Domača naloga 2 (do 5 točk)

š.l. 2020/21

Domačo nalogo oddajte v html z imenom **dn2__priimek.html** (kjer namesto besede *priimek* uporabite vaš priimek). Naloga naj vsebuje izpeljave, rešitve in vso kodo v R.

Spletno trgovsko podjetje običajno dobi 50 novih naročil na uro. Predpostavimo, da so posamezna števila naročil na uro med seboj neodvisna in enako porazdeljena. Število naročil na uro lahko tako zapišemo kot spremenljivko X, ki je porazdeljena po Poissonovi porazdelitvi (gl. npr. Wikipedia). Torej kot diskretno spremenljivko, kjer velja:

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}; \text{kjer je } x = \{0, 1, ...\}.$$

Parameter λ je parameter, ki označuje pogostost dogodkov, v našem primeru npr. 50 naročil na uro.

1. Zapišite izračun za pričakovano vrednost spremenljivke "število naročil na uro" po definiciji in pokažite, da velja $E(X) = \lambda$. Nastavite še izračun za varianco po definiciji (tega ni potrebno izračunati). Velja, da je $var(X) = \lambda$.
2. Poissonovo porazdelitev lahko aproksimiramo z normalno. Grafično preverite to na zgornjem primeru naročil. Utemeljite vašo izbiro velikosti vzorca.
3. Zaradi epidemije COVID-19 prodajalec sumi, da je število naročil padlo. To namerava preveriti v naslednjem delovnem dnevu (torej naslednjih 8 urah).
    a. Pri koliko naročilih v eni uri bi lahko prodajalec rekel, da s 95% zaupanjem lahko trdi, da je število naročil na uro padlo?
    b. Pri koliko naročilih v 8 urah (tj. v enem dnevu) lahko prodajalec reče, da s 95% zaupanjem trdi, da je število naročil na uro padlo?

Obe vprašanji rešite (i) s simulacijami in nato (ii) še teoretično zapišite prava izraza in jih izračunajte s funkcijami v R. **Utemeljite, zakaj izračun za način b. ni samo večkratnik tistega za način a.**

NAMIG: Uporabljate lahko aproksimacijo z normalno porazdelitvijo, še bolje pa dejstvo, da velja, da je vsota neodvisnih Poissonovih spremenljivk porazdeljena spet po Poissonu $\sum_{i=1}^{n} X_i \sim Pois(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i)$ (Wikipedia)

4. Simulirajte povprečno dnevno število naročil (tj. naročil v 8 urah) in prikažite porazdelitev te spremenljivke na grafu. Grafično preverite, ali bi lahko v tem primeru že pri tako majhnem vzorcu uporabili centralni limitni izrek vaša opažanja z besedami utemeljite.
    a. Pri kakšnem povprečnem "številu naročil na uro" v enem dnevu (tj. 8 urah) bi lahko prodajalec rekel, da s 95% zaupanjem trdi, da je število naročil na uro padlo? (za razlog padca gl. uvod v nalogo 3.)
5. Izračunajte (ali simulirajte), kako verjetno je število naročil **v dnevu (tj. 8 ur)** večje od 1.1-kratnika pričakovanega dnevnega števila naročil.