



# Faktorska analiza

Multivariatna analiza

# Uvod

- Pri faktorski analizi ker gre podobno kot pri metodi glavnih komponent za redukcijo podatkov, vendar se v osnovi faktorska analiza razlikuje od metode glavnih komponent.
- V primeru faktorske analize gre za **študij povezav med spremenljivkami**, tako da poizkušamo najti novo množico spremenljivk (manj kot merjenih spremenljivk), ki predstavljajo to, kar je skupnega opazovanim spremenljivkam.
- Faktorska analiza poizkuša poenostaviti kompleksnost povezav med množico opazovanih spremenljivk z razkritjem skupnih razsežnosti ali faktorjev, ki omogočajo vpogled v osnovno strukturo podatkov.

# Uporabe faktorske analize

- V družboslovnem raziskovanju je velikokrat tako, da pojmov, ki so ključni, ne moremo neposredno meriti (npr. ekonomsko razvitost držav, zadovoljstvo z delom).
- Zberemo torej nekaj direktno merljivih spremenljivk, ki so indikatorji teoretičnega pojma (konstrukta), ki ga želimo meriti.
- Nato poizkušamo razkriti ali so povezave med izbranimi opazovanimi spremenljivkami pojasnljive s predpostavljeno direktno nemerljivo spremenljivko.
- Ponavadi imenujemo merljive spremenljivke manifestne, nemerljive pa latentne spremenljivke.
- V takih primerih je najpogostejše uporabljena ena od metod faktorske analize.

# Cilj

- Cilj faktorske analize je preko nekaj faktorjev čim bolje **pojasniti korelacije oz. kovariance** med merjenimi spremenljivkami oz. **čim več variabilnosti merjenih spremenljivk, ki je skupna več spremenljivkam**.
- Osnovna predpostavka je, da so merjene spremenljivke pogojno neodvisne (pogojno na faktorje).
- Cilj je najti skrite spremenljivke, ki vplivajo na merjene spremenljivke.
- Pogosto predpostavljamo, da poleg njih na merjene spremenljivke vplivajo le še merske napake.

# Faktorska analiza in metoda glavnih komponent

- Računsko precej podobni

Metoda glavnih komponent	Faktorska analiza
Pojasniti čim več celotne variabilnosti (večji del varianc) spremenljivk	Pojasniti čim korelacije ali kovariance med spremenljivkami oz. <b>skupne</b> variabilnosti spremenljivk
Glavne komponente so linearne kombinacije spremenljivk	Spremenljivke so linearne kombinacije skupnih in specifičnih faktorjev

# Primernost podatkov za faktorsko analizo

- Velja podobno kot pri metodi glavnih komponent
- Faktorsko analizo je smiselno uporabiti, če spremenljivke korelirajo med seboj.
- Če ne korelirajo, skupnih faktorjev ni (so samo specifični) → Lahko uporabimo Bartlettov test

# Kaiser-Meyer-Olkin-ova (KMO) mera

- KMO mera ocenjuje, kakšen delež variabilnosti spremenljivk bi lahko izhajalo iz skupnih faktorjev.
- Pri faktorski analizi je dobro, da so parcialne korelacije (po absolutni vrednosti) čim nižje.
- To nakazuje, da ni (veliko) faktorjev, ki bi vplivali samo na dve spremenljivki.
- KMO „meri“, kako nizki so kvadrati parcialnih korelacijskih koeficientov
- „Anti-image korelacija“ =  $-1 \times$  „parcialna korelacija“
- Vrednosti nad 0.8 se štejejo za dobre, pod 0.5 pa za zelo slabe (podatki niso primerni za FA)

# Kaiser-Meyer-Olkin-ova (KMO) mera

- Kaiser-Meyer-Olkin-ova (KMO) mera:

$$KMO = \frac{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} a_{ij}^2}$$

- $r_{ij}^2$  je kvadrat korelacije med spremenljivkama  $i$  in  $j$
  - $a_{ij}^2$  je kvadrat „anti-image“ korelacije oz. kvadrat parcialne korelacije med spremenljivkama  $i$  in  $j$
- KMO lahko računamo za celotno korelacijsko matriko ali za posamezno spremenljivko (vrstic/stolpec v korelacijski matriki)



# Nekaj iz zgodovine in uvodni primer

- Oče faktorske analize je Spearman (1904), ki je obravnaval skupni uspeh učencev na osnovi ocen iz treh predmetov:
  - $X_1$  – klasične vede
  - $X_2$  – francoski jezik
  - $X_3$  – angleški jezik
- Koeficienti korelacije teh treh predmetov na učencev so predstavljeni v naslednji tabeli:

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
$X_1$	1		
$X_2$	0.83	1	
$X_3$	0.78	0.67	1

- Spearman je predpostavljal, da en faktor ustrezno pojasnjuje dobljene korelacije.
- Faktorski model je zapisal takole:

$$X_1 = \lambda_1 F + E_1$$

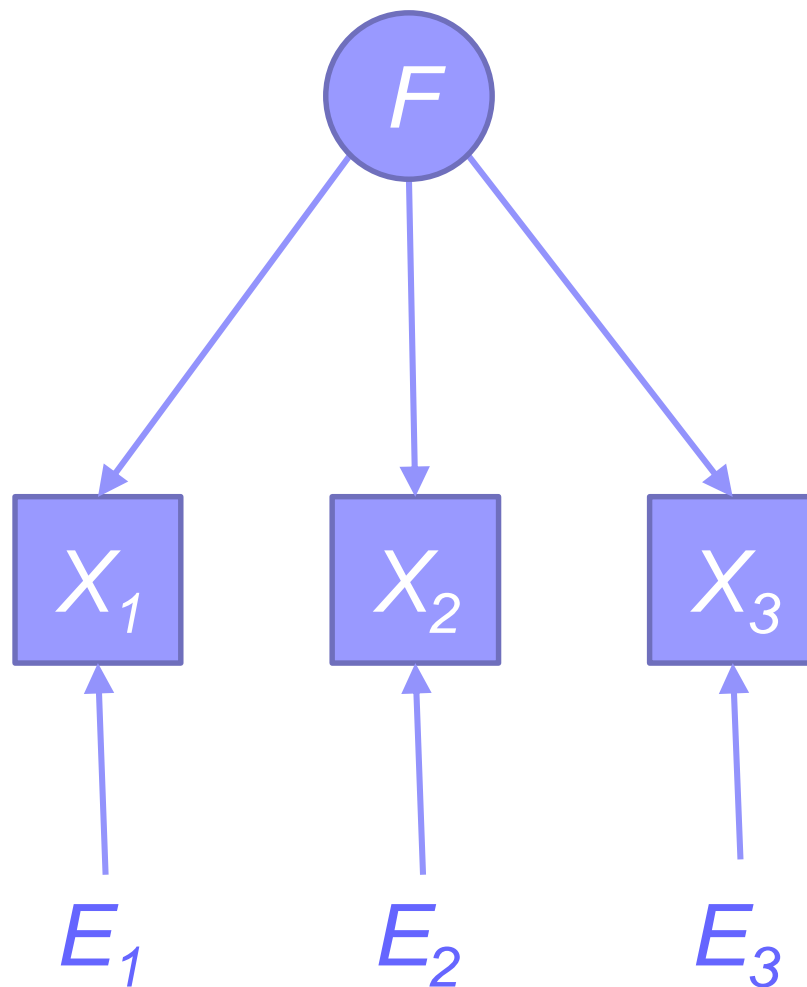
$$X_2 = \lambda_2 F + E_2$$

$$X_3 = \lambda_3 F + E_3$$

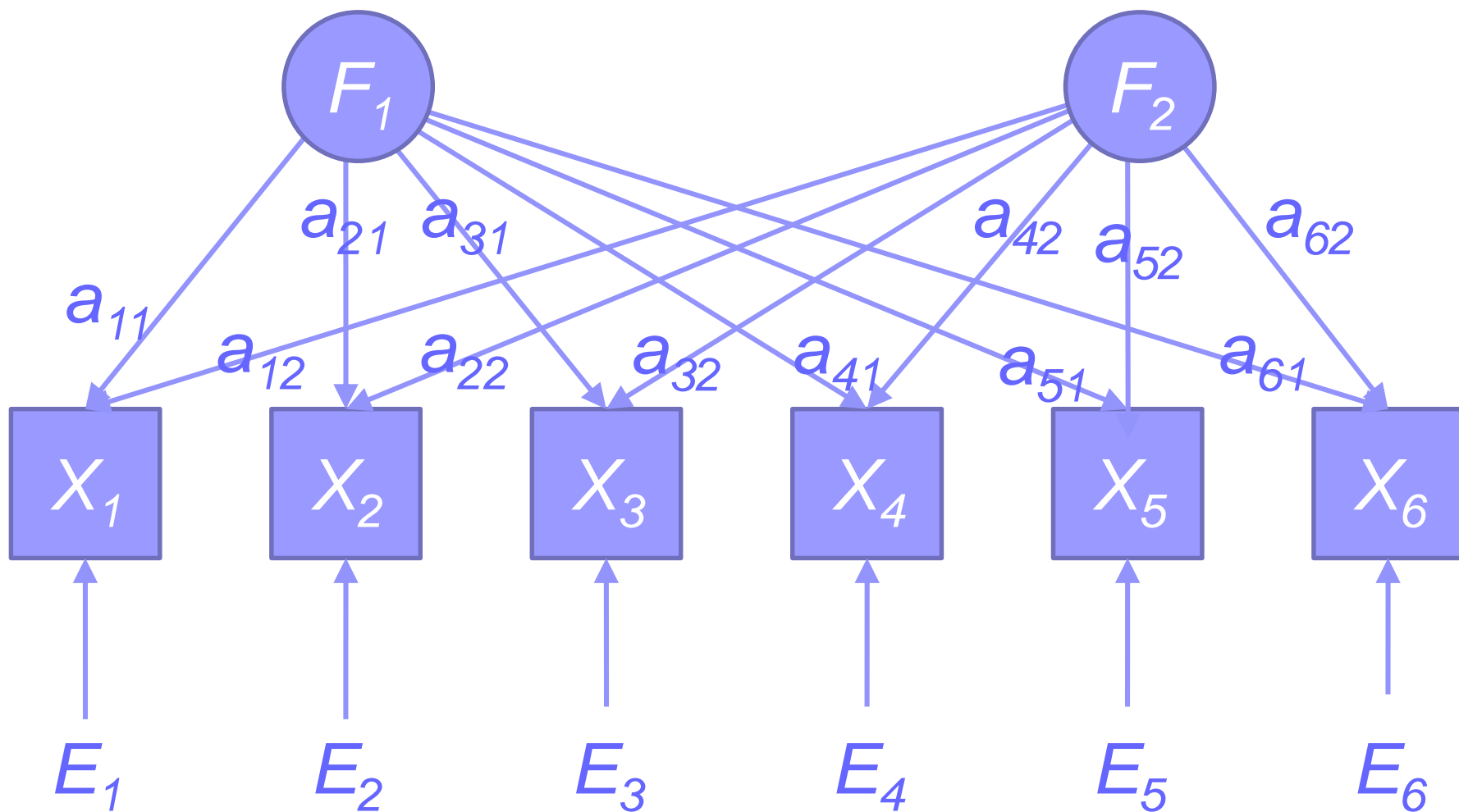
kjer so  $\lambda_i$  faktorske uteži in  $E_i$  predstavljajo specifične faktorje.

- V tem primeru splošni faktor  $F$  pomeni splošno učenčevu uspešnost.
- Specifični faktorji  $E_i$  bodo imeli majhne variance, če so opazovane spremenljivke blizu faktorju  $F$ .

# Enostavni faktorski model



# Splošni faktorski model (2 faktorja)



# Splošni faktorski model

- Dane naj bodo spremenljivke  $X_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ),  $F_r$  ( $r = 1, \dots, k$ ) in  $E_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ).
- Osnova faktorskega modela je domneva, da med spremenljivkami  $X_i$ ,  $F_r$  in  $E_i$  velja zveza:

$$X_i = \sum_{r=1}^k a_{ir} F_r + E_i, \quad i = 1, \dots, m$$

kjer je  $k < m$ .

- $X_i$  so merjene spremenljivke
- $F_r$  so skupni faktorji
- $E_i$  je specifični faktor, ki vpliva samo na  $X_i$
- $a_{ir}$  je faktorska utež, ki kaže vpliv faktorja  $F_r$  na  $X_i$ .

# Matrični zapis

- Matrika podatkov (spremenljivke  $X_i$ )  $X_{n \times m}$

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

- Matrika faktorjev ( $F_r$ )  $F_{n \times k}$

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1k} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nk} \end{bmatrix}$$

- Matrika faktorskih uteži  $A_{m \times k}$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mk} \end{bmatrix}$$

- Matrika specifičnih faktorjev ( $E_i$ )  $E_{n \times m}$

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{1m} \\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{n1} & e_{n2} & \cdots & e_{nm} \end{bmatrix}$$

Splošni faktorski model potem lahko zapišemo v matrični obliki:  $X = FA' + E$

# Predpostavke splošnega faktorskega modela

1. Specifični faktorji so pravokotni med seboj ( $\text{cov}(E_i, E_j) = 0$ , če je  $i \neq j$ );
2. Vsak specifični faktor  $E_i$  je pravokoten na vsak skupni faktor  $F_r$  ( $\text{cov}(E_i, F_j) = 0$  za vsak  $i$  in  $j$ );
3. Skupni faktorji so pravokotni med seboj ( $\text{cov}(F_i, F_j) = 0$ , če je  $i \neq j$ );
4. Spremenljivke  $X_i$ ,  $F_r$  in  $E_i$  naj bodo centrirane ( $E(X_i) = E(F_r) = E(E_i) = 0$ ).



# Posledice predpostavk

1. Zaradi 4. predpostavke velja  $\Sigma = \frac{1}{n} X'X$ .  $\Sigma$  je kovariančno-variančna matrika ali v primeru standardiziranih spremenljivk korelacijska matrika.
2. Zaradi 1. in 4. predpostavke velja  $\frac{1}{n} E'E = \Psi$ , kjer je  $\Psi$  diagonalna matrika z variancami specifičnih faktorjev na diagonalni.
3. Zaradi 2. predpostavke je  $E'F = 0$
4. Zaradi 3. predpostavke velja  $\frac{1}{n} F'F = I$

# Faktorska enačba

- Na osnovi factorskega modela  $X = FA' + E$  in predpostavk lahko izpeljemo factorsko enačbo:

$$\Sigma = AA' + \Psi$$

- Kot smo že omenili je:
  - $\Sigma$  matrika kovarianc in varianc (če so merjene spremenljivke standardizirane pa korelacijska matrika);
  - $A$  matrika factorskih uteži in
  - $\Psi$  diagonalna matrika z variancami specifičnih faktorjev na diagonalni (pravzaprav kovariančno variančna matrika, a zaradi predpostavk so vse kovariance enake 0)

# Komunalitete

- Če primerjamo diagonalne elemente na obeh straneh faktorske enačbe  $\Sigma = AA' + \Psi$ , dobimo:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^k a_{ij}^2 + \psi_{ii}$$

- Varianco merjene spremenljivke  $X_i$  razbijemo na del, ki je pojasnjen s skupnimi faktorji, in na specifično varianco.

- **Komunaliteta ( $h_i^2$ )** je tisti del variabilnosti, ki je **pojasnjen s skupnimi faktorji**.

$$h_i^2 = \sum_{j=1}^k a_{ij}^2$$

- Če je pri kakšni spremenljivki komunaliteta majhna (recimo pod 0.2 v primeru standardiziranih spremenljivk), potem ta spremenljivka ni dobro pojasnjena s faktorskim modelom

# Ocenjevanje parametrov

- Iz znanih elementov matrike varianc in kovarianc (ali korelacijske matrike)  $\Sigma$  izračunamo neznane parametre faktorskega modela, se pravi faktorske uteži  $A$  in specifične variance  $\Psi$ .
- Pri tem se moramo zavedati:
  - Pogojev za identifikabilnost faktorskega modela
  - Kako je z enoličnostjo ocen parametrov

# Identifikabilnost

- Število vseh parametrov, ki jih moramo oceniti na osnovi faktorske enačbe je  $m \times k$  (faktorskih uteži, matrika  $A$ ) +  $m$  (specifičnih varianc, diagonalna matrike  $\Psi$ ).
- Parametre ocenjujemo na podlagi informacij v matriki varianc in kovarianc opazovanih spremenljivk  $\Sigma$ , ki jih imamo  $\frac{m(m+1)}{2}$ .
- Imamo torej  $\frac{m(m+1)}{2}$  enačb za  $mk + m$  parametrov.

# Identifikabilnost

- Potreben\* pogoj za globalno identifikacijo faktorskega modela je, da je več enačb kot ocenjevanih parametrov:

$$mk + m \leq \frac{m(m+1)}{2}$$

oziroma

$$k \leq \frac{m-1}{2}$$

\* Običajno zadostuje, če je kovariančna/korelacijska matrika „polnega ranga“. Obstajajo tudi nasprotni primeri v obeh smereh (rešitve z več faktorji ali ko ni rešitve ob številu faktorjev večjem od  $\frac{m-1}{2}$ ).

# Enoličnost

- Iz matrike  $\Sigma$  moramo izračunati neznane elemente  $A$  in  $\Psi$ . Ali je mogoče te elemente enolično določiti, tako da zadoščajo enačbi:

$$\Sigma = AA' + \Psi$$

- Izkaže se, da je odgovor **ne**. Za enoličnost potrebujemo še kakšen pogoj.
- Če je  $k > 1$  in če obstaja enolično določena matrika  $\Psi$ , obstaja neskončno mnogo matrika  $A$ , ki zadoščajo enačbi.

- Dokaz: Naj bo  $M_{k \times k}$  neka ortonormalna matrika ( $MM' = I$ ) in naj bo  $A^* = AM$ . Potem velja:  $A^*A^{*'} = (AM)(AM)' = AMM'A' = AA' = \Sigma - \Psi$

To pomeni, da je tudi  $A^*$  lahko rešitev enačbe. Ker je ortonormalnih matrik neskončno mnogo, obstaja tudi neskončno mnogo matrik, ki zadostujejo zgornjemu pogoju.



# Število faktorjev

- Glavni kriterij za določitev števila faktorjev naj bo teorija in
- Možnost interpretacije dobljenih faktorjev
- Uporabljamo podobne kriterije kot pri MGK
- **Pozor:** Število faktorjev vpliva na uteži pri vseh faktorjih!!!

# Število faktorjev - kriteriji

Klasične (starejše) metode:

- Tako da pojasnimo vsaj ... % celotne variabilnosti (manj kot pri MGK) \*
- Dokler so lastne vrednosti večje od povprečne variabilnosti spremenljivk (v primeru korelacijske matrike oz. standardiziranih spremenljivke torej večje od 1) \*
- Tam kjer je “koleno” scree diagramu (faktorja, kjer je koleno ne izberemo več). Diagram se pogosto (to je najbolj klasična verzija) naredi na podlagi metode glavnih komponent.

\* Odsvetujem uporabo

Priporočam predvsem uporabo metod, označenih z modro na tej in naslednji strani.



# Število faktorjev - kriteriji

- **Paralelna analiza** - Dokler so lastne vrednosti (faktorjev) večje kot bi bile na podlagi nekoreliranih podatkov. Na podlagi simulacij je to najboljša metoda.
- Zelo enostavna struktura (VSS – Very simple structure) – izberemo število, kjer največje uteži pri spremenljivkah največ pojasnijo
- MAP – Minimum Average Partial – Najmanjša povprečna parcialna korelacija med spremenljivkami, kjer kontroliramo za glavne komponente
- SRMSR – (Standardized) root mean square residual – Koren povprečnega kvadratnega rezidualna odklonov modelskih korelacij od pravih korelacij. Vedno pada, scree diagram.
- eBIC – Empirical BIC – Temelji na rezidualnih korelacijske matrike, popravljenih za število enot in število parametrov/faktorjev.

# Ocenjevanje faktorskega modela

- Faktorsko enačbo (parametre  $A$  in  $\Psi$ ) ocenjujemo v dveh korakih:
  1. Ocenimo skupni faktorski prostor ( $AA'$  oz. ocenimo komunalitete ( $h_i^2 = 1 - \psi_{ii}$ ) oz. matriko  $\Psi$ ) z eno izmed **metod faktorske analize**
  2. Ocenimo faktorske uteži z eno od **rotacij**

**Faktorska analiza sta oba koraka skupaj!**

# Metode faktorske analize

Poznamo več metod faktorske analize:

- Metoda največjega verjetja (ML)
- Metoda glavnih osi (PAF)
- Metoda najmanjših kvadratov (neuteženih)
- Metoda posplošenih (uteženih) najmanjših kvadratov
- „image“ faktorska analiza
- „alfa“ faktorska analiza
- Metoda glavnih komponent

# Metoda glavnih osi (PAF)

- Splošno faktorsko enačbo  $\Sigma = AA' + \Psi$
- Lahko zapišemo takole :  $\Sigma - \Psi = AA'$
- Recimo da so spremenljivke standardizirane. Ker je matrika  $\Psi$  diagonalna matrika z variancami specifičnih faktorjev na diagonalni, je leva stran enačbe  $(\Sigma - \Psi)$  korelacijska matrika z komunalitetami na diagonalni.
- V splošnem lahko komunalitete določimo šele, ko določimo uteži skupnih faktorjev, ki pa jih lahko izračunamo iz pop. korelacijske matrike  $\Sigma - \Psi$ .
- Metoda glavnih osi (PAF) rešuje problem faktorske analize iteracijsko.

- Najprej v diagonalo korelacijske matrike namestimo neke ocene komunalitet. Komunalitete lahko ocenimo na več načinov, npr. z največjim koeficientom korelacije v vrstici korelacijske matrike ali z multiplim koeficientom korelacije posamezne spremenljivke s preostalimi spremenljivkami.
- Nato določimo uteži skupnih faktorjev  $A$  tako, da izračunamo lastne vrednosti in lastne vektorje korelacijske matrike z ocenjenimi komunalitetami na diagonalni, pri čemer predstavljajo lastne vrednosti variance skupnih faktorjev in lastni vektorji njihove uteži.
- Na osnovi izračunanih uteži lahko izračunamo komunalitete, ki jih ponovno vstavimo v diagonalo korelacijske matrike.
- Ponovno izračunamo lastne vrednosti in lastne vektorje na novo popravljene korelacijske matrike itd.

- Na žalost ni dokazano, da ta postopek vedno skonvergira k pravi rešitvi, vendar ponavadi da dobre rezultate.
- Z metodo glavnih osi ocenimo matriko  $\Psi$ , kar z drugimi besedami pomeni, da v prostoru merjenih spremenljivk zakoličimo skupni prostor.
- Matrika  $A$  je ocenjena tako, da je varianca prvega dobljenega skupnega faktorja največja, pravokotno na prvi faktor je izbran drugi skupni faktor z največjo varianco itd. Ta rešitev je ena od mnogih možnih in ne nujno povzema skupne razsežnosti v skupnem prostoru. Zato dobljene matrike  $A$  ne interpretiramo.
- Šele rotacija omogoča poiskati ustrezno matriko  $A$ .



# Metoda največjega verjetja

- Metoda največjega verjetja je metoda za določanje cenilk parametrov, pri kateri je cenilka določena tako, da je za dani vzorec verjetje največje.
- Dobimo torej take ocene (npr. uteži), pri katerih so naši podatki najbolj verjetni (bolj kot katerikoli drugi).
- $X$  naj bodo slučajne spremenljivke z znano obliko porazdelitve na populaciji

$$p(x) = p(x; q_1, q_2, \dots, q_k)$$

- Parametri  $q_1, q_2, \dots, q_k$  so neznani. Denimo, da imamo slučajni vzorec velikosti  $n$ . Tedaj lahko **funkcijo verjetja** zapišemo:

$$L(q_1, q_2, \dots, q_k) = \prod_{j=1}^n p(x_j; q_1, q_2, \dots, q_k)$$

- Metoda največjega verjetja je zasnovana na ideji, da izbremo za ocene neznanih parametrov pri danem vzorcu take vrednosti, pri katerih je funkcija verjetnosti maksimalna.
- To pomeni, da iščemo take ocene parametrov, pri katerih je pred jemanjem vzorca najbolj verjetno, da bomo dobili ravno take podatke vzorca.

- Iščemo take ocene parametrov, kjer je funkcija verjetja največja.
- Parametre  $q_i$  ocenimo tako, da rešimo naslednji sistem enačb (odvodov funkcije verjetja):

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = 0; i = 1, 2, \dots, k$$

- Dobimo cenilke parametrov  $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \dots, \hat{q}_k$ .
- Cenilke  $\hat{q}_i$  parametrov  $q_i$  po metodi največjega verjeta so:
  - asimptotično nepristranske,
  - asimptotično najučinkovitejše.

# Faktorska analiza po metodi največjega verjetja

- **Predpostavka:** obravnavane spremenljivke se na populaciji porazdeljujejo večrazsežnostno normalno
- Logaritem funkcije verjetja je:

$$\ln L = -\frac{1}{2}n(\ln|\Sigma| + sl(\Sigma^{-1}S))$$

kjer je  $S$  vzorčna variančno-kovariančna matirka in

$$\Sigma = AA' + \Psi$$

- Torej

$$\ln L = -\frac{1}{2}n \left( \ln|AA' + \Psi| + sl((AA' + \Psi)^{-1}S) \right)$$

- Iščemo maksimum logaritma funkcije verjetja  $\ln L$ , tako da parcialno odvajamo po neznanih parametrih  $a_{ij}$  in  $\psi_{ii}$ :

$$\frac{\partial \ln L}{\partial a_{ij}} = 0; \frac{\partial \ln L}{\partial \psi_{ii}} = 0$$

- Ko rešimo sistem enačb, dobimo oceni po metodi največjega verjetja za iskani matriki parametrov  $\hat{A}$  in  $\hat{\Psi}$ .
- Zasluge za razvoj metode imajo Joereskog in Lawley (1968) in Maxwell (1971).
- Metoda faktorske analize po metodi največjega verjetja je priporočljiva, če imamo vzorce velikosti vsaj 400 enot.

# Kvaliteta ocene faktorskega prostora

- S faktorsko analizo želimo čim bolje pojasniti kovariance oz. korelacije med spremenljivkami, torej ne-diagonalne elemente kovariančne ali korelacijske matrike
- Tako lahko kvaliteto ocene faktorskega prostora ocenjujemo tudi preko tega, kako dobro se korelacije (kovariance) na podlagi modela prilegajo dejanskim.
- Manjše razlike → boljša ocena.
- V SPSS-u to dobimo, če zahtevamo „reproduced correlations“. V R-ju s funkcijo `factor.residuals` iz paketa `psych`

# Rotacije

- Ob reševanju splošne faktorske enačbe

$$\Sigma = AA' + \Psi$$

kjer je znana matrika  $\Sigma$  in neznani matriki  $A$  in  $\Psi$  smo ugotovili, da matrike  $A$  ne moremo enolično oceniti.

- Zato moramo določiti dodatne pogoje za enolično določitev matrike  $A$ .
- Matriko  $A$ , ki smo jo dobili z eno od metod faktorske analize ustrezno transformiramo, zarotiramo.
- To pomeni, da dobljeno matriko pomnožimo z transformacijsko (ortonormalno) matriko  $M$

$$A^* = AM$$

- Rešitev  $A^*$  enako dobro reproducira originalne podatke (matriko  $\Sigma$ ) kot prvotna rešitev  $A$ .

# Thurstonova osnovna načela

- Vsaka vrstica v faktorski matriki  $A$  naj ima vsaj eno ničlo;
- če je  $k$  skupnih faktorjev, naj ima vsak faktor v matriki  $k$  ničel;
- za vsak faktor v matriki naj bo več spremenljivk, ki imajo močne uteži v pri tem faktorju in majhne na ostalih;
- za vsak par faktorjev v matriki naj ima velik del spremenljivk majhne uteži na obeh faktorjih (če je 4 ali več vseh faktorjev);
- za vsak par faktorjev v matriki naj bo le majhen del spremenljivk z utežmi različnimi od 0 na obeh faktorjih (če je 4 ali več vseh faktorjev).

Postopki rotacij prevedejo Thurstonova načela na optimiziranje ustreznih kriterijskih funkcij, ki dajo rotirane faktorske rešitve.



# Rotacije

- Pravokotne rotacije - rotirani faktorji so neodvisni (ne korelirani) med seboj
- Poševne rotacije – rotirani faktorji so korelirani
- Običajno najprej naredimo poševno rotacijo, če faktorji niso pretirano korelirani (npr. vse korelacije pod 0,20), naredimo še pravokotno rotacijo in uporabimo to

# Pravokotne rotacije

- **VARIMAX** – Maksimizira varianco kvadratov uteži na vsakem faktorju in s tem poenostavlja strukturo po faktorjih in njihovo interpretacijo
- **VARIMIN** – Minimizira varianco kvadratov uteži na vsakem faktorju – ne išče enostavne strukture, ni v skladu z Thurstonovimi načeli (Ertel, 2011; 2013)
- **QUARTIMAX** – Prevede problem na maksimizacijo četrth potenc faktorskih uteži. Ta rotacijski postopek poenostavlja strukturo po spremenljivkah v faktorski matriki.
- **EQUIMAX** – Poenostavlja strukturo po spremenljivkah in faktorjih

# Poševne rotacije

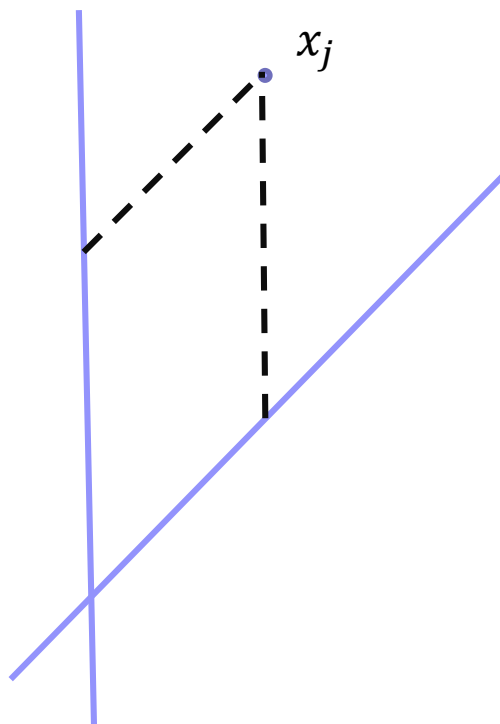
- Faktorji so korelirani, niso neodvisni
- Splošna faktorska enačba postane  $\Sigma = ARA' + \Psi$ , kjer je  $R$  korelacijska matrika med faktorji

# Poševne rotacije

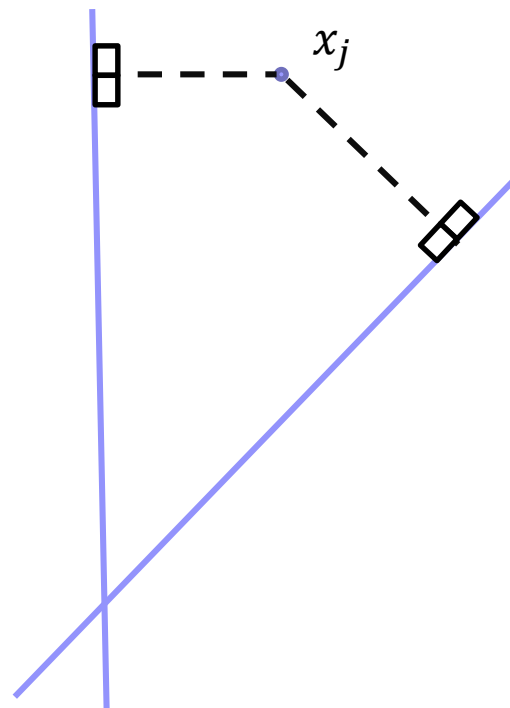
Pri poševnih rotacijah (grafično - med faktorjema ni pravi kot) lahko spremenljivke (točke v poševnem koordinatnem sistemu) projiciramo na poševne faktorje na dva načina:

- **Vzporedno**, s čemer dobimo 'pattern' uteži (originalne – matrika  $A$ ), ki so **regresijski** (parcialni korelacijski) **koeficienti** med spremenljivko in faktorjem in
- **pravokotno**, s čemer dobimo strukturne uteži (matrika  $A \cdot R$ ), ki so **korelacijski koeficienti** med spremenljivko in faktorjem.

# Poševne rotacije



„pattern“ uteži



strukturne uteži

V primeru pravokotnih faktorjev so 'pattern' in strukturne uteži enake.


# Poševne rotacije

- **PROMAX** – ima parameter (“m”). Priporočene vrednosti so od 2 do 4. Glavna prednost je hitrost.
- **OBLIMIN** – Počasnejša, a boljša. Parameter “delta” določa, kako poševna naj bo rotacija. Dovoljene vrednosti so od -9999 in 0.8. Večja vrednost povzroči bolj poševne rotacije (faktorji so bolj korelirani)
- Druge: OBLIMAX, QUARTIMIN, COVARMIN in BIQUARTIMIN

# Faktorske vrednosti

- Ocenili smo:  $A$  in  $\Psi$  (ozirom  $h_i^2$ )
- Nismo pa še ocenili faktorskih vrednosti (factor scores):  $F_{n \times k} = [f_{ij}] \rightarrow f_{ij}$  je vrednost  $i$ -tega faktorja na  $j$ -ti enoti.
- Faktorske vrednosti **niso linearna kombinacija merjenih spremenljivk**, saj so merjene spremenljivke linearna kombinacija faktorjev:

$$X_i = \sum_{r=1}^k a_{ir} F_r + E_i \text{ oziroma } X = F A' + E$$

- 
- Faktorske vrednosti niso natančno določljive (model vsebuje tudi napake ali “specifične” faktorje)
  - Obstaja več metod za ocenjevanje faktorskih vrednosti, a nobena ni idealna
  - Vedeti moramo, da se lahko ocenjene faktorske vrednosti precej razlikujejo med različnimi metodami in od “pravih” vrednosti
  - To na primer pomeni, da je korelacija med tako ocenjenima pravokotnima faktorjema lahko rahlo različna od 0.



# Metode za ocenjevanje faktorskih vrednosti

- Regresijska metoda (Thurstone, 1935) – Vrednosti predstavljajo „določljivi“ del faktorskih vrednosti, ki je pri tej metodi maksimalen. Ne ohranja korelacija med faktorji
- ten Berge (ten Berge, Krijnen, Wansbeek, Shapiro, 1999) – ohranjajo korelacije med faktorji
- Bartlett (1937) – minimizirajo vsoto kvadratov specifičnih faktorjev

# Regresijska ocena faktorskih vrednosti

- To je ena izmed metod za oceno faktorskih vrednosti.

$$\hat{F} = XB$$

- $B$  je potrebno oceniti. Vzemimo, da so merjene spremenljivke standardizirane. Tedaj so elementi vektorja  $B$  standardizirani regresijski koeficienti.

# Regresijska ocena faktorskih vrednosti

- Izračunamo korelacijo matriko faktorjev in spremenljivk (v primeru pravokotne rotacije je  $R = I$ ):

$$\begin{bmatrix} \Sigma & AR \\ (AR)' & R \end{bmatrix}$$

- Z nekaj linearne algebre dobimo regresijsko oceno faktorskih vrednosti:

$$B = \Sigma^{-1}AR$$
$$\hat{F} = XB = X\Sigma^{-1}AR$$

# Primer

- Podatki so bili zbrani v okviru raziskave *Kakovost merjenja egocentričnih socialnih omrežij* (Ferligoj in drugi, 2000) leta 2000. Vzorec vsebuje 1033 prebivalcev Ljubljane. Analiza je bila narejena na 631 prebivalcih, ki so bili osebno intervjuvani.
- Za faktorsko analizo smo izbrali spremenljivke, ki merijo Ekstravertiranost in Emocionalno stabilnost.
- Najprej uporabimo metodo največjega verjetja in Oblimin rotacijo ( $\text{delta} = 0$ ) (poševna rotaciji)
- V drugem koraku po potrebi uporabimo še Varimax

# Korelacije

	EKSTA	EKSTB	EKSTE	EKSTH	EKSTIR	EKSTLR	EKSTNR	EKSTOR	EKSTP	EKSTRR	EMOCC	EMOCDR	EMOCF	EMOCGR	EMOCJR	EMOCKR	EMOCMR	EMOCQR	EMOCSR	EMOCTR
EKSTA Sem duša vsake družbe.		,203	,282	,220	,127	,286	,195	,160	,165	,270	,055	,056	,262	-,026	-,037	-,033	-,010	-,003	,035	,005
EKSTB Ne moti me, če sem v središču pozornosti.	,203		,186	,182	,237	,150	,192	,152	,158	,289	-,015	,076	,141	,003	,008	,100	-,001	-,055	,007	,019
EKSTE Na zabavah se pomenkujem z mnogo ljudmi vseh vrst	,282	,186		,267	,044	,313	,334	,235	,304	,285	,052	,102	,283	,007	,049	,106	,002	,055	,143	,084
EKSTH Pogovore nacenjam jaz.	,220	,182	,267		,038	,284	,279	,237	,244	,212	,091	,037	,135	-,023	-,065	,090	-,022	-,003	,049	-,035
EKSTIR Nerač/a pritegnem pozornost nase.	,127	,237	,044	,038		,155	,165	,165	-,009	,324	-,070	,105	,040	,101	,094	,130	-,088	-,054	,047	,062
EKSTLR Sem redkobeseden(a).	,286	,150	,313	,284	,155		,365	,469	,237	,408	,060	-,013	,287	-,036	-,026	,134	,046	,041	,147	,063
EKSTNR V navzočnosti neznanih oseb sem molcec(a).	,195	,192	,334	,279	,165	,365		,425	,200	,459	,061	,131	,258	,143	,126	,250	,039	,108	,160	,195
EKSTOR Imam malo povedati.	,160	,152	,235	,237	,165	,469	,425		,234	,444	,035	,084	,225	,025	,067	,174	,054	,121	,143	,139
EKSTP Med ljudmi se pocutim sproščeno.	,165	,158	,304	,244	-,009	,237	,200	,234		,193	,142	,117	,482	,080	,095	,085	,049	,060	,147	,067
EKSTRR Zadržujem se v ozadju.	,270	,289	,285	,212	,324	,408	,459	,444	,193		,089	,142	,185	,077	,145	,276	,072	,164	,272	,215
EMOCC Redkokdaj sem potr(a).	,055	-,015	,052	,091	-,070	,060	,061	,035	,142	,089		,223	,215	,173	,162	,205	,158	,221	,351	,171
EMOCDR Zlahka me kaj vrže iz tira.	,056	,076	,102	,037	,105	-,013	,131	,084	,117	,142	,223		,203	,588	,588	,294	,223	,369	,337	,431
EMOCF Sem vecidel sproščen(a).	,262	,141	,283	,135	,040	,287	,258	,225	,482	,185	,215	,203		,148	,184	,230	,085	,194	,266	,214
EMOCGR Zlahka me kaj razdraži.	-,026	,003	,007	-,023	,101	-,036	,143	,025	,080	,077	,173	,588	,148		,647	,255	,271	,359	,254	,365
EMOCJR Zlahka me kaj vznemiri.	-,037	,008	,049	-,065	,094	-,026	,126	,067	,095	,145	,162	,588	,184	,647		,305	,225	,336	,376	,448
EMOCKR Sem zaskrbljene narave.	-,033	,100	,106	,090	,130	,134	,250	,174	,085	,276	,205	,294	,230	,255	,305		,088	,250	,350	,391
EMOCMR Velikokrat sem muhasto razpoložen(a).	-,010	-,001	,002	-,022	-,088	,046	,039	,054	,049	,072	,158	,223	,085	,271	,225	,088		,409	,271	,267
EMOCQR Moje razpoloženje se pogosto menja.	-,003	-,055	,055	-,003	-,054	,041	,108	,121	,060	,164	,221	,369	,194	,359	,336	,250	,409		,439	,442
EMOCSR Pogosto sem potr(a).	,035	,007	,143	,049	,047	,147	,160	,143	,147	,272	,351	,337	,266	,254	,376	,350	,271	,439		,379
EMOCTR Zlahka se me poloti napetost.	,005	,019	,084	-,035	,062	,063	,195	,139	,067	,215	,171	,431	,214	,365	,448	,391	,267	,442	,379	

# Kaiser-Meyer-Olkin-ova mera

## KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		,833
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	3153,239
	df	190
	Sig.	,000

- Kaiser-Meyer-Olkin-ova mera (KMO) meri primernost podatkov za faktorsko analizo – ali so spremenljivke „dovolj“ korelirane. Vrednosti so med 0 in 1. Zaželeno je, da so blizu ena ali vsaj nad 0,5

# Anti-image korelacije (parcialni korelacijski koeficienti s spremenjenim predznakom)

	EKSTA	EKSTB	EKSTE	EKSTH	EKSTIR	EKSTLR	EKSTNR	EKSTOR	EKSTP	EKSTRR	EMOCC	EMOCDR	EMOCF	EMOCCR	EMOCCR	EMOCCR	EMOCCR	EMOCCR	EMOCCR	EMOCTR
EKSTA Sem duša vsake družbe.	,784	-,079	-,134	-,097	-,048	-,117	,000	,048	,045	-,143	-,033	-,068	-,185	,013	,049	,146	,005	,013	,038	,007
EKSTB Ne moti me, če sem v središču pozornosti.	-,079	,810	-,057	-,083	-,154	,039	-,022	,011	-,058	-,155	,034	-,065	-,046	,027	,023	-,047	-,053	,077	,057	,019
EKSTE Na zabavah se pomenkujem z mnogo ljudmi vseh vrst	-,134	-,057	,874	-,100	,065	-,102	-,156	,016	-,138	-,057	,045	-,058	-,066	,060	-,012	,011	,036	,003	-,050	-,005
EKSTH Pogovore nacenjam jaz.	-,097	-,083	-,100	,825	,042	-,109	-,129	-,057	-,139	,004	-,068	-,054	,078	-,007	,082	-,058	,024	-,005	,005	,080
EKSTIR Nerač/a pritegnem pozornost nase.	-,048	-,154	,065	,042	,713	-,048	,000	-,033	,077	-,224	,090	-,048	,000	-,090	-,005	-,043	,102	,098	-,021	,003
EKSTLR Sem redkobeseden(a).	-,117	,039	-,102	-,109	-,048	,850	-,075	-,283	-,012	-,143	,002	,082	-,125	,004	,050	-,017	-,059	,043	-,052	,011
EKSTNR V navzočnosti neznanih oseb sem molcec(a).	,000	-,022	-,156	-,129	,000	-,075	,867	-,196	,031	-,223	,025	,037	-,082	-,114	,015	-,081	,022	,028	,027	-,065
EKSTOR Imam malo povedati.	,048	,011	,016	-,057	-,033	-,283	-,196	,845	-,083	-,194	,038	-,029	-,021	,061	-,016	-,006	-,007	-,061	,031	-,019
EKSTP Med ljudmi se pocutim sproščeno.	,045	-,058	-,138	-,139	,077	-,012	,031	-,083	,756	-,055	-,041	-,011	-,397	-,034	-,020	,064	-,013	,056	-,013	,037
EKSTRR Zadržujem se vožadju.	-,143	-,155	-,057	,004	-,224	-,143	-,223	-,194	-,055	,833	-,013	,024	,120	,067	-,049	-,102	-,006	-,070	-,125	-,045
EMOCC Redkokdaj sem potr(a).	-,033	,034	,045	-,068	,090	,002	,025	,038	-,041	-,013	,825	-,078	-,090	-,042	,050	-,081	-,037	-,019	-,231	,017
EMOCDR Zlahka me kaj vrže iz tira.	-,068	-,065	-,058	-,054	-,048	,082	,037	-,029	-,011	,024	-,078	,870	-,015	-,297	-,252	-,042	,005	-,086	-,046	-,138
EMOCF Sem vecidel sproščen(a).	-,185	-,046	-,066	,078	,000	-,125	-,082	-,021	-,397	,120	-,090	-,015	,785	,008	-,035	-,107	,033	-,071	-,073	-,053
EMOCCR Zlahka me kaj razdraži.	,013	,027	,060	-,007	-,090	,004	-,114	,061	-,034	,067	-,042	-,297	,008	,791	-,431	-,033	-,118	-,121	,097	,010
EMOCCR Zlahka me kaj vznemiri.	,049	,023	-,012	,082	-,005	,050	,015	-,016	-,020	-,049	,050	-,252	-,035	-,431	,822	-,043	,006	,043	-,167	-,151
EMOCCR Sem zaskrbljene narave.	,146	-,047	,011	-,058	-,043	-,017	-,081	-,006	,064	-,102	-,081	-,042	-,107	-,033	-,043	,871	,078	-,011	-,132	-,201
EMOCCR Velikokrat sem muhasto razpoložen(a).	,005	-,053	,036	,024	,102	-,059	,022	-,007	-,013	-,006	-,037	,005	,033	-,118	,006	,078	,817	-,258	-,091	-,079
EMOCCR Moje razpoloženje se pogosto menja.	,013	,077	,003	-,005	,098	,043	,028	-,061	,056	-,070	-,019	-,086	-,071	-,121	,043	-,011	-,258	,842	-,221	-,204
EMOCCR Pogosto sem potr(a).	,038	,057	-,050	,005	-,021	-,052	,027	,031	-,013	-,125	-,231	-,046	-,073	,097	-,167	-,132	-,091	-,221	,858	-,066
EMOCTR Zlahka se me poloti napetost.	,007	,019	-,005	,080	,003	,011	-,065	-,019	,037	-,045	,017	-,138	-,053	,010	-,151	-,201	-,079	-,204	-,066	,894

- Elementi na diagonalni so KMO za posamezne spremenljivke (naj bi bile nad 0,5)

	EKSTA	EKSTB	EKSTE	EKSTH	EKSTIR	EKSTLR	EKSTNR	EKSTOR	EKSTP	EKSTRR	EMOCC	EMOCDR	EMOCF	EMOCGR	EMOCJR	EMOCKR	EMOCMR	EMOCQR	EMOCSR	EMOCTR
EKSTA Sem duša vsake družbe.	,784	-,079	-,134	-,097	-,048	-,117	,000	,048	,045	-,143	-,033	-,068	-,185	,013	,049	,146	,005	,013	,038	,007
EKSTB Ne moti me, če sem v središču pozornosti.	-,079	,810	-,057	-,083	-,154	,039	-,022	,011	-,058	-,155	,034	-,065	-,046	,027	,023	-,047	-,053	,077	,057	,019
EKSTE Na zabavah se pomenkujem z mnogo ljudmi vseh vrst	-,134	-,057	,874	-,100	,065	-,102	-,156	,016	-,138	-,057	,045	-,058	-,066	,060	-,012	,011	,036	,003	-,050	-,005
EKSTH Pogovore nacenjam jaz.	-,097	-,083	-,100	,825	,042	-,109	-,129	-,057	-,139	,004	-,068	-,054	,078	-,007	,082	-,058	,024	-,005	,005	,080
EKSTIR Nerač/a pritegnem pozornost nase.	-,048	-,154	,065	,042	,713	-,048	,000	-,033	,077	-,224	,090	-,048	,000	-,090	-,005	-,043	,102	,098	-,021	,003
EKSTLR Sem redkobeseden(a).	-,117	,039	-,102	-,109	-,048	,850	-,075	-,283	-,012	-,143	,002	,082	-,125	,004	,050	-,017	-,059	,043	-,052	,011
EKSTNR V navzočnosti neznanih oseb sem molčec(a).	,000	-,022	-,156	-,129	,000	-,075	,867	-,196	,031	-,223	,025	,037	-,082	-,114	,015	-,081	,022	,028	,027	-,065
EKSTOR Imam malo povedati.	,048	,011	,016	-,057	-,033	-,283	-,196	,845	-,083	-,194	,038	-,029	-,021	,061	-,016	-,006	-,007	-,061	,031	-,019
EKSTP Med ljudmi se pocutim sproščeno.	,045	-,058	-,138	-,139	,077	-,012	,031	-,083	,756	-,055	-,041	-,011	-,397	-,034	-,020	,064	-,013	,056	-,013	,037
EKSTRR Zadržujem se vožadju.	-,143	-,155	-,057	,004	-,224	-,143	-,223	-,194	-,055	,833	-,013	,024	,120	,067	-,049	-,102	-,006	-,070	-,125	-,045
EMOCC Redkokdaj sem potr(a).	-,033	,034	,045	-,068	,090	,002	,025	,038	-,041	-,013	,825	-,078	-,090	-,042	,050	-,081	-,037	-,019	-,231	,017
EMOCDR Zlahka me kaj vrže iz tira.	-,068	-,065	-,058	-,054	-,048	,082	,037	-,029	-,011	,024	-,078	,870	-,015	-,297	-,252	-,042	,005	-,086	-,046	-,138
EMOCF Sem vecidel sproščen(a).	-,185	-,046	-,066	,078	,000	-,125	-,082	-,021	-,397	,120	-,090	-,015	,785	,008	-,035	-,107	,033	-,071	-,073	-,053
EMOCGR Zlahka me kaj razdraži.	,013	,027	,060	-,007	-,090	,004	-,114	,061	-,034	,067	-,042	-,297	,008	,791	-,431	-,033	-,118	-,121	,097	,010
EMOCJR Zlahka me kaj vznemiri.	,049	,023	-,012	,082	-,005	,050	,015	-,016	-,020	-,049	,050	-,252	-,035	-,431	,822	-,043	,006	,043	-,167	-,151
EMOCKR Sem zaskrbljene narave.	,146	-,047	,011	-,058	-,043	-,017	-,081	-,006	,064	-,102	-,081	-,042	-,107	-,033	-,043	,871	,078	-,011	-,132	-,201
EMOCMR Velikokrat sem muhasto razpoložen(a).	,005	-,053	,036	,024	,102	-,059	,022	-,007	-,013	-,006	-,037	,005	,033	-,118	,006	,078	,817	-,258	-,091	-,079
EMOCQR Moje razpoloženje se pogosto menja.	,013	,077	,003	-,005	,098	,043	,028	-,061	,056	-,070	-,019	-,086	-,071	-,121	,043	-,011	-,258	,842	-,221	-,204
EMOCSR Pogosto sem potr(a).	,038	,057	-,050	,005	-,021	-,052	,027	,031	-,013	-,125	-,231	-,046	-,073	,097	-,167	-,132	-,091	-,221	,858	-,066
EMOCTR Zlahka se me poloti napetost.	,007	,019	-,005	,080	,003	,011	-,065	-,019	,037	-,045	,017	-,138	-,053	,010	-,151	-,201	-,079	-,204	-,066	,894

- Elementi izven diagonale so parcialni korelacijski koeficienti (z zamenjanim predznakom), torej merijo, koliko sta posamezni spremenljivki povezani, če izločimo vpliv vseh ostalih spremenljivk.
- Zaželeno je, da so absolutne vrednosti blizu 0



# Komunalitete

Communalities

	Initial	Extraction
EKSTA Sem duša vsake družbe.	,215	<b>,172</b>
EKSTB Ne moti me, ce sem v središču pozornosti.	,164	<b>,116</b>
EKSTE Na zabavah se pomenkujem z mnogo ljudmi vseh vrst	,251	,252
EKSTH Pogovore nacenjam jaz.	,199	<b>,188</b>
EKSTIR Nerad/a pritegnem pozornost nase.	,187	<b>,069</b>
EKSTLR Sem redkobeseden(a).	,361	,430
EKSTNR V navzocnosti neznanih oseb sem molcec(a).	,354	,387
EKSTOR Imam malo povedati.	,348	,375
EKSTP Med ljudmi se pocutim sproščeno.	,306	<b>,176</b>
EKSTRR Zadržujem se v ozadju.	,439	,443
EMOCC Redkokdaj sem potr(a).	,178	<b>,099</b>
EMOCDR Zlahka me kaj vrže iz tira.	,478	,536
EMOCF Sem vecidel sprošcen(a).	,369	,243
EMOCGR Zlahka me kaj razdraži.	,519	,546
EMOCJR Zlahka me kaj vznemiri.	,537	,604
EMOCKR Sem zaskrbljene narave.	,283	,243
EMOCMR Velikokrat sem muhasto razpoložen(a).	,217	<b>,139</b>
EMOCQR Moje razpoloženje se pogosto menja.	,386	,307
EMOCSR Pogosto sem potr(a).	,381	,310
EMOCTR Zlahka se me poloti napetost.	,379	,382

Problematicne so spremenljivke z nizkimi komunalitetami, pod 0,2.

### Total Variance Explained

Factor	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings <sup>a</sup>
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total
1	4,460	22,301	22,301	3,736	18,679	18,679	3,377
2	2,867	14,337	36,638	2,283	11,413	30,092	3,024
3	1,436	7,180	43,818				
4	1,188	5,939	49,757				
5	,992	4,960	54,717				
6	,954	4,769	59,486				
7	,884	4,418	63,904				
8	,831	4,157	68,061				
9	,794	3,970	72,031				
10	,674	3,371	75,402				
11	,656	3,282	78,684				
12	,595	2,974	81,658				
13	,584	2,919	84,577				
14	,538	2,692	87,269				
15	,516	2,582	89,851				
16	,493	2,467	92,318				
17	,458	2,291	94,609				
18	,392	1,958	96,567				
19	,385	1,924	98,491				
20	,302	1,509	100,000				

- Prvi dve GK bi pojasnili 36,6% variabilnosti
- Prvi faktor pred rotacijo pojasni 18,7% variabilnosti, drugi pa 11,4%
- Dva faktorja pojasnita 30,1% celotne variabilnosti
- Cilj FA ni pojasniti čim več variabilnosti posameznih spr.

Extraction Method: Maximum Likelihood.

a. When factors are correlated, sums of squared loadings cannot be added to obtain a total variance.

# Scree plot



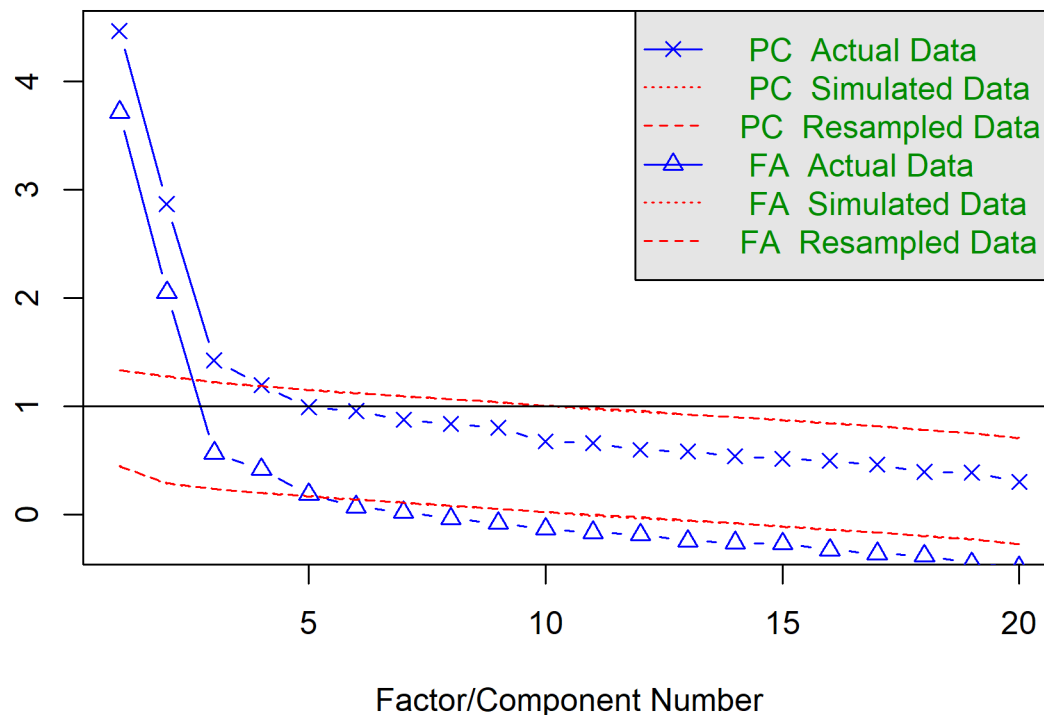
Koleno je pri 3  
komponentah,  
zato obdržimo  
**2** faktorja

# Paralelna analiza

- Prikazani so rezultati tako za FA kot za MGK
- MGK: 4 komponente
- FA: 5 faktorjev
- Še posebej 5 faktorjev težko opravičimo

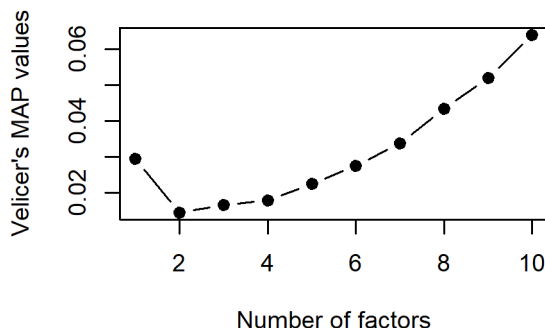
eigenvalues of principal components and factor analysis

Parallel Analysis Scree Plots

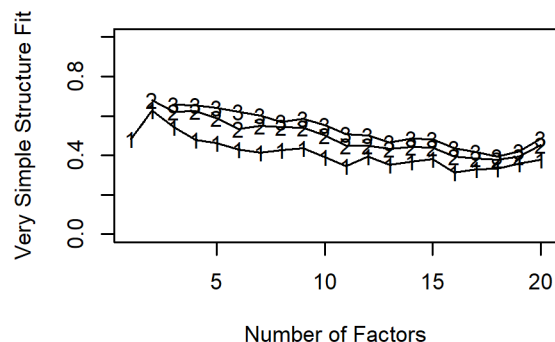


# Drugi kriteriji (nfactors{psych})

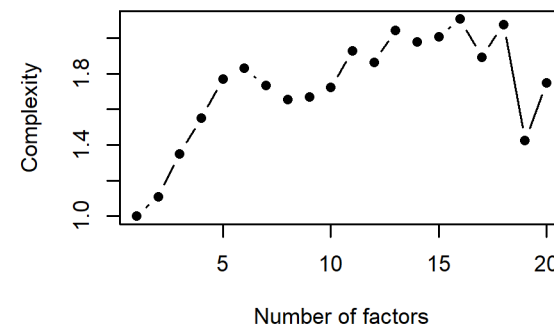
Velicer's MAP values



Very Simple Structure

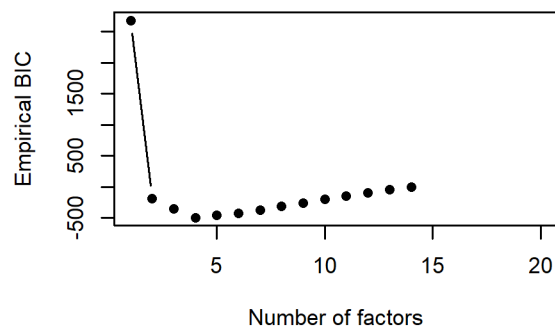


Complexity

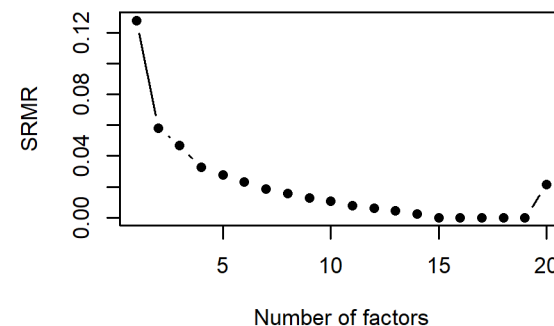


- VSS: Če upoštevamo samo 1 ali 2 uteži, predlaga 2 faktorja

Empirical BIC



Root Mean Residual



- Emp. BIC: 4 faktorji

- Root mean residual: 2 ali 4
- Velicer's MAP: 2

# Matrika (nerotiranih) faktorskih uteži

Factor Matrix<sup>a</sup>

	Factor	
	1	2
EKSTA Sem duša vsake družbe.	,155	,385
EKSTB Ne moti me, če sem v središču pozornosti.	,156	,303
EKSTE Na zabavah se pomenkujem z mnogo ljudmi vseh vrst	,274	,421
EKSTH Pogovore nacenjam jaz.	,151	,407
EKSTIR Nerač/a pritegnem pozornost nase.	,182	,190
EKSTLR Sem redkobeseden(a).	,270	,597
EKSTNR V navzočnosti neznanih oseb sem molcec(a).	,416	,463
EKSTOR Imam malo povedati.	,344	,507
EKSTP Med ljudmi se pocutim sproščeno.	,285	,308
EKSTRR Zadržujem se v ozadju.	,447	,493
EMOCC Redkokdaj sem potr(a).	,312	-,036
EMOCDR Zlahka me kaj vrže iz tira.	,675	-,284
EMOCF Sem vecidel sproščen(a).	,418	,263
EMOCGR Zlahka me kaj razdraži.	,637	-,374
EMOCJR Zlahka me kaj vznemiri.	,689	-,359
EMOCKR Sem zaskrbljene narave.	,491	,033
EMOCMR Velikokrat sem muhasto razpoložen(a).	,339	-,154
EMOCQR Moje razpoloženje se pogosto menja.	,526	-,174
EMOCSR Pogosto sem potr(a).	,556	-,029
EMOCTR Zlahka se me poloti napetost.	,599	-,151

Extraction Method: Maximum Likelihood.

a. 2 factors extracted. 4 iterations required.

- Faktorska analiza je „končana“ šele po rotaciji, zato teh uteži ne interpretiramo

# Kvaliteta ocene faktorskega prostora

Goodness-of-fit Test

Chi-Square	df	Sig.
671,910	151	,000

- $\chi^2$  test je mogoč le pri metodi največjega verjetja
- Test preverja domnevo, da izbrano število faktorjev dobro pojasni povezave med spremenljivkami
- Pri izračunani stopnji značilnosti lahko trdimo, da model **ne pojasnjuje** dobro vseh korelacij med spremenljivkami (kot na primer pri nas) in nakazuje, da bi potrebovali več faktorjev.

# Korelacije na podlagi modela

	EKSTA	EKSTB	EKSTE	EKSTH	EKSTIR	EKSTLR	EKSTNR	EKSTOR	EKSTP	EKSTRR	EMOCC	EMOCDR	EMOCF	EMOCCR	EMOCJR	EMOCKR	EMOCMR	EMOCQR	EMOCSR	EMOCTR
EKSTA Sem duša vsake družbe.	,172	,141	,205	,180	,101	,272	,243	,248	,163	,259	,034	-,005	,166	-,045	-,032	,089	-,007	,015	,075	,035
EKSTB Ne moti me, če sem v središču pozornosti.	,141	,116	,171	,147	,086	,223	,205	,207	,138	,219	,038	,020	,145	-,014	-,001	,087	,006	,030	,078	,048
EKSTE Na zabavah se pomenkujem z mnogo ljudmi vseh vrst	,205	,171	,252	,213	,130	,326	,309	,308	,208	,330	,070	,065	,225	,017	,037	,149	,028	,071	,140	,101
EKSTH Pogovore nacenjam jaz.	,180	,147	,213	,188	,105	,284	,251	,258	,168	,268	,032	-,014	,170	-,056	-,042	,088	-,012	,009	,072	,029
EKSTIR Nerad/a pritegnem pozornost nase.	,101	,086	,130	,105	,069	,162	,164	,159	,110	,175	,050	,069	,126	,045	,057	,096	,033	,063	,096	,081
EKSTLR Sem redkobeseden(a).	,272	,223	,326	,284	,162	,430	,389	,395	,261	,415	,063	,013	,270	-,051	-,028	,153	,000	,038	,133	,072
EKSTNR V navzočnosti neznanih oseb sem molcec(a).	,243	,205	,309	,251	,164	,389	,387	,377	,261	,414	,113	,150	,295	,092	,121	,220	,070	,139	,218	,180
EKSTOR Imam malo povedati.	,248	,207	,308	,258	,159	,395	,377	,375	,254	,403	,089	,088	,277	,030	,055	,186	,039	,093	,177	,130
EKSTP Med ljudmi se pocutim sproščeno.	,163	,138	,208	,168	,110	,261	,261	,254	,176	,279	,078	,105	,200	,066	,086	,150	,049	,097	,150	,124
EKSTRR Zadržujem se v ozadju.	,259	,219	,330	,268	,175	,415	,414	,403	,279	,443	,122	,162	,316	,101	,131	,236	,076	,150	,235	,194
EMOCC Redkokdaj sem potr(a).	,034	,038	,070	,032	,050	,063	,113	,089	,078	,122	,099	,221	,121	,213	,228	,152	,111	,171	,175	,193
EMOCDR Zlahka me kaj vrže iz tira.	-,005	,020	,065	-,014	,069	,013	,150	,088	,105	,162	,221	,536	,207	,536	,567	,322	,272	,405	,384	,447
EMOCF Sem vecidel sproščen(a).	,166	,145	,225	,170	,126	,270	,295	,277	,200	,316	,121	,207	,243	,168	,193	,214	,101	,174	,225	,211
EMOCCR Zlahka me kaj razdraži.	-,045	-,014	,017	-,056	,045	-,051	,092	,030	,066	,101	,213	,536	,168	,546	,573	,301	,274	,401	,365	,438
EMOCJR Zlahka me kaj vznemiri.	-,032	-,001	,037	-,042	,057	-,028	,121	,055	,086	,131	,228	,567	,193	,573	,604	,327	,289	,425	,394	,467
EMOCKR Sem zaskrbljene narave.	,089	,087	,149	,088	,096	,153	,220	,186	,150	,236	,152	,322	,214	,301	,327	,243	,161	,253	,273	,290
EMOCMR Velikokrat sem muhasto razpoložen(a).	-,007	,006	,028	-,012	,033	,000	,070	,039	,049	,076	,111	,272	,101	,274	,289	,161	,139	,205	,193	,226
EMOCQR Moje razpoloženje se pogosto menja.	,015	,030	,071	,009	,063	,038	,139	,093	,097	,150	,171	,405	,174	,401	,425	,253	,205	,307	,298	,342
EMOCSR Pogosto sem potr(a).	,075	,078	,140	,072	,096	,133	,218	,177	,150	,235	,175	,384	,225	,365	,394	,273	,193	,298	,310	,338
EMOCTR Zlahka se me poloti napetost.	,035	,048	,101	,029	,081	,072	,180	,130	,124	,194	,193	,447	,211	,438	,467	,290	,226	,342	,338	,382

- Na diagonalah so komunalitete
- Model dobro pojasnjuje, če so korelacije (ostalo) naj bi bile čim bolj podobne originalnim



# Korelacije na podlagi modela (odkloni)

	EKSTA	EKSTB	EKSTE	EKSTH	EKSTIR	EKSTLR	EKSTNR	EKSTOR	EKSTP	EKSTRR	EMOCC	EMOCDR	EMOCF	EMOGR	EMOCJR	EMOCKR	EMOCMR	EMOCQR	EMOCSR	EMOCTR
EKSTA Sem duša vsake družbe.		,062	,077	,040	,026	,014	-,048	-,088	,002	,011	,021	,060	,097	,020	-,005	-,122	-,003	-,018	-,040	-,029
EKSTB Ne moti me, če sem v središču pozornosti.	,062		,015	,035	,151	-,073	-,013	-,055	,020	,069	-,053	,057	-,004	,017	,010	,013	-,008	-,084	-,071	-,029
EKSTE Na zabavah se pomenkujem z mnogo ljudmi vseh vrst	,077	,015		,054	-,086	-,013	,025	-,073	,096	-,046	-,018	,036	,058	-,010	,012	-,043	-,026	-,016	,003	-,016
EKSTH Pogovore nacenjam jaz.	,040	,035	,054		-,066	,000	,028	-,021	,075	-,056	,059	,050	-,034	,033	-,023	,003	-,010	-,011	-,023	-,064
EKSTIR Nerač/a pritegnem pozornost nase.	,026	,151	-,086	-,066		-,008	,001	,006	-,119	,149	-,120	,036	-,086	,056	,037	,035	-,121	-,117	-,049	-,019
EKSTLR Sem redkobeseden(a).	,014	-,073	-,013	,000	-,008		-,023	,074	-,024	-,007	-,002	-,026	,018	,015	,002	-,018	,046	,002	,014	-,009
EKSTNR V navzočnosti neznanih oseb sem molcec(a).	-,048	-,013	,025	,028	,001	-,023		,047	-,061	,045	-,052	-,019	-,037	,051	,006	,030	-,031	-,030	-,058	,015
EKSTOR Imam malo povedati.	-,088	-,055	-,073	-,021	,006	,074	,047		-,020	,041	-,053	-,005	-,051	-,004	,012	-,012	,015	,028	-,034	,010
EKSTP Med ljudmi se pocutim sproščeno.	,002	,020	,096	,075	-,119	-,024	-,061	-,020		-,086	,064	,012	,282	,014	,009	-,065	-,001	-,036	-,003	-,057
EKSTRR Zadržujem se v ozadju.	,011	,069	-,046	-,056	,149	-,007	,045	,041	-,086		-,033	-,020	-,131	-,023	,014	,040	-,004	,014	,037	,021
EMOCC Redkokdaj sem potr(a).	,021	-,053	-,018	,059	-,120	-,002	-,052	-,053	,064	-,033		,002	,094	-,040	-,066	,053	,046	,050	,176	-,022
EMOCDR Zlahka me kaj vrže iz tira.	,060	,057	,036	,050	,036	-,026	-,019	-,005	,012	-,020	,002		-,005	,052	,021	-,028	-,050	-,035	-,047	-,017
EMOCF Sem vedel sproščen(a).	,097	-,004	,058	-,034	-,086	,018	-,037	-,051	,282	-,131	,094	-,005		-,020	-,009	,016	-,016	,020	,041	,003
EMOGR Zlahka me kaj razdraži.	,020	,017	-,010	,033	,056	,015	,051	-,004	,014	-,023	-,040	,052	-,020		,073	-,046	-,002	-,041	-,111	-,074
EMOCJR Zlahka me kaj vznemiri.	-,005	,010	,012	-,023	,037	,002	,006	,012	,009	,014	-,066	,021	-,009	,073		-,021	-,063	-,089	-,018	-,020
EMOCKR Sem zaskrbljene narave.	-,122	,013	-,043	,003	,035	-,018	,030	-,012	-,065	,040	,053	-,028	,016	-,046	-,021		-,074	-,003	,078	,102
EMOCMR Velikokrat sem muhasto razpoložen(a).	-,003	-,008	-,026	-,010	-,121	,046	-,031	,015	-,001	-,004	,046	-,050	-,016	-,002	-,063	-,074		,204	,078	,040
EMOCQR Moje razpoloženje se pogosto menja.	-,018	-,084	-,016	-,011	-,117	,002	-,030	,028	-,036	,014	,050	-,035	,020	-,041	-,089	-,003	,204		,141	,100
EMOCSR Pogosto sem potr(a).	-,040	-,071	,003	-,023	-,049	,014	-,058	-,034	-,003	,037	,176	-,047	,041	-,111	-,018	,078	,078	,141		,041
EMOCTR Zlahka se me poloti napetost.	-,029	-,029	-,016	-,064	-,019	-,009	,015	,010	-,057	,021	-,022	-,017	,003	-,074	-,020	,102	,040	,100	,041	

- Odkloni morajo biti po absolutni vrednosti čim manjši (idealno 0).
- Odkloni so tisto, kar model ne pojasni

# Pattern uteži

Pattern Matrix<sup>a</sup>

	Factor	
	1	2
EKSTA Sem duša vsake družbe.	-,082	,428
EKSTB Ne moti me, če sem v središču pozornosti.	-,035	,348
EKSTE Na zabavah se pomenkujem z mnogo ljudmi vseh vrst	,001	,502
EKSTH Pogovore nacenjam jaz.	-,098	,447
EKSTIR Nerač/a pritegnem pozornost nase.	,052	,246
EKSTLR Sem redkobeseden(a).	-,101	,673
EKSTNR V navzročnosti neznanih oseb sem molcec(a).	,101	,590
EKSTOR Imam malo povedati.	,014	,609
EKSTP Med ljudmi se pocutim sproščeno.	,074	,396
EKSTRR Zadržujem se v ozadju.	,111	,630
EMOCC Redkokdaj sem potr(a).	,291	,068
EMOCDR Zlahka me kaj vrže iz tira.	,743	-,053
EMOCF Sem vecidel sproščen(a).	,214	,395
EMOCGR Zlahka me kaj razdraži.	,761	-,154
EMOCJR Zlahka me kaj vznemiri.	,798	-,122
EMOCKR Sem zaskrbljene narave.	,407	,195
EMOCMR Velikokrat sem muhasto razpoložen(a).	,380	-,038
EMOCQR Moje razpoloženje se pogosto menja.	,553	,005
EMOCSR Pogosto sem potr(a).	,498	,157
EMOCTR Zlahka se me poloti napetost.	,604	,051

Extraction Method: Maximum Likelihood.

Rotation Method: Oblimin with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 4 iterations.

- Predstavljajo regresijske koeficiente (oz. parcialne korelacije)  $\hat{X} = FA'$
- Faktorja:
  - ☐ Emocionalna stabilnost
  - ☐ Ekstrovertiranost
- EMOCF „napačno“ razvrščena

# Strukturne uteži

Structure Matrix		
	Factor	
	1	2
EKSTA Sem duša vsake družbe.	,023	,408
EKSTB Ne moti me, če sem v središču pozornosti.	,051	,340
EKSTE Na zabavah se pomenkujem z mnogo ljudmi vseh vrst	,124	,502
EKSTH Pogovore nacenjam jaz.	,012	,423
EKSTIR Nerad/a pritegnem pozornost nase.	,112	,258
EKSTLR Sem redkobeseden(a).	,064	,648
EKSTNR V navzocnosti neznanih oseb sem molcec(a).	,245	,614
EKSTOR Imam malo povedati.	,162	,612
EKSTP Med ljudmi se pocutim sproščeno.	,171	,414
EKSTRR Zadržujem se v ozadju.	,265	,657
EMOCC Redkokdaj sem potr(a).	,308	,139
EMOCCR Zlahka me kaj vrže iz tira.	,730	,129
EMOCF Sem vecidel sproščen(a).	,311	,447
EMOCGR Zlahka me kaj razdraži.	,724	,032
EMOCJR Zlahka me kaj vznemiri.	,768	,073
EMOCKR Sem zaskrbljene narave.	,455	,295
EMOCMR Velikokrat sem muhasto razpoložen(a).	,370	,055
EMOCQR Moje razpoloženje se pogosto menja.	,554	,140
EMOCSR Pogosto sem potr(a).	,536	,278
EMOCTR Zlahka se me poloti napetost.	,616	,199

- Prestavljajo korelacije med faktorji in spremenljivkami
- Manj „čista“ slika
- Faktorja:
  - ☐ Emocionalna stabilnost
  - ☐ Ekstrovertiranost
- EMOCF „napačno“ razvrščena

# Korelacije med faktorji

**Factor Correlation Matrix**

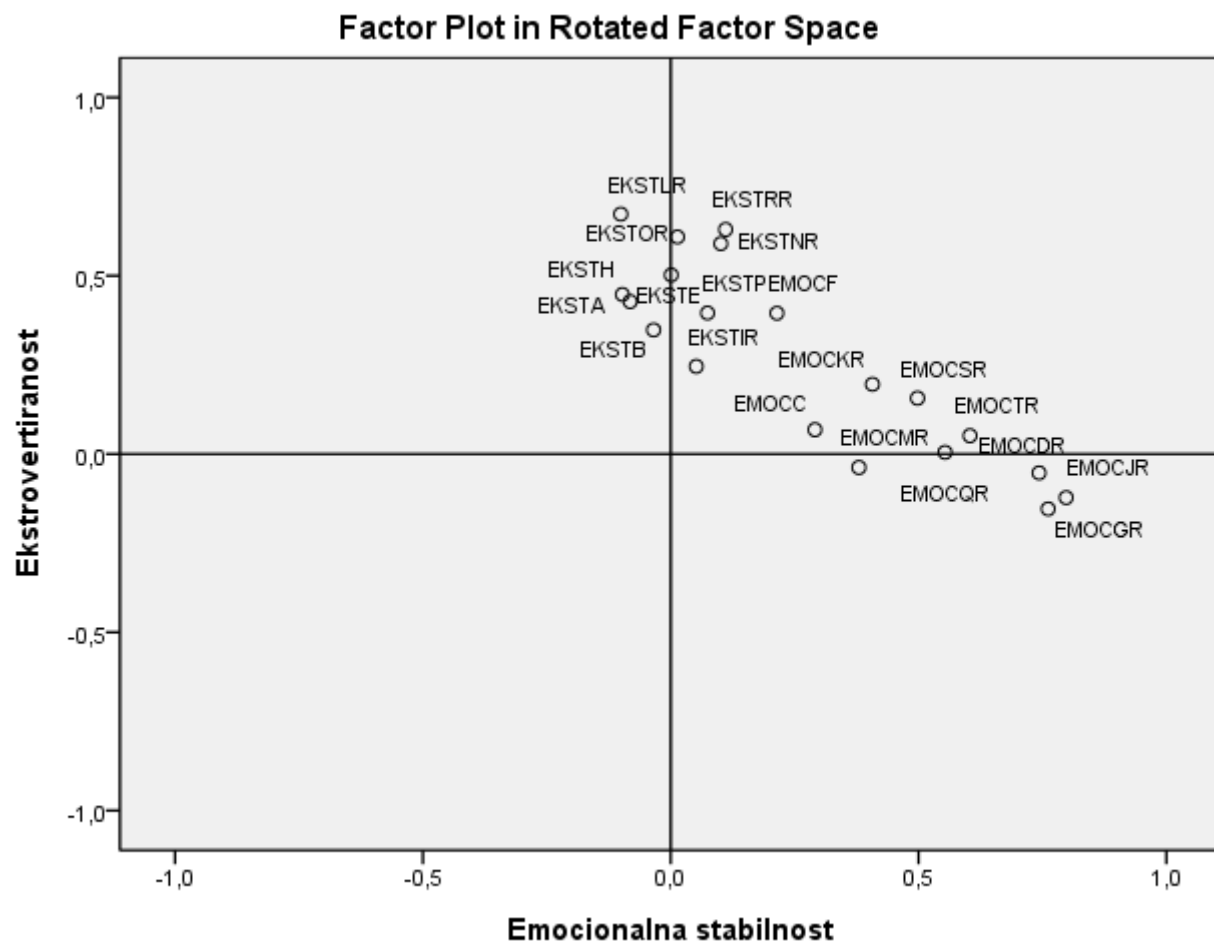
Factor	1	2
1	1,000	,245
2	,245	1,000

Extraction Method: Maximum Likelihood.

Rotation Method: Oblimin with Kaiser Normalization.

- Relevantno samo pri poševnih rotacijah
- Korelacija med faktorjema je 0,245 (nad 0,2)
- Uporaba poševnih rotacij je smiselna (upravičena)

# Razsevni grafikon spremenljivk v prostoru faktorjev („pattern“ uteži)



# Pravokotna rotacija

- Za predstavljene podatke je sicer primerna poševna rotacija, a za primer bomo prikazali še pravokotno rotacijo - Varimax
- Spremenijo se samo izpisi, ki predstavljajo rotirane uteži, se pravi
- „Structure“ in „Pattern“ uteži so pri pravokotnih rotacijah enake, za to imamo sedaj samo Rotirane faktorje

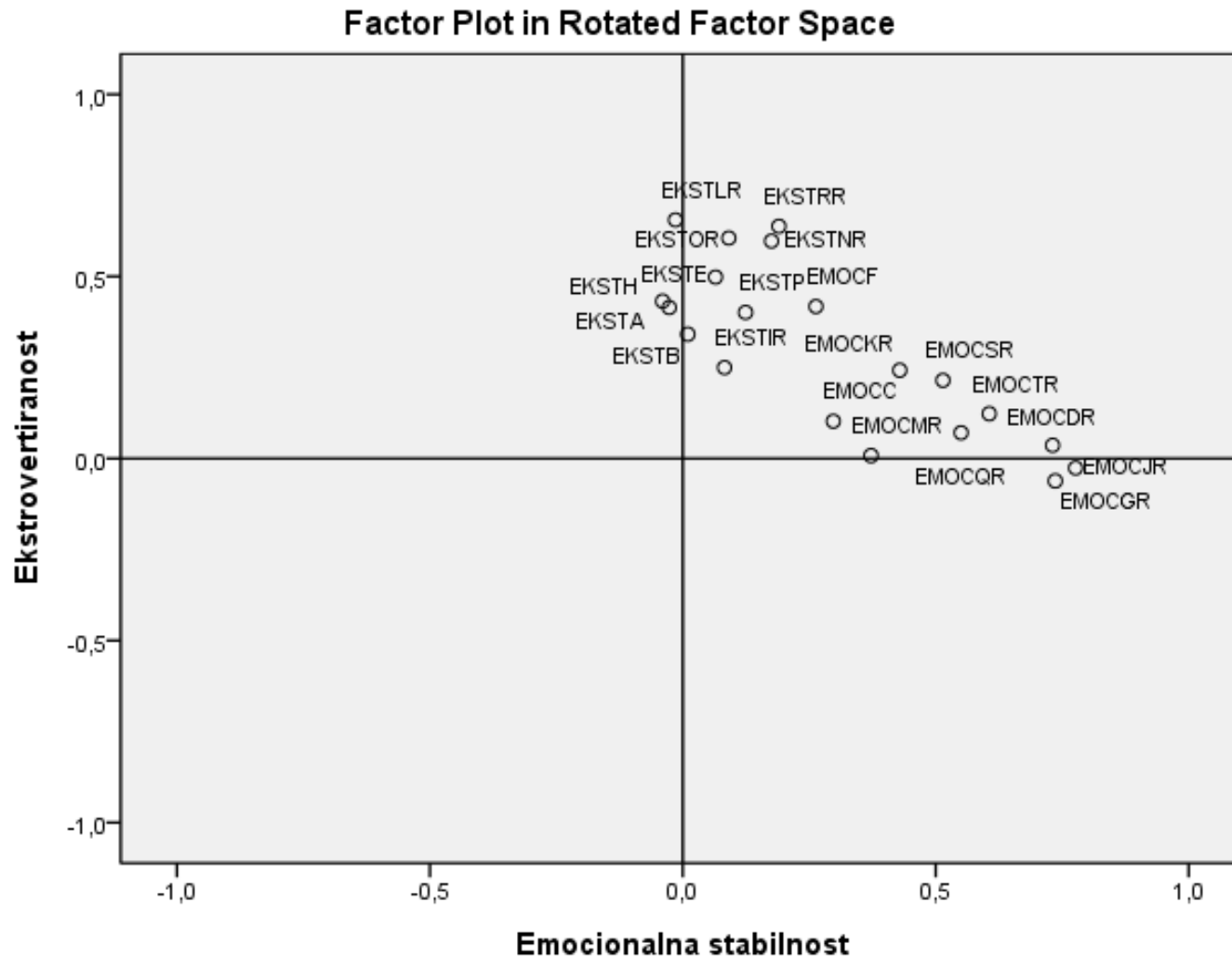
# Uteži rotiranih faktorjev

Rotated Factor Matrix<sup>a</sup>

	Factor	
	1	2
EKSTA Sem duša vsake družbe.	-,027	,414
EKSTB Ne moti me, če sem v središču pozornosti.	,010	,341
EKSTE Na zabavah se pomenkujem z mnogo ljudmi vseh vrst	,065	,498
EKSTH Pogovore nacenjam jaz.	-,040	,432
EKSTIR Nerad/a pritegnem pozornost nase.	,082	,250
EKSTLR Sem redkobeseden(a).	-,014	,655
EKSTNR V navzočnosti neznanih oseb sem molcec(a).	,175	,597
EKSTOR Imam malo povedati.	,091	,605
EKSTP Med ljudmi se pocutim sproščeno.	,124	,401
EKSTRR Zadržujem se v ozadju.	,190	,638
EMOCC Redkokdaj sem potr(a).	,297	,102
EMOCDR Zlahka me kaj vrže iz tira.	,731	,036
EMOCF Sem vecidel sproščen(a).	,263	,417
EMOCGR Zlahka me kaj razdraži.	,736	-,062
EMOCJR Zlahka me kaj vznemiri.	,776	-,026
EMOCKR Sem zaskrbljene narave.	,429	,242
EMOCMR Velikokrat sem muhasto razpoložen(a).	,372	,008
EMOCQR Moje razpoloženje se pogosto menja.	,550	,071
EMOCSR Pogosto sem potr(a).	,514	,215
EMOCTR Zlahka se me poloti napetost.	,606	,123
Extraction Method: Maximum Likelihood.		
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.		
a. Rotation converged in 3 iterations.		

- Prestavljajo korelacije med faktorji in spremenljivkami
- Ni bistvene razlike
- Faktorja:
  - ☐ Emocionalna stabilnost
  - ☐ Ekstrovertiranost
- EMOCF „napačno“ razvrščena

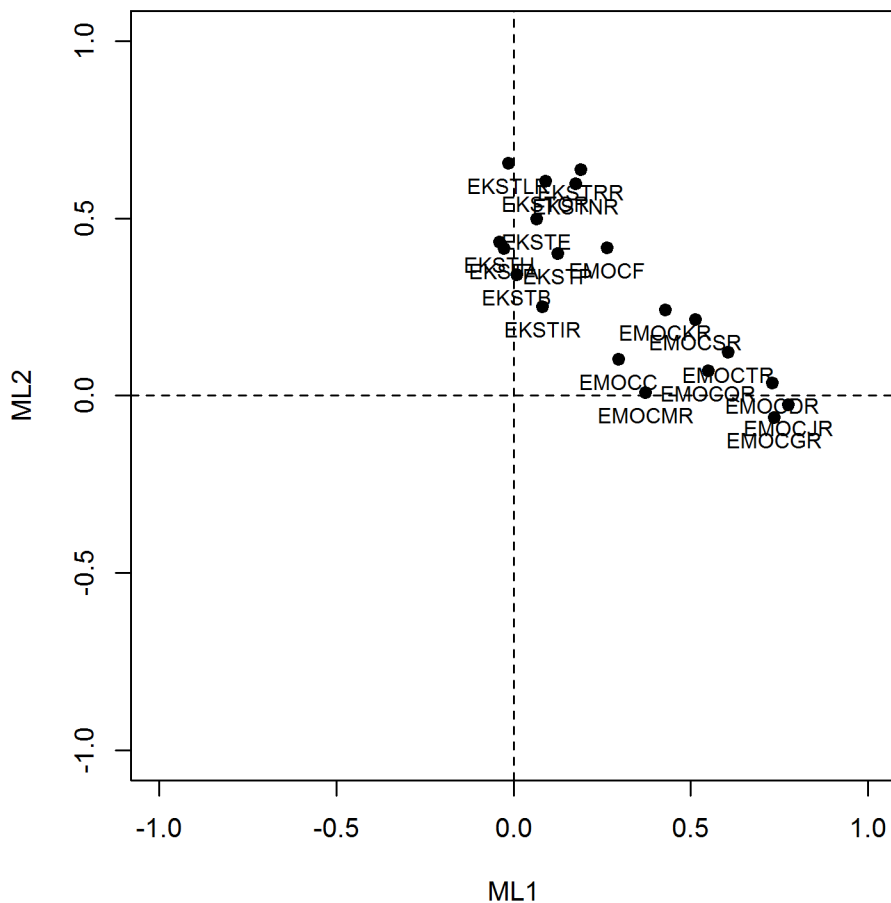
# Razsevni grafikon spremenljivk v prostoru rotiranih faktorjev



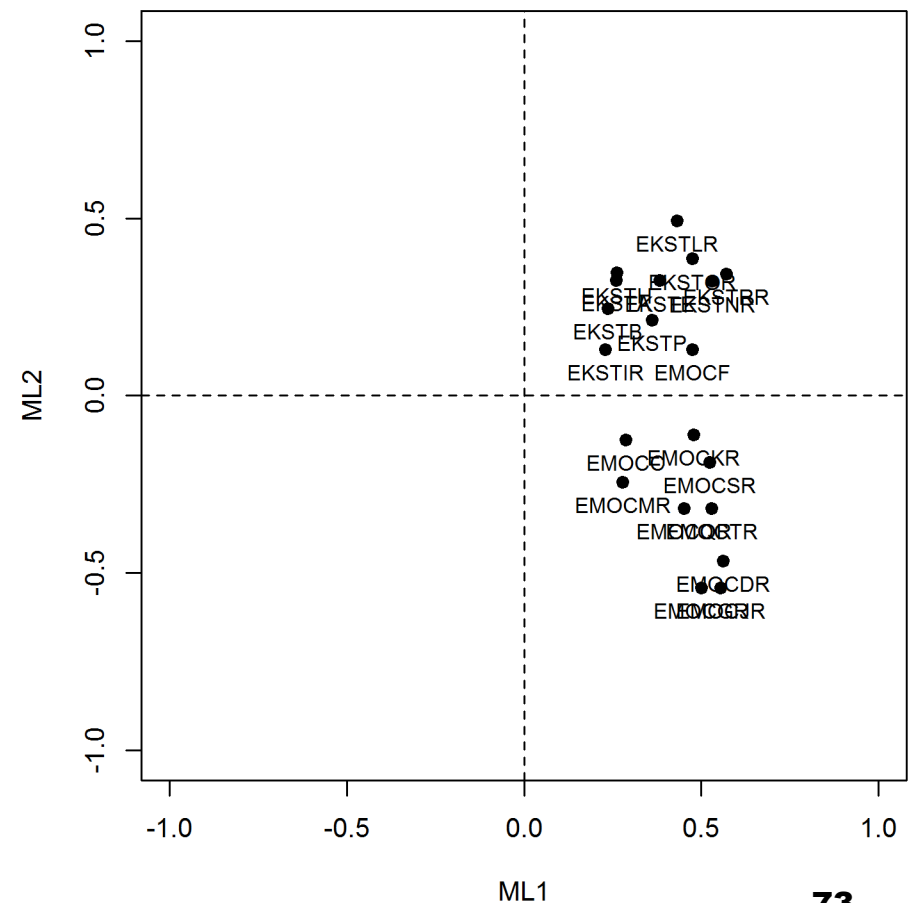


# Razsevni grafikon spremenljivk v prostoru rotiranih faktorjev

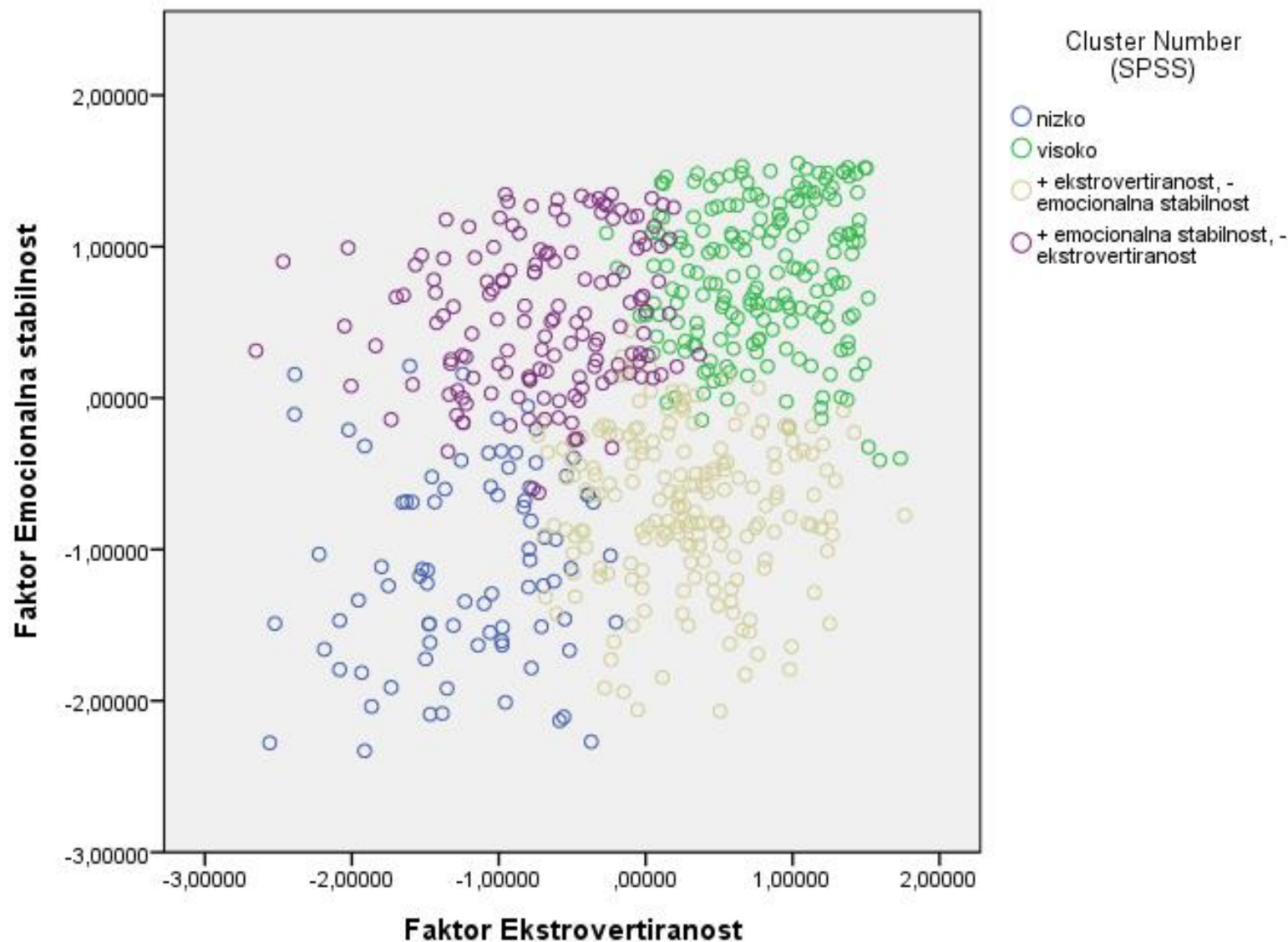
Varimax



Varimin

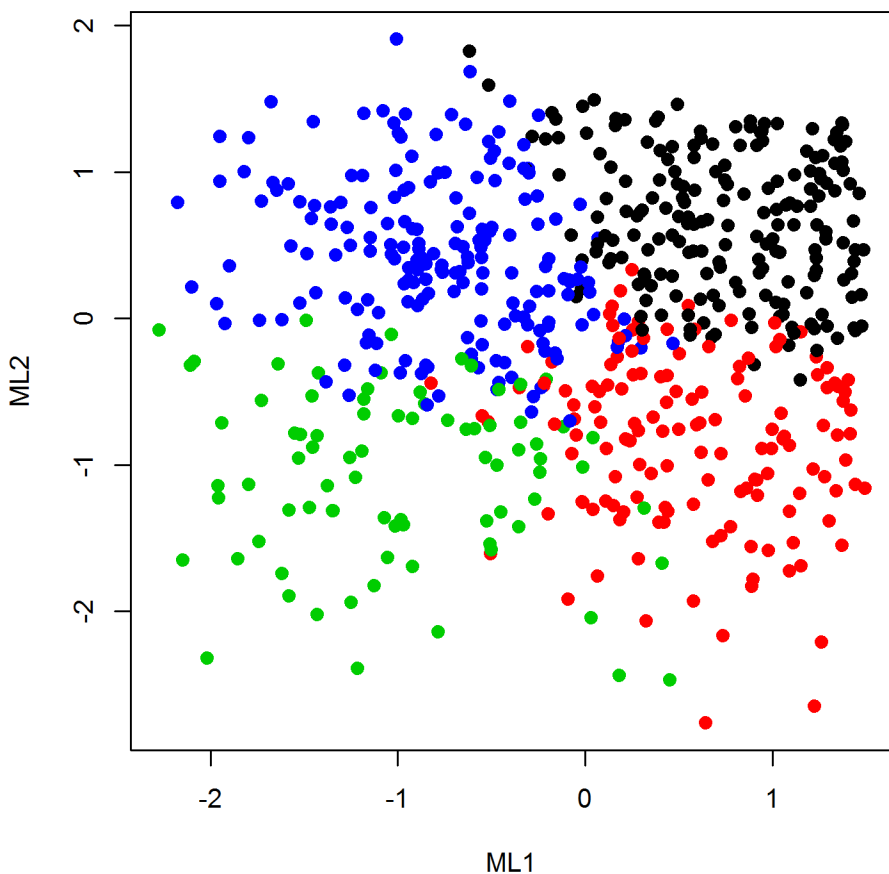


# Skupine v prostoru faktorjev (Oblimin)

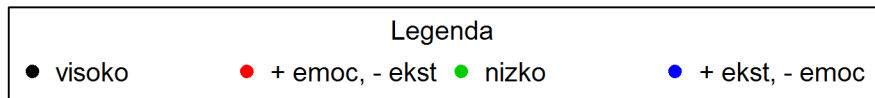
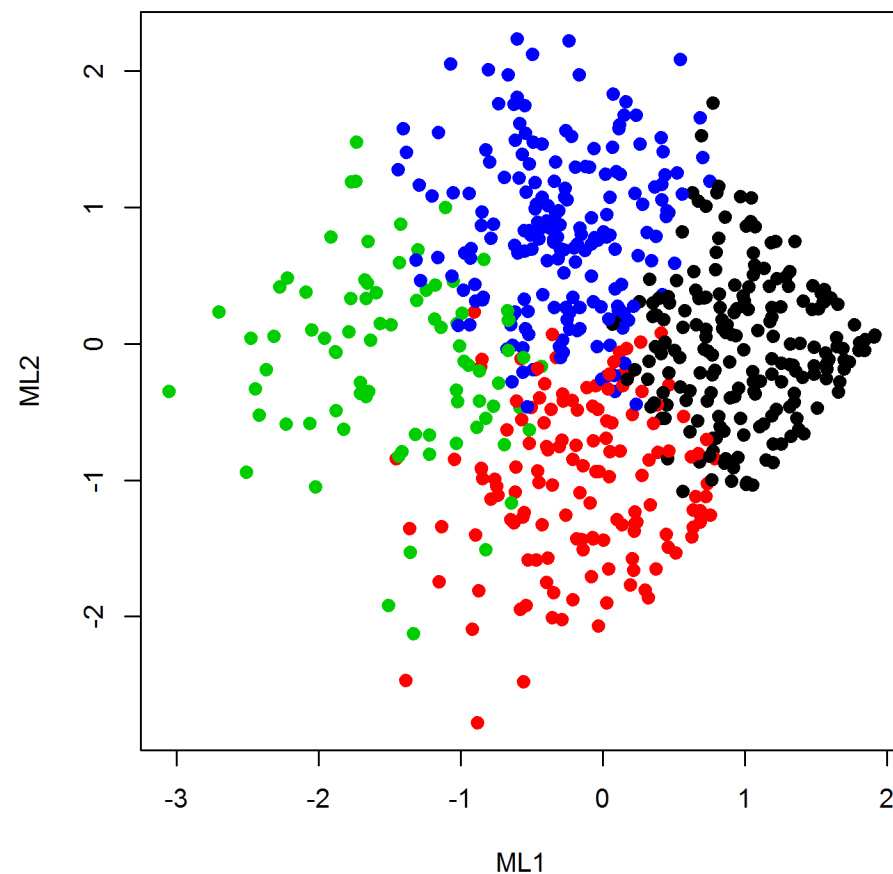


# Skupine v prostoru faktorjev

Varimax



Varimin



# Korelacije: faktorske vrednosti in likertove lestvice

Correlations

		EKST_likart Ekstrovertiranost	EMOC_likart Emocionalna stabilnost	fakEkst Faktor Ekstrovertiranost	fakEmoc Faktor Emocionalna stabilnost
EKST_likart Ekstrovertiranost	Pearson Correlation	1	,203**	,942**	,208**
	Sig. (2-tailed)		,000	,000	,000
	N	615	610	610	610
EMOC_likart Emocionalna stabilnost	Pearson Correlation	,203**	1	,310**	,963**
	Sig. (2-tailed)	,000		,000	,000
	N	610	624	610	610
fakEkst Faktor Ekstrovertiranost	Pearson Correlation	,942**	,310**	1	,280**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000		,000
	N	610	610	610	610
fakEmoc Faktor Emocionalna stabilnost	Pearson Correlation	,208**	,963**	,280**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	
	N	610	610	610	610

\*\* . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

# Zanesljivost merjenja

- **Ponovljivost merjenj:** merski postopek je zanesljiv, če pri ponovnem merjenju (pri enakih pogojih) daje enake rezultate
- **Konsistentnost merjenj:** zanesljivost označuje stopnjo enakovrednosti različnih spremenljivk za merjenje določene dejanske spremenljivke

# Definicija zanesljivosti

- Zanesljivost merjenja spremenljivke  $X$ , ki jo označujemo s  $\rho_X$ , je definirana kot razmerje med varianco dejanske spremenljivke  $T$  ( $\sigma_T^2$ ) in varianco izmerjene spremenljivke  $X$  ( $\sigma_X^2$ ):

$$\rho_X = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2} = 1 - \frac{\sigma_E^2}{\sigma_X^2}$$

- Kjer je  $\sigma_E^2$  varianca napak
- Ker je varianca vedno nenegativno število, se zanesljivost vedno nahaja na intervalu  $[0,1]$ .

# Definicija zanesljivosti

- Zanesljivost je tudi enaka kvadratu korelacije med dejansko spremenljivko  $T$  in izmerjeno spremenljivko  $X$ :

$$\rho_X = \rho_{XT}^2$$

# Merjenje notranje konsistentnosti

- Ponavadi merimo dejansko spremenljivko  $T$  z več ( $N$ ) indikatorji  $X_i$ .
- Na podlagi  $N$  indikatorjev  $X_i$  izračunamo merjeno spremenljivko  $X$  kot vsoto (ali povprečje) indikatorjev, čemur rečemo Liketrova lestvica:

$$X = \sum_{i=1}^N X_i$$

- Pogosto namesto vsote vzamemo tudi povprečje, a formule v nadaljevanju predvidevajo vsoto.



- Zanima nas, kakšna je zanesljivost merjenja spremenljivke  $X$
- Najpogostejše uporabljena mera zanesljivosti kot notranje konsistentnosti je Crombachova  $\alpha$ , ki se vedno nahaja na intervalu  $[0, 1]$ .

$$\alpha = \left( \frac{N - 1}{N} \right) \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{X_i}^2}{\sigma_X^2} \right)$$

- Ta mera predpostavlja, da so spremenljivke vzporedne. Spremenljivki  $X_i$  in  $X_j$  stav vzporedni, ko velja:

$T_i = T_j = T$  in  $\sigma_{E_i}^2 = \sigma_{E_j}^2 = \sigma_E^2$ , iz česar sledi

$$\sigma_i^2 = \sigma_j^2 = \sigma_T^2 + \sigma_E^2 \text{ in } \sigma_{ij} = \sigma_T^2$$

# Merjenje notranje konsistentnosti

- Če spremenljivke niso vzporedne, lahko problem (včasih) rešimo s standardizacijo spremenljivk:
- V tem primeru izračunamo Crombachovo  $\alpha$  kot:

$$\alpha = \left( \frac{N - 1}{N} \right) \left( \frac{2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N r_{ij}}{N + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N r_{ij}} \right)$$

# Merjenje zanesljivosti z metodo glavnih komponent

- Med tem ko Crombachova  $\alpha$  predpostavlja, da so vse spremenljivke merjene enako zanesljivo (imajo enake uteži), v nadaljevanju predstavljena koeficienta dovoljujeta različno zanesljivost
- Koeficient  $\Theta$ : Za merjenje uporabi 1. lastno vrednost iz metode glavnih komponent, izračunano na korelacijski matriki (standardiziranih spremenljivkah):

$$\Theta = \left( \frac{N}{N-1} \right) \left( 1 - \frac{1}{\lambda_1} \right)$$

# Merjenje zanesljivosti s faktorsko analizo

- Koeficient  $\Omega$ : Merjenje zanesljivost na podlagi faktorskega modela:

$$\Omega = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 - \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 h_i^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}}$$

- Oz. na podlagi standardiziranih spremenljivk:

$$\Omega = 1 - \frac{N - \sum_{i=1}^N h_i^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N r_{ij}}$$

# Primer: Merjenje zanesljivosti za ekstrovertiranost

- Crombachova  $\alpha$  :

Originalne spremenljivke	Standardizirane spremenljivke
0.76095	0.76060

```
library(psych)
res<-alpha(x = ego[,ekstVars],use =
"complete.obs")
res$total[c("raw_alpha","std.alpha")]
```

# Primer: Merjenje zanesljivosti za ekstrovertiranost

- Koeficient  $\Theta$  (na standardiziranih spremenljivkah:

```
PCext<-prcomp(x =  
scale(na.omit(ego[,ekstVars])))
```

```
l1<-PCext$sdev[1]^2
```

```
N<-length(ekstVars)
```

```
theta<-N/ (N-1) * (1-1/l1) ; theta
```

$$\Theta = \left( \frac{N}{N-1} \right) \left( 1 - \frac{1}{\lambda_1} \right) = \left( \frac{10}{10-1} \right) \left( 1 - \frac{1}{3,275} \right) = 0,772$$

# Primer: Merjenje zanesljivosti za ekstrovertiranost

## ■ Koeficient $\Omega$ :

```
library(psych)
```

```
omega(m=cor(x = ego[,ekstVars],  
use = "complete.obs"), fm="ml",  
nfactors = 1)$omega.tot
```

```
omega(m=cov(x = ego[,ekstVars],  
use = "complete.obs"), fm="ml",  
nfactors = 1,  
covar=TRUE)$omega.tot
```

FA metoda	Standardizirane	Rezultat
ML	da	0,7662
ML	ne	0,7757
PAP	da	0,7663
PAP	ne	0,7694

```
omega(m=cor(x = ego[,ekstVars], use = "complete.obs"), fm="pa",  
nfactors = 1)$omega.tot
```

```
omega(m=cov(x = ego[,ekstVars], use = "complete.obs"), fm="pa",  
nfactors = 1, covar=TRUE)$omega.tot
```

# Primer iz literature

Matelič, U., Mali, F., & Ferligoj, A. (2007).  
Kreativno okolje in uspešnost mladih  
raziskovalcev. *Družboslovne razprave*, (55), 71–  
94.



# Primer iz literature

- Faktorska analiza je bila uporabljena za analizo konstrukta „motivacija za začetek študija“, ki je bil merjen z devetimi indikatorji. Sestavljale naj bi ga trdi dimenzije:
  - avtonomija pri delu (A),
  - zanimanje za raziskovanje (R),
  - prednosti kariere (C).
- Za preverjanje, ali indikatorji res merijo predpostavljene dimenzije, so na slovenskih podatkih izvedli faktorsko analizo, in sicer z **metodo glavnih osi s poševno rotacijo**.



# Indikatorji

- moje veliko zanimanje za ta predmet,
- pridobitev doktorskega naziva kot takega,
- možnost, da bi vodil/-a lastno raziskovanje,
- ugled, ki ga daje status doktorskega kandidata,
- boljše možnosti za zaposlitev, ki jih omogoča doktorski naziv,
- možnost, da se specializiram na svojem raziskovalnem področju,
- samostojnost pri delu,
- intelektualna svoboda,
- moje veliko zanimanje za raziskovanje.

# Rezultati

Na osnovi diagrama »scree« so izbrali dva faktorja.

**Tabela 3: Motivacija za začetek doktorskega študija – uteži »Pattern«**

	F1	F2	komunaliteta
(R) Moje veliko zanimanje za ta predmet.	,731	,086	,618
(C) Pridobitev doktorskega naziva kot takega.	,017	,868	,518
(A) Možnost, da bi vodil/-a lastno raziskovanje.	,713	– ,100	,463
(C) Ugled, ki ga daje status doktorskega kandidata.	– ,052	,773	,488
(C) Boljše možnosti za zaposlitev, ki jih omogoča doktorski naziv.	,038	,443	,214
(R) Možnost, da se specializiram na svojem raziskovalnem področju.	,758	– ,125	,590
(A) Samostojnost pri delu.	,805	,020	,639
(A) Intelektualna svoboda.	,643	,207	,570
(R) Moje veliko zanimanje za raziskovanje.	,760	,049	,585
Metoda glavnih osi, poševna rotacija – delež pojasnjene variance.			54,5 %

# Interpretacije

- „Dimenziji »avtonomija pri delu« in »zanimanje za raziskovanje« se v našem primeru združita v en sam faktor. Dimenzija »prednost kariere« pa je dobljena v samostojnem faktorju. Zato smo prvi faktor poimenovali »zanimanje za raziskovanje in avtonomija pri delu«. Koeficient korelacije med faktorjema je 0,268. V tabeli 3 so predstavljene uteži »pattern«.