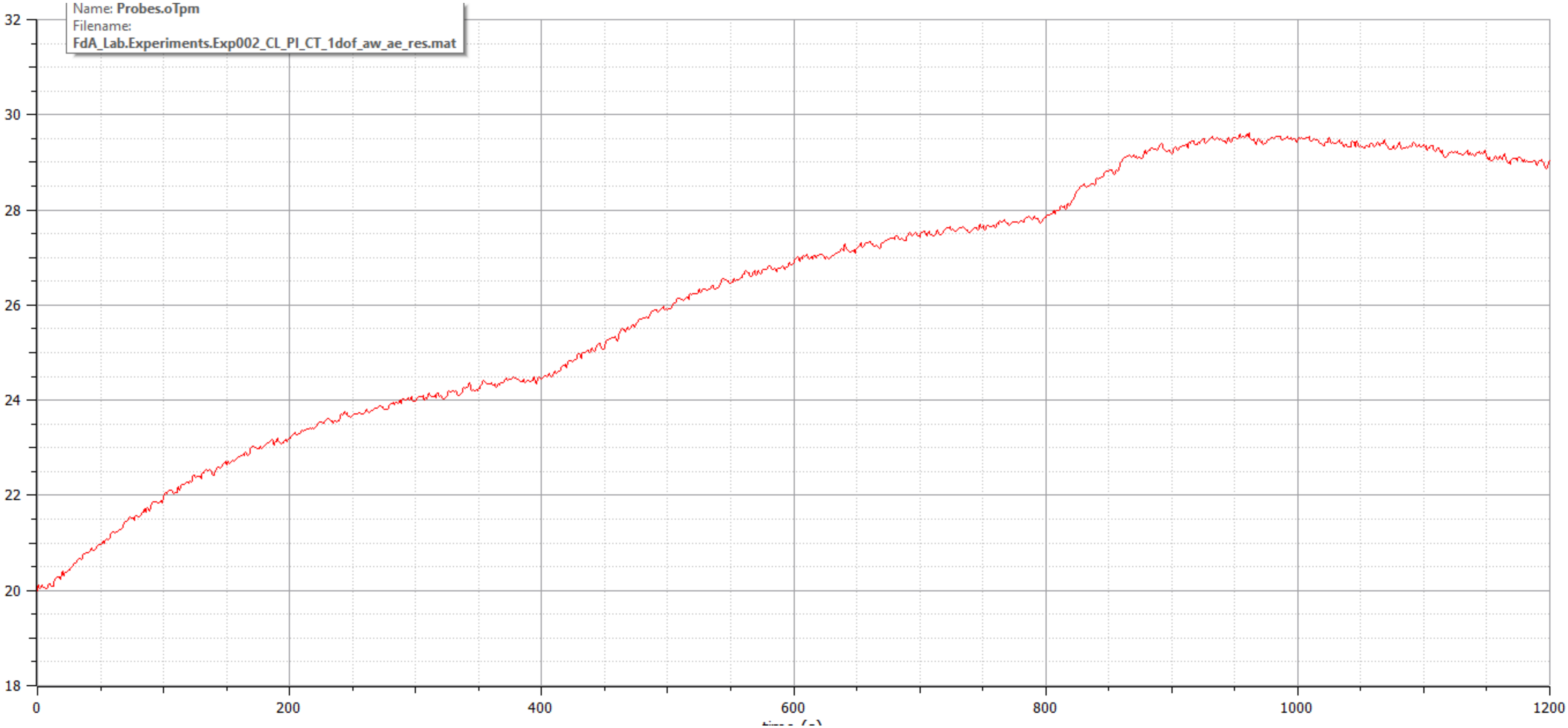
- Variabile di controllo CS (Q1):



La banda passante richiesta è raggiungibile quasi senza saturazione della variabile di controllo

Prove da effettuare – R2

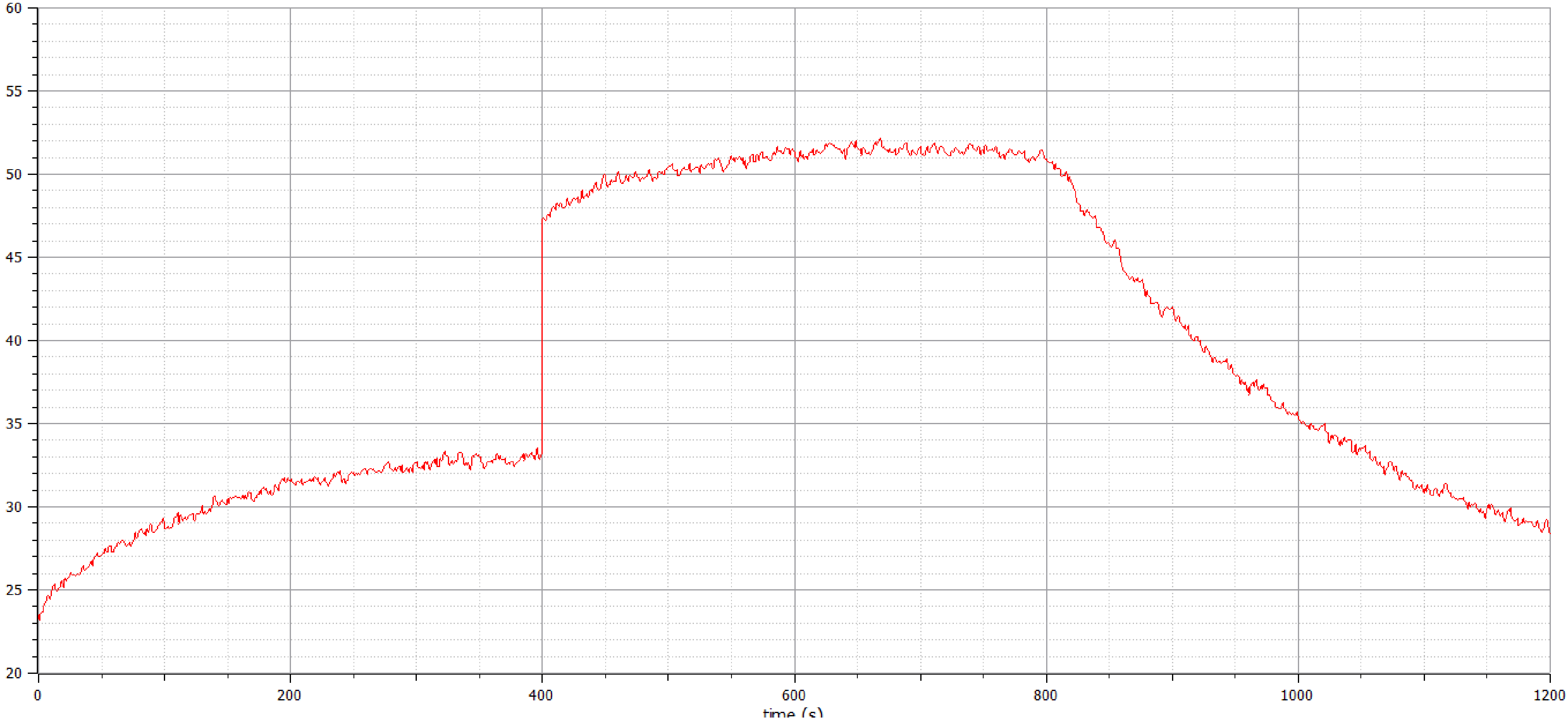
- Temperatura Tp:



Ta=1000s, come da design

Prove da effettuare – R2

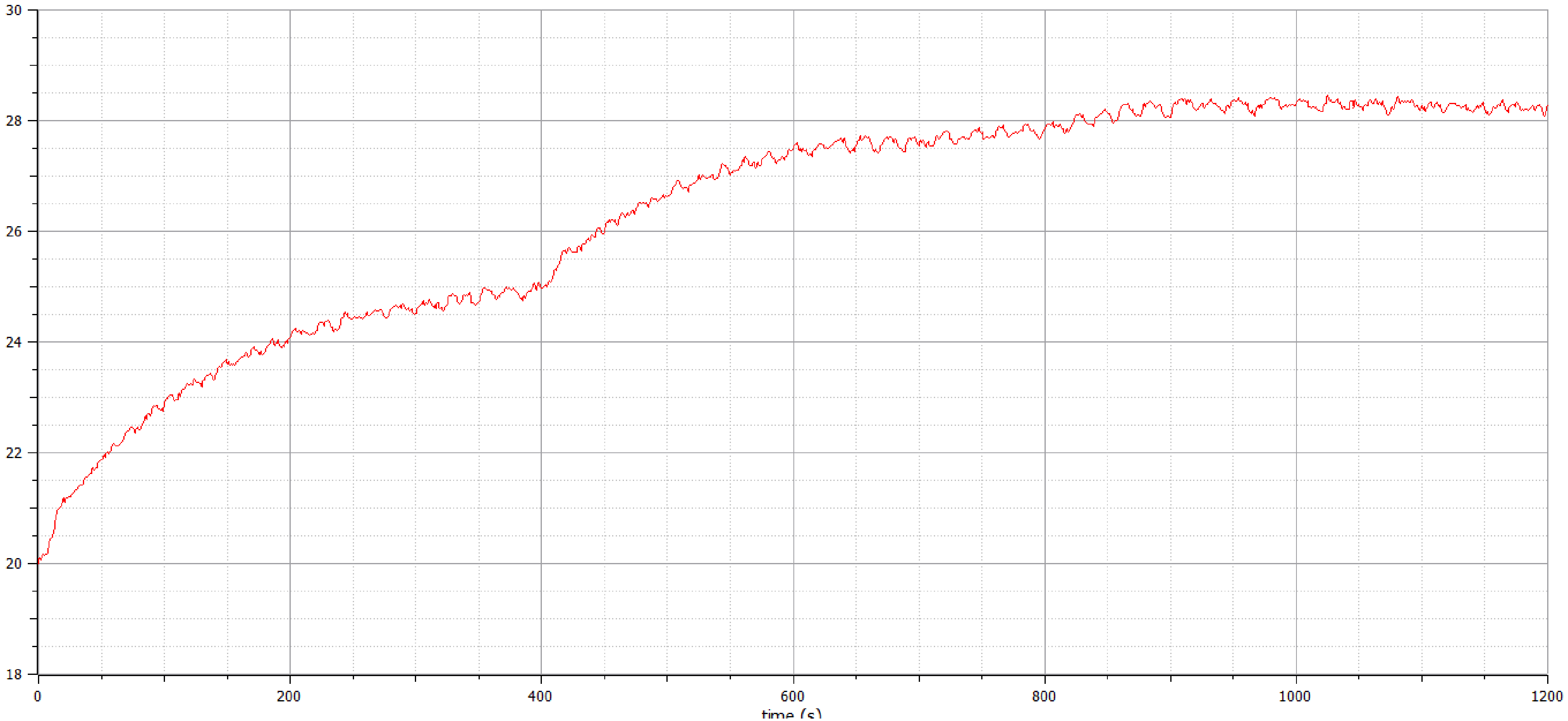
- Variabile di controllo CS (Q1):



La banda passante richiesta è raggiungibile senza problemi, l'azione di controllo resta sempre moderata

Prove da effettuare – R3

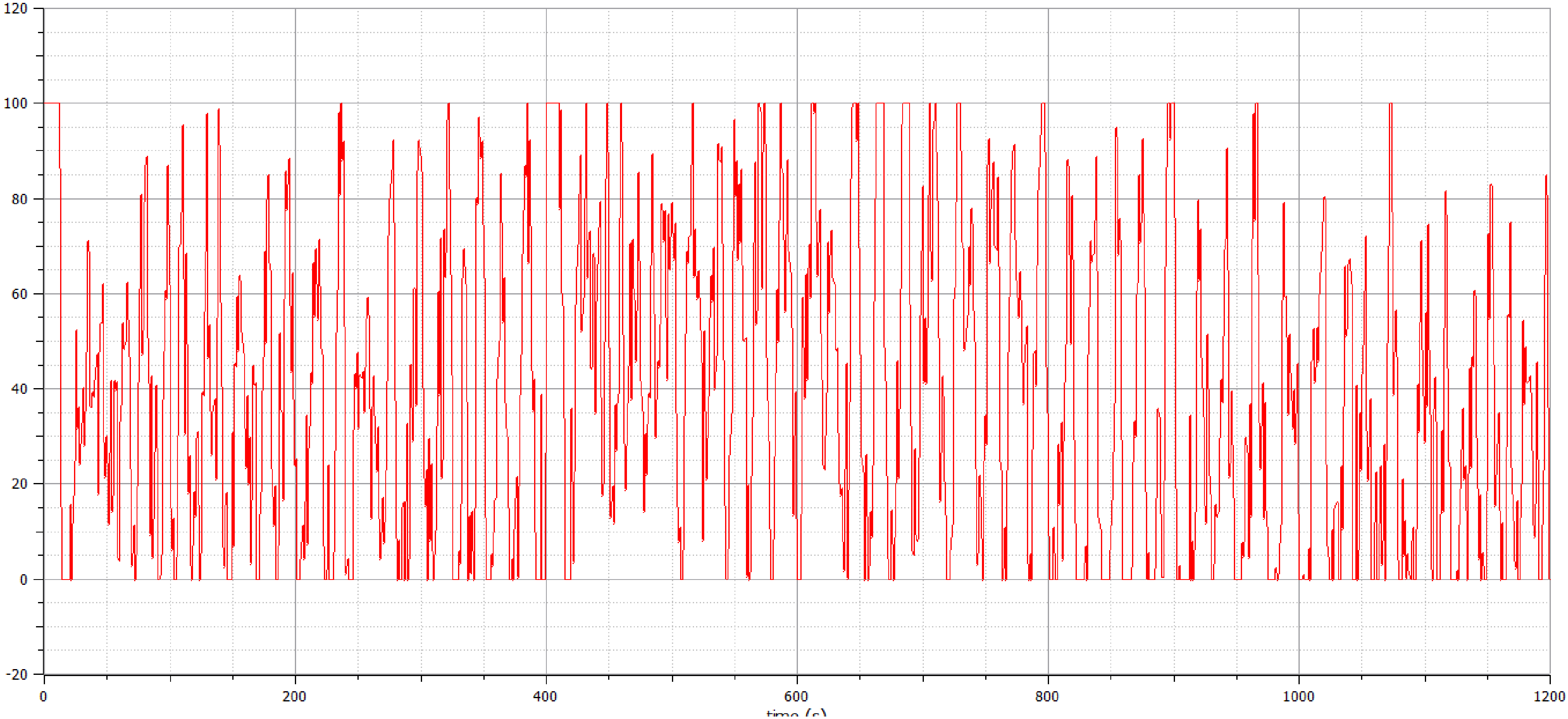
- Temperatura Tp:



La Ta prescritta era di 10s, ma non è raggiungibile dal sistema

Prove da effettuare – R3

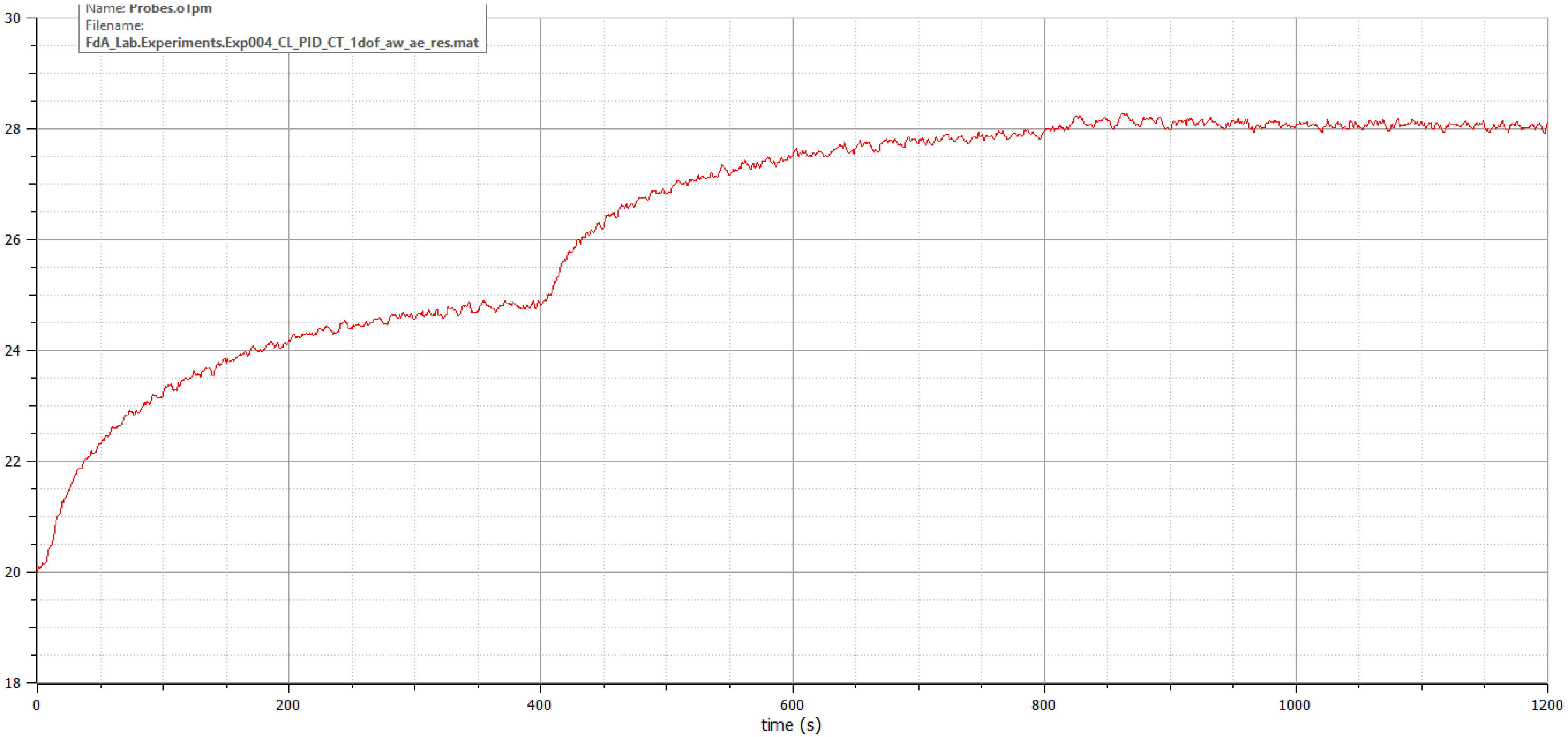
- Variabile di controllo CS (Q1):



La banda passante richiesta è troppo alta, l'azione di controllo non è moderata e raggiunge molto spesso le soglie

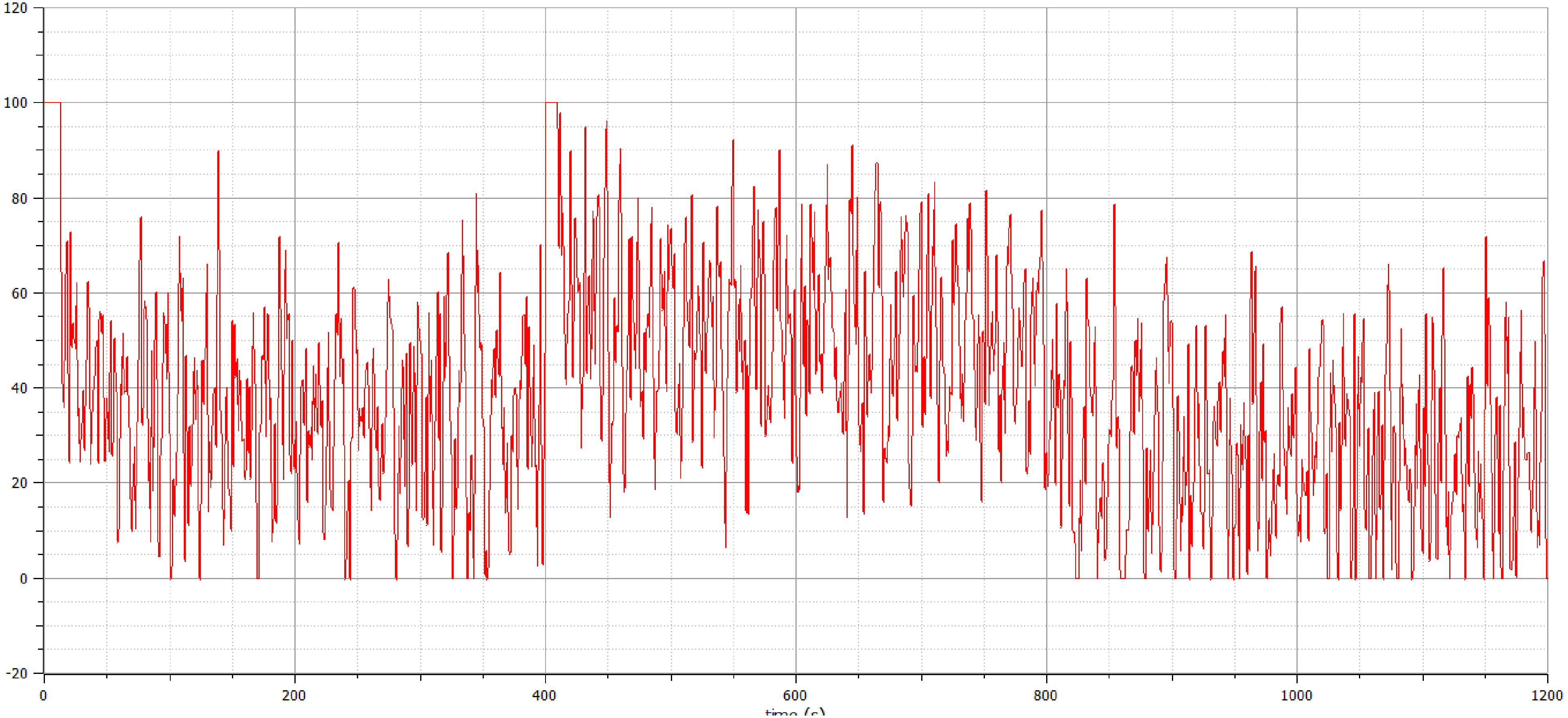
Prove da effettuare – R4

- Temperatura Tp:



Prove da effettuare – R4

- Variabile di controllo CS (Q1):



La banda passante richiesta è molto alta, l'azione di controllo non è moderata