

## Domača naloga 6 (za 5 točk)

Nataša Kejžar

Domačo nalogo oddajte v html z imenom **dn6\_priimek.html** (kjer namesto besede *priimek* uporabite vaš priimek). Naloga naj vsebuje izpeljave, rešitve in vso kodo v R.

Za trgovsko podjetje je več let veljalo, da v času delavnika (8 ur) dobi v povprečju 30 naročil na 60 minut. V zadnjem času glavni delavec domneva, da se je število naročil povečalo. Odloči se, da bo beležil čase med dvema naročiloma, in sicer jih bo zabeležil 50.

Statistično bi rad preveril/dokazal, da je pogostost naročil sedaj večja (tj. da se je v povprečju skrajšal čas med dvema naročiloma). Na spletu je opazil, da se čas trajanja med dvema dogodkoma ponavadi modelira z eksponentno porazdelitvijo, ki predpostavlja konstantno razmerje dogodkov na časovno enoto. To bi rad uporabil za svoj statistični test, ki ga je želel narediti posebej za ta primer. Hkrati je izbrskal še naslednje:

- $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ ;  $E(X) = 1/\lambda$ ,  $\text{var}(X) = 1/\lambda^2$
  - če so  $X_i \sim \text{Exp}(\lambda)$  neodvisne, potem je  $\sum_{i=1}^n X_i \sim \Gamma(n, \lambda)$ , kjer sta parametra porazdelitve  $\Gamma$  oblika (*shape*) in stopnja (*rate*)
1. Kako so porazdeljena opazovanja iz vzorca? Utemeljite in narišite porazdelitev. Pravilno označite osi.
  2. Kaj glavnega delavca zanima? Zapišite in utemeljite parameter, ki ga bomo preverjali pod  $H_0$ . Povejte ali je hipoteza enostavna/sestavljena, enostranska/dvostranska?
  3. Zapišite smiselno testno statistiko (brez uporabe teorije razmerja verjetij), njeno **natančno** porazdelitev ob veljavni  $H_0$  in to utemeljite.
    - a. Zapišite območje zavrnitve ( $\alpha = 0.05$ ). V R narišite porazdelitev testne statistike pod  $H_0$  in označite območje zavrnitve.
    - b. Kakšne vrednosti (majhne/velike) testne statistike pričakujete, če so delavčeve domneve upravičene? Utemeljite.
    - c. Najdite, pri kolikšnem povprečnem času med naročiloma bo imel delavec 80% moč statističnega testa. Do rezultata lahko pridete teoretično ali s pomočjo R.
  4. Izpeljite testno statistiko, ki jo boste izračunali, če uporabite posplošeni test razmerja verjetij. Zapišite njeno aproksimativno porazdelitev pod  $H_0$  in to utemeljite.
    - a. Zapišite območje zavrnitve ( $\alpha = 0.05$ ). V R narišite aproksimativno porazdelitev testne statistike pod  $H_0$  in označite območje zavrnitve.
    - b. Simulirajte vzorce pod  $H_0$  in grafično pokažite, da se aproksimativna porazdelitev testne statistike iz prejšnje točke prilega histogramu testnih statistik simuliranih vzorcev. Utemeljite velikost vzorca, ki ste jo izbrali za simulacije.
    - c. Kakšne vrednosti (majhne/velike) testne statistike pričakujete, če so delavčeve domneve upravičene?
  5. Primerjajte predpostavke ste pri obeh testih in njihovo smiselnost.
  6. S simulacijami pokažite, ali sta velikosti skonstruiranih testov pravi ( $\alpha = 0.05$ ).