



Laboratorio di Fondamenti di Automatica
Quinta esercitazione

Sintesi e prova del controllo di temperatura



© 2005-2020 Alberto Leva, Marco Lovera, Maria Prandini, Silvano Seva, Danilo Saccani, Chiara Cimino, Marco Lauricella, Michele Bolognini

Except where otherwise noted, this work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International Licence

<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Creative Commons and the double C in a circle are registered trademarks of Creative Commons in the United States and other countries. Third party marks, logos and brands are the property of their respective holders.

- Scopo di quest'esercitazione di laboratorio:
 - sintetizzare, simulare e provare sperimentalmente diversi regolatori di temperatura per l'apparato termico sperimentale, confrontando i risultati ottenuti e commentando il tutto alla luce delle competenze apprese nel corso.

- Contenuto dell'esercitazione:
 - sintesi di diversi regolatori PID
 - sulla base dei modelli determinati nella precedente esercitazione,
 - con differenti specifiche sul comportamento del sistema in anello chiuso;
 - simulazione in MATLAB dei sistemi di controllo ottenuti;
 - prova sperimentale dei regolatori e confronto con le simulazioni.

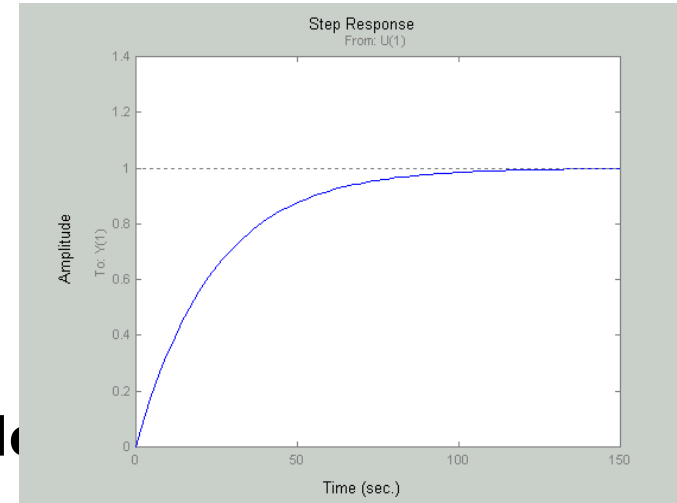
- I modelli determinati nella quarta esercitazione sono quattro, e precisamente
 - uno del prim'ordine ottenuto dalla risposta a scalino (M1),
 - uno del second'ordine senza zeri (struttura “fisica” nel caso di apparato simmetrico) ottenuto dalla risposta a scalino (M2),
 - uno del terz'ordine con uno zero (struttura “fisica” nel caso di apparato non simmetrico) ottenuto dalla risposta a scalino (M3),
 - uno del terz'ordine con uno zero ottenuto da punti della risposta in frequenza (M4).
- Definiamo questi modelli in MATLAB (ognuno usi i propri numeri):

```
>>M1=tf(0.067,[70 1]);  
>>M2=tf(0.067,conv([65 1],[8 1]));  
>>M3=tf(0.067*[12 1],conv(conv([60 1],[15 1]),[7 1]));  
>>M4=tf(0.067*[48 1],conv(conv([78 1],[20 1]),[12 1]));
```

- Sintetizziamo un regolatore PI, $R1(s) = K(1 + 1/sT_i) = K(sT_i + 1)/sT_i$, in modo da ottenere un tempo di assestamento T_a della risposta in anello chiuso ad uno scalino di set point pari a **120 s** (ovvero $\omega_c = 5/T_a = 5/120 = 0.04$ r/s).
- Per farlo, con riferimento al modello M1, che ha struttura $M1(s) = \mu/(1 + s\tau)$, poniamo per prima cosa $T_i = \tau$. In questo modo lo zero del regolatore R1 cancella il polo del modello M1.
- Otteniamo la funzione di trasferimento d'anello $L(s) = \mu K/(s\tau)$ la cui pulsazione critica vale $\omega_c = \mu K/\tau$.
- Per assegnare $\omega_c = 5/120$, si deve quindi scegliere $K = 5/120 * \tau/\mu$.

- Con i dati “nominali” ($\mu=0.067$, $\tau=70$) si ottiene:

```
>>Ti=70; (questo produce  $L(s)=R1(s)*M1(s)=0.067K/(70s)$ )  
>>K=5/120*70/0.067;  
>>R1=K*(1+tf(1,[Ti 0]));  
>>step(R1*M1/(1+R1*M1),150);
```



- Valutiamo ω_c e φ_m con tutti e 4 i modelli

```
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M1);[wc,pm]  
ans = 0.0417    90.0000  
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M2);[wc,pm]  
ans = 0.0422    72.6854  
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M3);[wc,pm]  
ans = 0.0432    70.4231  
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M4);[wc,pm]  
ans = 0.0596    73.8407
```

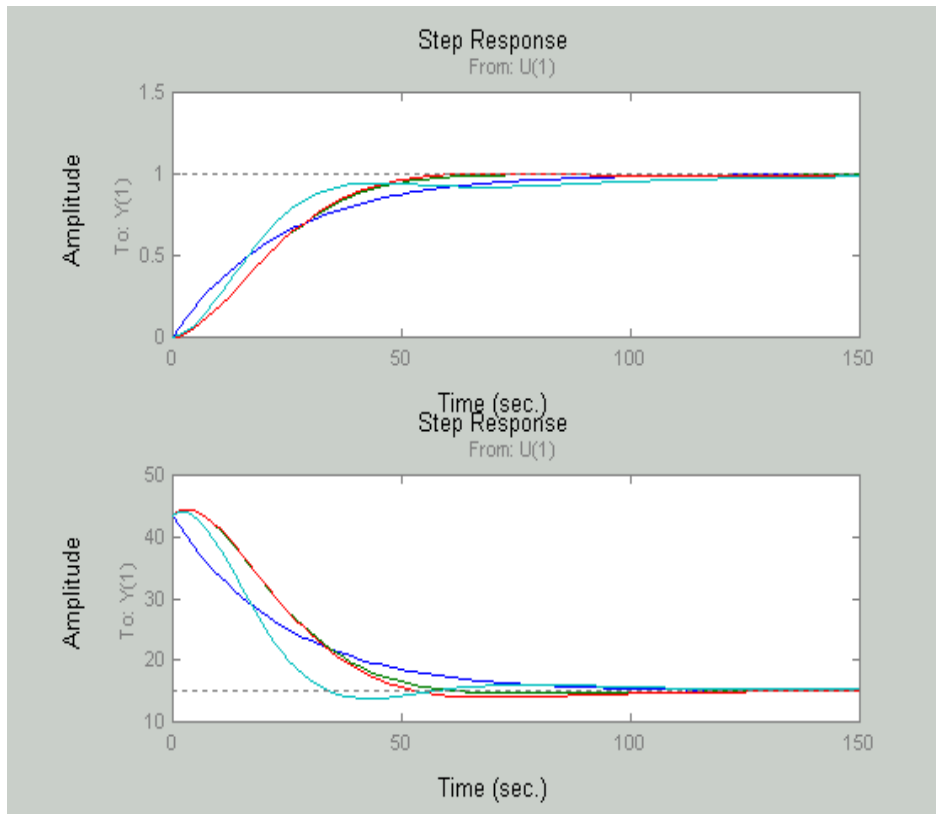
- Simuliamo coi 4 modelli le risposte (delle variazioni) di PV e CS:

```
>>subplot(211);
```

```
>>step(R1*M1/(1+R1*M1),R1*M2/(1+R1*M2),R1*M3/(1+R1*M3),R1*M4/(1+R1*M4),150);
```

```
>>subplot(212);
```

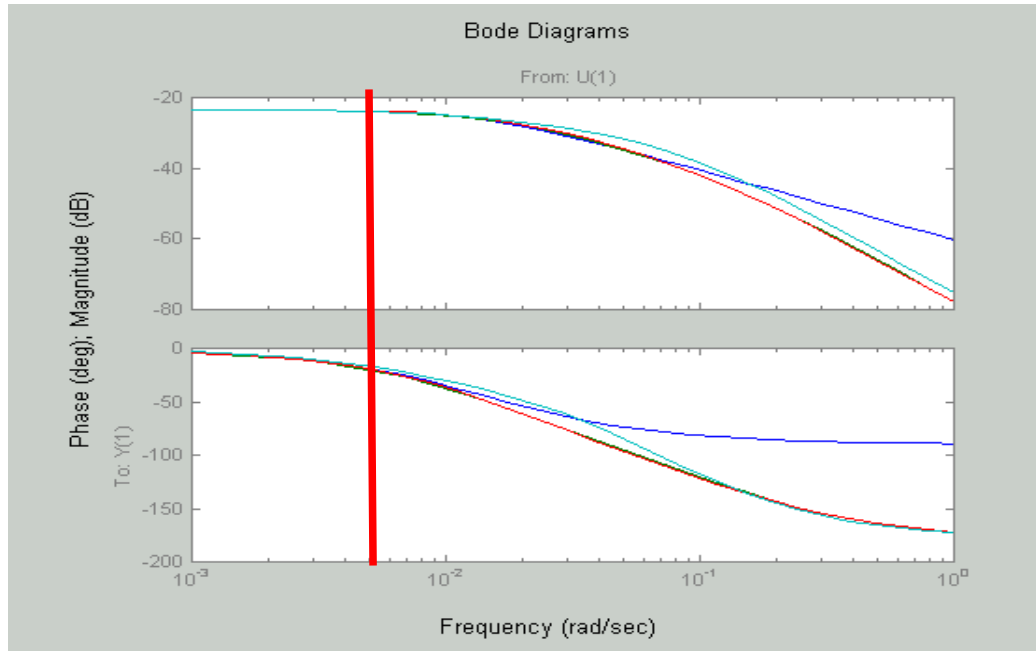
```
>>step(R1/(1+R1*M1),R1/(1+R1*M2),R1/(1+R1*M3),R1/(1+R1*M4),150);
```



- Si vedono differenze significative tra le quattro risposte.
- Cerchiamo di capire il perchè valutando le differenze tra i 4 modelli in termini di risposta in frequenza.

- Vediamo modulo e fase della risposta in frequenza dei modelli:

```
>>clf; bode(M1,M2,M3,M4);
```

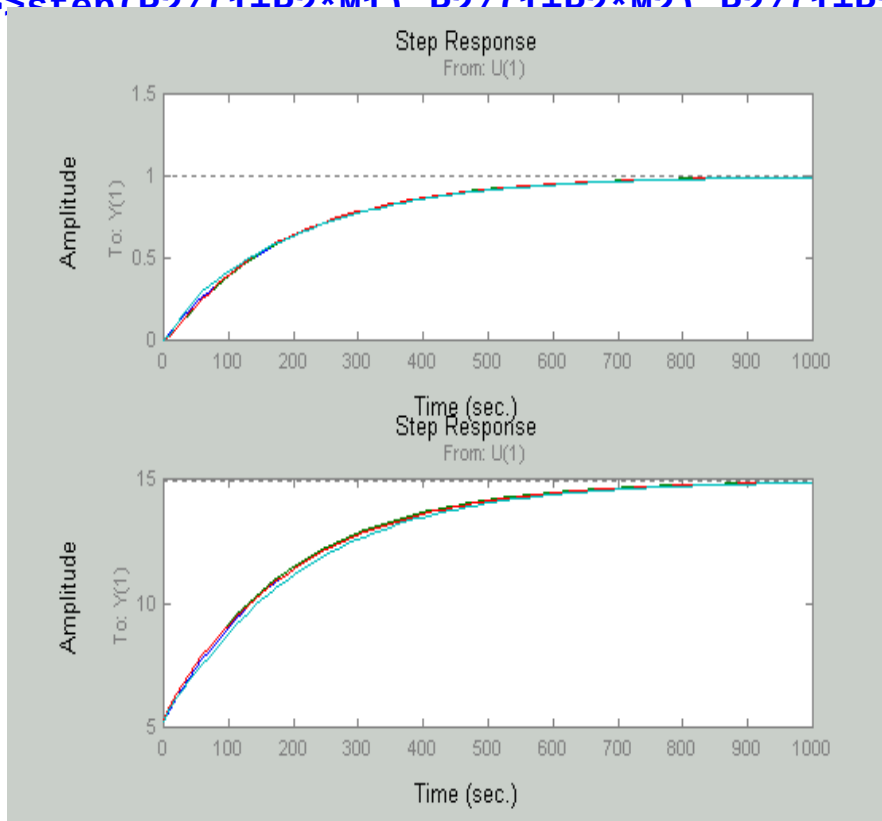


- I modelli sono equivalenti solo fino a pulsazioni dell'ordine di **0.005 r/s**.
- Per ottenere risposte uguali con tutti i modelli bisogna scegliere **$\omega_c \leq 0.005$ r/s** (nel progetto di R1 **$\omega_c = 5/120 = 0.04$ r/s**).

- Seguendo lo stesso procedimento del caso precedente, progettiamo ora un regolatore R2 con la stessa struttura di R1 tale che $\omega_c = 0.005$ r/s.
- Con i dati “nominali” ($\mu = 0.067$, $\tau = 70$) si ottiene:
>>Ti=70;
>>K=0.005*70/0.067;
>>R2=K*(1+tf(1,[Ti 0]));
- Il tempo di assestamento sarà ora $T_a = 5/\omega_c = 5/0.005 = 1000$ s invece di 120 s.

- **Simuliamo coi 4 modelli le risposte (delle variazioni) di PV e CS:**

```
>>subplot(211);  
>>step(R2*M1/(1+R2*M1), R2*M2/(1+R2*M2), R2*M3/(1+R2*M3), R2*M4/(1+R2*M4), 1000);  
>>subplot(212);  
>>step(R2/(1+R2*M1), R2/(1+R2*M2), R2/(1+R2*M3), R2/(1+R2*M4), 1000);
```

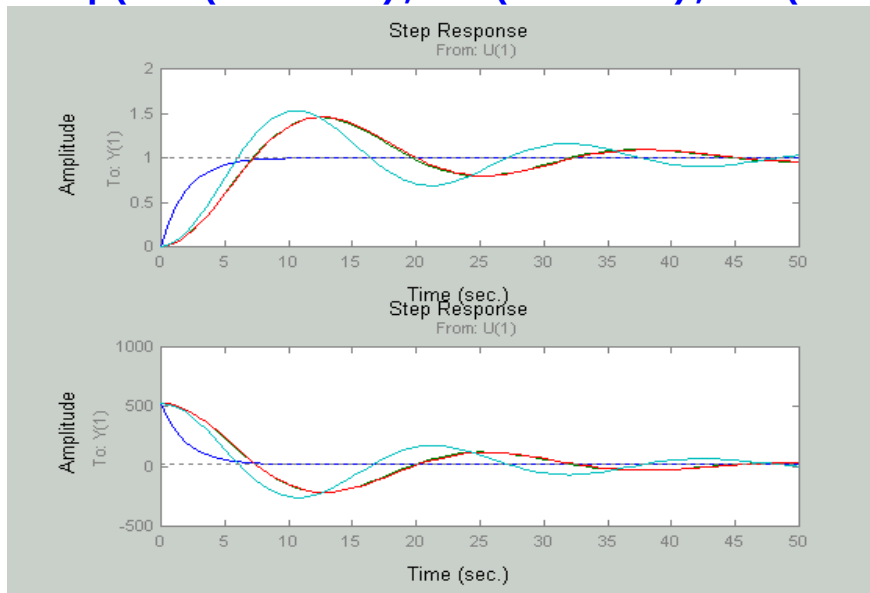


CONCLUSIONI:

- possiamo anche usare modelli grossolani, ma possiamo fidarcene solo in bassa frequenza e dobbiamo ridurre quindi le prestazioni richieste.
- Per ottenere prestazioni migliori ci servono modelli affidabili anche a frequenze “alte”.

- Convinciamoci meglio richiedendo una banda di controllo $[0, \omega_c]$ che si estende a pulsazioni dove M1 non è più affidabile (ad esempio $\omega_c = 0.5$ r/s):

```
>>Ti=70;K=0.5*70/0.067;  
>>R3=K*(1+tf(1,[Ti 0]));  
>>subplot(211);  
>>step(R3*M1/(1+R3*M1),R3*M2/(1+R3*M2),R3*M3/(1+R3*M3),R3*M4/(1+R3*M4),50);  
>>subplot(212);  
>>step(R3/(1+R3*M1),R3/(1+R3*M2),R3/(1+R3*M3),R3/(1+R3*M4),50);
```



- Si vede che le simulazioni con M1 non descrivono in maniera adeguata il comportamento del sistema (qualunque sia la “verità”, essa è di certo più vicina a quanto dicono gli altri modelli).
- Se esagerassimo, richiedendo una banda di controllo ancora più ampia, potremmo anche arrivare all'instabilità.

- Usiamo un modello migliore (ad esempio M2) e tarriamo un regolatore PID reale.
- Il modello M2 ha struttura $M2(s) = \mu / [(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)]$, mentre il regolatore R4 ha struttura $R4(s) = \mu_R (1+sT_1)(1+sT_2) / [s(1+s\tau)]$.
- Sintetizziamo R4 in modo che la funzione di trasferimento d'anello $L(s) = R4(s)M2(s)$ abbia la forma $0.1 / [s(2s+1)]$, scelta per ottenere $\omega_c = 0.1$ r/s, ovvero la costante di tempo dominante in anello chiuso pari a 10 s, e ponendo il secondo polo di $L(s)$ alla pulsazione 0.5 r/s, cioè mezza decade dopo la pulsazione critica.
- R4 quindi è data da $R4(s) = L(s)/M2(s) = 1/M2(s) * 0.1 / [s(2s+1)]$.

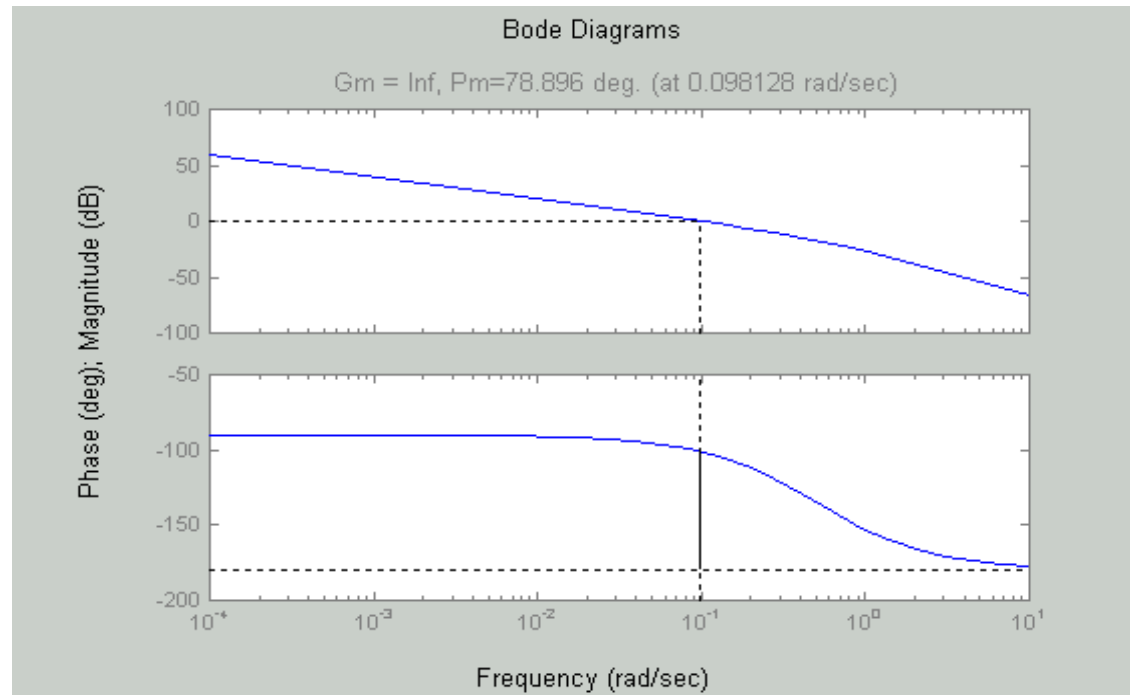
```
>>R4=1/M2*tf(1,conv([10 0],[2 1]))
```

Transfer function:

$520 s^2 + 73 s + 1$

$1.34 s^2 + 0.67 s$

```
>>margin(R4*M2)
```



- Esprimiamo R4 nella forma (detta anche forma ISA)

$$R4(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + sT_d/N} \right) = \frac{K}{T_i} \frac{s^{2T_i} (T_d + T_d/N) + s (T_i + T_d/N) + 1}{s (1 + sT_d/N)}$$

- Dal confronto con l'espressione determinata precedentemente e cioè

$$\begin{aligned} R4(s) &= (520 s^2 + 73s + 1) / [s(1.34s + 0.67)] = \\ &= 1/0.67 (520 s^2 + 73s + 1) / [s(2s + 1)] \end{aligned}$$

otteniamo subito

$T_d/N = 2$ (costante di tempo del polo del derivatore)
 $K/T_i = 1/0.67$ (guadagno di R4)

- Esprimiamo R4 nella forma (detta anche forma ISA)

$$R4(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + sT_d/N} \right) = \frac{K}{T_i} \frac{s^{2T_i} (T_d + T_d/N) + s(T_i + T_d/N) + 1}{s(1 + sT_d/N)}$$

- Dal confronto con l'espressione determinata precedentemente e cioè

$$\begin{aligned} R4(s) &= (520 s^2 + 73s + 1) / [s(1.34s + 0.67)] = \\ &= 1/0.67 (520 s^2 + 73s + 1) / [s(2s + 1)] \end{aligned}$$

Poi, uguagliando i coefficienti dei numeratori:

$$T_i + T_d/N = 73 \text{ da cui } T_i = 73 - 2 = 71$$

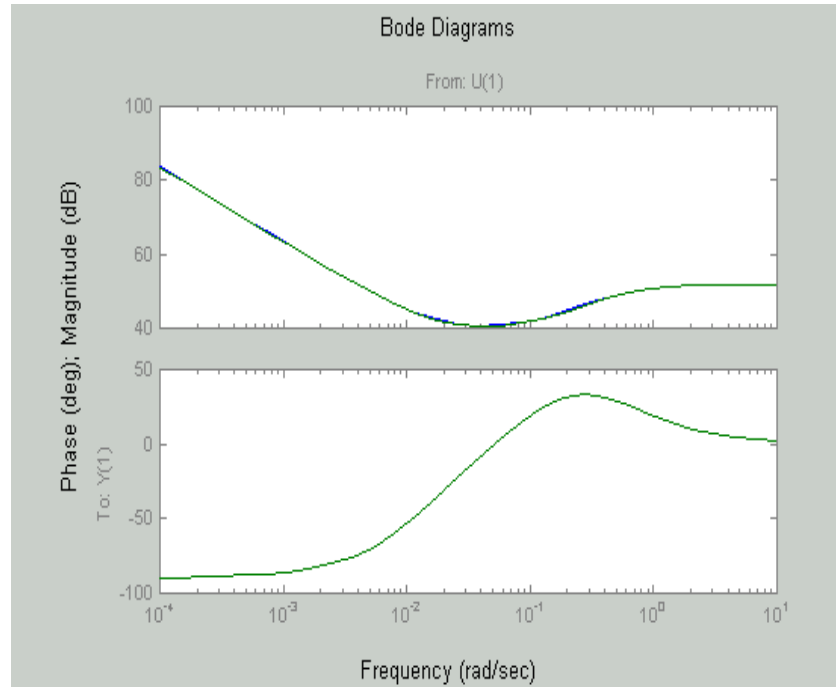
$$T_i(T_d + T_d/N) = 520 \text{ da cui}$$

$$T_d = (520 - 142) / 71 = 5.32 \text{ e } N = 5.32 / 2 = 2.66$$

$$K = T_i / 0.67 = 71 / 0.67 = 105$$

- Verifichiamo:

```
>>bode(R4,105*(1+tf(1,[71 0])+tf([5.32 0],[5.32/2.66 1])))
```



- R4 nella forma ISA è quindi dato da

$$R4(s) = 105 \left(1 + \frac{1}{71s} + \frac{5.32s}{1+2s} \right)$$

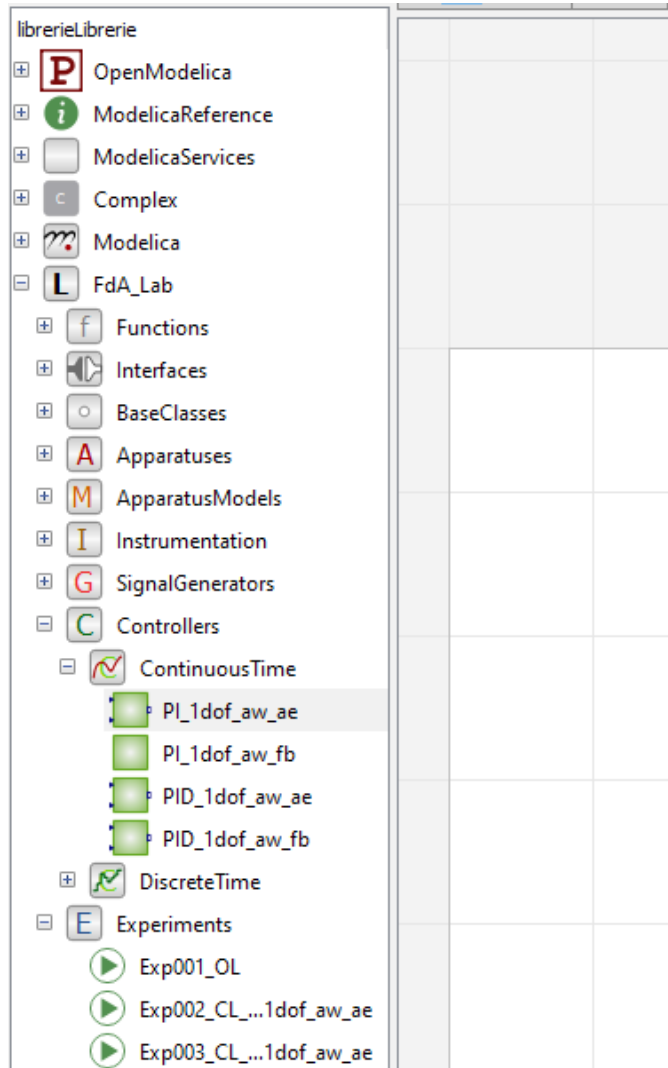
- Ora proveremo sull'impianto fisico i regolatori (PI/PID ISA) seguenti:

	K	Ti	Td	N
R1	43.5	70		
R2	5.22	70		
R4	105	71	5.32	2.66

- Per eseguire le prove occorrerà una condizione iniziale di riferimento, per cui
 - porteremo l'impianto a regime con il PID in manuale e CS=50%,
 - porremo SP al valore intero (in °C) più prossimo al valore di regime di PV,
 - porremo il PID in automatico (coi parametri di R1) e attenderemo il regime;
- a quel punto potremo iniziare le prove.

Prove da effettuare

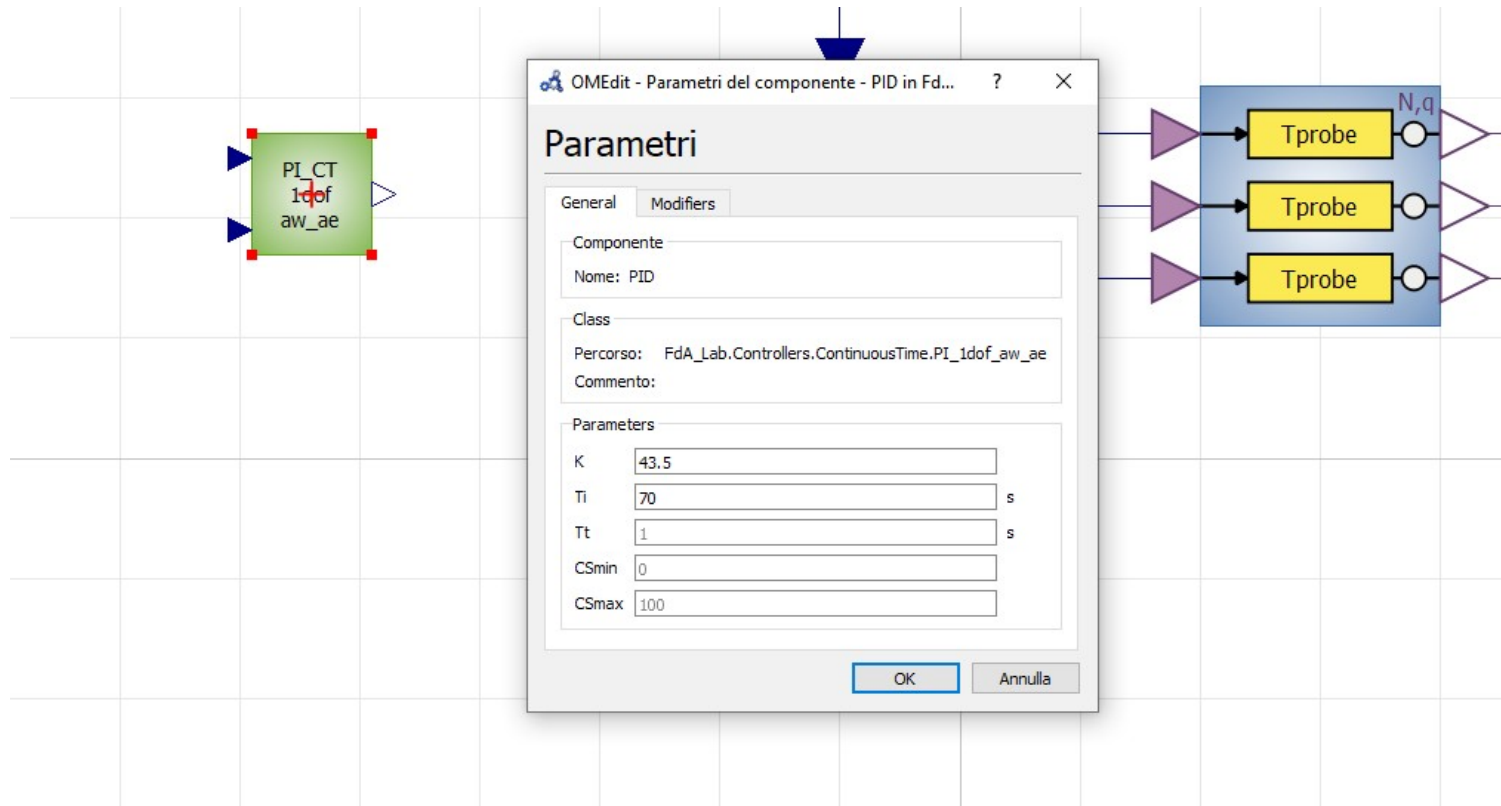
- Segnali da applicare:
 - scalini di SP di $\pm 2^{\circ}\text{C}$,
 - scalini di LD (Q_2) di $\pm 20\%$.
- Caratteristiche da valutare:
 - tempo di assestamento e sovraelongazione della risposta a SP
 - tempo di assestamento e massima deviazione della risposta a LD
 - sensitività di CS al rumore di misura
- OPZIONALE: in seguito, provare a modificare la risposta a SP usando il peso sul set point nell'azione proporzionale (il parametro b) nella legge PID ISA.
- Commentare i risultati.



Per inserire il regolatore nello schema, selezionarlo dalla libreria dei blocchi a sinistra. Sono disponibili PI e PID.

Prove da effettuare

Una volta trascinato nello schema, i parametri di modificano con un doppio click.



Prove da effettuare

Non resta che connettere il regolatore al sistema e aggiungere un set-point (SP).

