



Министерство науки и высшего образования Российской  
Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет по лабораторной работе №3  
по дисциплине «Функциональное и логическое  
программирование»

Тема Работа интерпретатора Lisp

Студент Зайцева А. А.

Группа ИУ7-62Б

Оценка (баллы) \_\_\_\_\_

Преподаватели Толпинская Н.Б., Строганов Ю. В.

Москва — 2022 г.

# Теоретические вопросы

## 1. Базис Lisp

Базис – это минимальный набор инструментов языка и структур данных, который позволяет решить любые задачи.

Базис Lisp :

- атомы (представляются в памяти пятью указателями – name, value, function, property, package) и структуры (представляющиеся бинарными узлами);
- базовые (несколько) функций, функционалов и форм: встроенные — примитивные функции (atom, eq, cons, car, cdr); формы (quote, cond, lambda, eval); функционалы (apply, funcall).

Атомы:

- символы (идентификаторы) – синтаксически – набор литер (букв и цифр), начинающихся с буквы;
- специальные символы – T, Nil (используются для обозначения логических констант);
- самоопределимые атомы – натуральные числа, дробные числа, вещественные числа, строки – последовательность символов, заключенных в двойные апострофы (например, “abc”);

Более сложные данные – списки и точечные пары (структуры), которые строятся с помощью унифицированных структур – блоков памяти – бинарных узлов.

Определения:

Точечная пара ::= (<атом> . <атом>) | (<атом> . <точечная пара>) | (<точечная пара> . <атом>) | (<точечная пара> . <точечная пара>);

Список ::= <пустой список> | <непустой список>, где

<пустой список> ::= () | Nil,

<непустой список> ::= (<первый элемент> . <хвост>),

<первый элемент> ::= <S-выражение>,

S-выражение ::= <атом> | <точечная пара>,

<хвост> ::= <список>.

Функцией называется правило, по которому каждому значению одного или нескольких аргументов ставится в соответствие конкретное значение результата.

Функционалом, или функцией высшего порядка называется функция, аргументом или результатом которой является другая функция.

Форма – функция, которая особым образом обрабатывает свои аргументы, т. е. требует специальной обработки.

## 2.Классификация функций

1. Чистые математические функции (имеют фиксированное количество аргументов, сначала выясняются все аргументы, а только потом к ним применяется функция);
2. Рекурсивные функции (основной способ выполнения повторных вычислений);
3. Специальные функции, или формы (могут принимать произвольное количество аргументов, или аргументы могут обрабатываться по-разному);
4. Псевдофункции (создают «эффект», например, вывод на экран);
5. Функции с вариантами значений, из которых выбирается одно;
6. Функции высших порядков, или функционалы – функции, аргументом или результатом которых является другая функция (используются для построения синтаксически управляемых программ);

Классификации базисных функций и функций ядра.

1. Селекторы: `car` и `cdr` (будут подробнее рассмотрены ниже).
2. Конструкторы: `cons` и `list` (будут подробнее рассмотрены ниже).
3. Предикаты – «логические» функции, позволяющие определить структуру элемента:
  - `atom` возвращает `T`, если значением её единственного аргумента является атом, иначе – `NIL`;
  - `null` возвращает `T`, если значение его аргумента – `NIL` (пустой список), иначе – `NIL`; `listp` возвращает `T`, если значением её аргумента является список, иначе – `NIL`; `consrp` возвращает `T`, если значением её аргумента является структура, представленная в виде списковой ячейки, иначе – `NIL`.

4. Функции сравнения (принимают два аргумента, перечислены по мере роста «тщательности» проверки):

- `eq` корректно сравнивает два символьных атома. Так как атомы не дублируются для данного сеанса работы, то фактически сравниваются соответствующие указатели. Возвращает `T`, когда: 1) значением одного из аргументов является атом, и одновременно 2) значения аргументов равны (идентичны). В ином случае значением функции `eq` является `NIL`.
- `eq1` корректно сравнивает атомы и числа одинакового типа (синтетической формы записи). Например, `(eq1 1 1)` вернет `T`, а `(eq1 1 1.0)` – `Nil`, так как целое значение 1 и значение с плавающей точкой 1.0 являются представителями различных классов;
- `=` корректно сравнивает только числа, причем числа могут быть разных типов. Например, `(= 1 1)`, и `(= 1 1.0)` вернет `T`;
- `equal` работает идентично `eq1`, но в дополнение умеет корректно сравнивать списки (считая списки эквивалентными, если они рекурсивно, согласно тому же `equal`, имеют одинаковую структуру и содержимое; считая строки эквивалентными, если они содержат одинаковые знаки);
- `equalp` корректно сравнивает любые S-выражения.

### 3. Способы создания функций

Определение функций пользователя в Lisp-е возможно двумя способами.

- Базисный способ определения функции - использование  $\lambda$ -выражения ( $\lambda$ -нотации). Так создаются функции без имени.

$\lambda$ -выражение: `(lambda  $\lambda$ -список форма)`, где  $\lambda$ -список – это формальные параметры функции (список аргументов), а форма – это тело функции.

Вызов такой функции осуществляется следующим способом: `( $\lambda$ -выражение последовательность_форм)`, где последовательность\_форм – это список фактических параметров.

Вычисление функций без имени может быть выполнено с использованием функционала `apply`: `(apply  $\lambda$ -выражение последовательность_форм)`, где последовательность\_форм – это список фактических параметров, или с использованием функционала `funcall`: `(funcall  $\lambda$ -выражение последовательность_форм)`, где последовательность\_форм – это фактические параметры.

Функционал `apply` является обычной функцией с двумя вычисляемыми аргументами, обращение к ней имеет вид: `(apply F L)`, где `F` – функциональный аргумент и `L` – список, рассматриваемый как список фактических параметров для `F`. Значение функционала – результат применения `F` к этим фактическим параметрам.

Функционал `funcall` – особая функция с вычисляемыми аргументами, обращение к ней: `(funcall F e1 ... en)`,  $n \geq 0$ . Её действие аналогично `apply`, отличие состоит в том, что аргументы применяемой функции `F` задаются не списком, а по отдельности.

- Другой способ определения функции – использование макро-определения `defun`:

`(defun имя_функции λ-выражение),`

или в облегченной форме:

`(defun имя_функции ( $x_1, x_2, \dots, x_k$ ) (форма))`, где  $(x_1, x_2, \dots, x_k)$  – это список аргументов.

В качестве имени функции выступает символьный атом. Вызов именованной функции осуществляется следующим образом: `(имя_функции последовательность_форм)`, где `последовательность_форм` – это фактические параметры

$\lambda$ -определение более эффективно, особенно при повторных вычислениях.

Параметры функции, переданные при вызове, будут связаны с переменными в списке параметров из объявления функции. Еще один способ связывания формальных параметров с фактическими – использование функции `let`:

`(let (( $x_1$   $p_1$ ) ( $x_2$   $p_2$ ) ... ( $x_k$   $p_k$ )) e),`

где  $x_i$  – формальные параметры,  $p_i$  – фактические параметры (могут быть формами), `e` – форма (что делать).

## 4. Работа функций `cond`, `if`, `and`/`or`

### **cond**

Общий вид условного выражения:

`(cond ( $p_1$   $e_{11}$   $e_{12}$  ...  $e_{1m_1}$ ) ( $p_2$   $e_{21}$   $e_{22}$  ...  $e_{2m_2}$ ) ... ( $p_n$   $e_{n1}$   $e_{n2}$  ...  $e_{nm_n}$ )),  $m_i \geq 0, n \geq 1$`

Вычисление условного выражения общего вида выполняется по следующим правилам:

1. последовательно вычисляются условия  $p_1, p_2, \dots, p_n$  ветвей выражения до тех пор, пока не встретится выражение  $p_i$ , значение которого отлично от NIL;
2. последовательно вычисляются выражения-формы  $e_{i1} e_{i2} \dots e_{im_i}$  соответствующей ветви, и значение последнего выражения  $e_{im_i}$  возвращается в качестве значения функции `cond`;
3. если все условия  $p_i$  имеют значение NIL, то значением условного выражения становится NIL.

Ветвь условного выражения может иметь вид  $(p_i)$ , когда  $m_i = 0$ . Тогда если значение  $p_i \neq \text{NIL}$ , значением условного выражения `cond` становится значение  $p_i$ .

В случае, когда  $p_i \neq \text{NIL}$  и  $m_i \geq 2$ , то есть ветвь `cond` содержит более одного выражения  $e_i$ , эти выражения вычисляются последовательно, и результатом `cond` служит значение последнего из них  $e_{im_i}$ . Таким образом, в дальнейших вычислениях может быть использовано только значение последнего выражения, и при строго функциональном программировании случай  $m_i \geq 2$  обычно не возникает, т.к. значения предшествующих  $e_{im_i}$  выражений пропадают.

Использование более одного выражения  $e_i$  на ветви `cond` имеет смысл тогда, когда вычисление предшествующих  $e_{im_i}$  выражений даёт побочные эффекты, как при вызове функций ввода и вывода, изменении списка свойств атома, а также определении новой функции с помощью `defun`.

К примеру:

```
(cond ((< X 5)(print "Значение x меньше пяти") X) ((= X 10)(print "Значение x равно 10") X) (T(print "Значение x больше пяти, но не 10")X))
```

Значением этого условного выражения всегда будет значение переменной  $X$ , но при этом на печать будет выведена одна из трёх строк, в зависимости от текущего значения  $X$ .

**if**

Макрофункция (`If C E1 E2`), встроенная в MuLisp и Common Lisp, вычисляет значение выражения  $E1$ , если значение выражения  $C$  отлично от NIL, в ином случае она вычисляет значение  $E2$ :

```
(defmacro If (C E1 E2) (list 'cond (list C E1) (list T E2)))
```

Этот макрос строит и вычисляет условное выражение `cond`, в котором в качестве условия первой ветви берётся выражение  $C$  (первый аргумент `If`), а выражения  $E1$  и  $E2$  (второй и третий аргумент `If`) размещаются соответственно на первой и второй ветви `cond`.

К примеру, для макровывода (`If (numberp K) (+ K 10) K`) на этапе макро-расширения будет построена конструкция `(cond ((numberp K) (+ K 10) (T K))`,

а на этапе её вычисления в случае  $K=5$  будет получено значение 15.

### **and/or**

К логическим функциям-предикатам относят логическое отрицание `not`, конъюнкцию `and` и дизъюнкцию `or`. Первая из этих функций является обычной, а другие две – особыми, поскольку допускают произвольное количество аргументов, которые не всегда вычисляются.

Логическое отрицание `not` вырабатывает соответственно:  $(\text{not NIL}) \Rightarrow T$  и  $(\text{not } T) \Rightarrow \text{NIL}$ , и может быть определено функцией  $(\text{defun not } (x) (\text{eq } x \text{ NIL}))$ .

Фактически действие этой функции эквивалентно действию функции `null`, работающей не только с логическими значениями `T` и `NIL`, но и с произвольными лисповскими выражениями. Поэтому, например:  $(\text{not '}(B ())) \Rightarrow \text{NIL}$

Тем самым, определение функции `not` соответствует лисповскому расширенному пониманию логического значения истина.

Две другие встроенные логические функции также используют расширенное понимание истинного значения.

Вызов функции `and`, реализующей конъюнкцию, имеет вид  $(\text{and } e1 \ e2 \ \dots \ en)$ ,  $n \geq 0$ .

При вычислении этого функционального обращения последовательно слева направо вычисляются аргументы функции  $e_i$  – до тех пор, пока не встретится значение, равное `NIL`. В этом случае вычисление прерывается и значение функции равно `NIL`. Если же были вычислены все значения  $e_i$  и оказалось, что все они отличны от `NIL`, то результирующим значением функции `and` будет значение последнего выражения  $e_n$ .

Вызов функции-дизъюнкции имеет вид  $(\text{or } e1 \ e2 \ \dots \ en)$ ,  $n \geq 0$ .

При выполнении вызова последовательно вычисляются аргументы  $e_i$  (слева направо) – до тех пор, пока не встретится значение  $e_i$ , отличное от `NIL`. В этом случае вычисление прерывается и значение функции равно значению этого  $e_i$ . Если же вычислены значения всех аргументов  $e_i$ , и оказалось, что они равны `NIL`, то результирующее значение функции равно `NIL`.

При  $n=0$  значения функций:  $(\text{and}) \Rightarrow T$ ,  $(\text{or}) \Rightarrow \text{NIL}$ .

Таким образом, значение функции `and` и `or` не обязательно равно `T` или `NIL`, а может быть произвольным атомом или списочным выражением.

# Практические задания

1. Написать функцию, которая принимает целое число и возвращает первое четное число, не меньшее аргумента.

```
1 (defun f1 (x) (cond ((= (rem x 2) 1) (+ x 1)) (x)))  
2 ; or shorter  
3 ; (defun f1 (x) (if (oddp x) (+ x 1) x))  
4 (f1 0) => 0  
5 (f1 1) => 2  
6 (f1 -3) => -2
```

2. Написать функцию, которая принимает число и возвращает число того же знака, но с модулем на 1 больше модуля аргумента.

```
1 (defun f2 (x) (+ x (cond ((< x 0) -1) (1))))  
2 ; or shorter  
3 ; (defun f2 (x) (+ x (if (< x 0) -1 1)))  
4 (f2 -5) => -6  
5 (f2 0.0) => 1.0  
6 (f2 2/3) => 5/3
```

3. Написать функцию, которая принимает два числа и возвращает список из этих чисел, расположенных по возрастанию.

```
1 (defun f3 (x1 x2) (if (> x1 x2) (list x2 x1) (list x1 x2)))  
2 (f3 -1 2) => (-1 2)  
3 (f3 3 1) => (1 3)  
4 (f3 2 2.0) => (2 2.0)
```

4. Написать функцию, которая принимает три числа и возвращает Т только тогда, когда первое число расположено между вторым и третьим.



```

1 (defun f4 (x1 x2 x3) (and (< x2 x1) (< x1 x3)))
2 (f4 2 1 3) => T
3 (f4 1 2 3) => NIL
4 (f4 3 1 2) => NIL
5 (f4 1 1 2) => NIL

```

## 8. Решить задачу 4, используя для ее решения конструкции IF, COND, AND/OR.

(and x y) можно представить как (cond (x y)); (or x y) можно представить как (cond (x) (y)).

Все приведенные ниже функции на тестах из предыдущего номера выдают те же результаты.

```

1 ; cond
2 (defun f4_1 (x1 x2 x3) (cond ((< x2 x1) (< x1 x3))))
3 ; if
4 (defun f4_2 (x1 x2 x3) (if (< x2 x1) (< x1 x3)))
5 ; or
6 (defun f4_3 (x1 x2 x3) (not (or (>= x2 x1) (>= x1 x3))))

```

## 5. Каков результат вычисления следующих выражений?

```

1 (and 'fee 'fie 'foe) => FOE
2 (or 'fee 'fie 'foe) => FEE
3 (or nil 'fie 'foe) => FIE
4 (and nil 'fie 'foe) => NIL
5 (and (equal 'abc 'abc) 'yes) => YES
6 (or (equal 'abc 'abc) 'yes) => T

```

## 6. Написать предикат, который принимает два числа-аргумента и возвращает T, если первое число не меньше второго.

```

1 (defun gep (x1 x2) (>= x1 x2))
2 ;(defun gep (x1 x2) (cond ((>= x1 x2) T)))
3 (gep 2 1) => T
4 (gep 2 2.0) => T
5 (gep -1 2/3) => NIL

```

## 7. Какой из следующих двух вариантов предиката ошибочен и почему?

```
1 (defun pred1 (x) (and (numberp x) (plusp x)))  
2 (defun pred2 (x) (and (plusp x) (numberp x)))
```

Предикат `numberp` вырабатывает `T`, если значение его аргумента – числовой атом, и `NIL` в противном случае. `plusp` проверяет, является ли одиночное вещественное число большим чем ноль.

Таким образом, идея приведенных вариантов предиката заключается в том, чтобы проверить, является ли переданный ему аргумент числом, большим нуля.

При вычислении функционального обращения `(and e1 e2 ... en)` последовательно слева направо вычисляются аргументы функции `ei` – до тех пор, пока не встретится значение, равное `NIL`. В этом случае вычисление прерывается и значение функции равно `NIL`. Если же были вычислены все значения `ei` и оказалось, что все они отличны от `NIL`, то результирующим значением функции `and` будет значение последнего выражения `en`.

Таким образом, корректным является первый вариант предиката. Первым будет вычислено значение аргумента `e1 = (numberp x)`, которое проверит, является ли переданный аргумент числовым атомом. Если это не так, то `e1 = (numberp x)` вернет `Nil`, на чем вычисление функции `and` прервется, и результатом всего предиката `pred1` будет `NIL`. Если же переданный аргумент является числовым атомом, то следующим будет вычислено значение аргумента `e2 = (plusp x)`. Это выражение проверит, является ли переданный числовой атом (здесь мы уже уверены, что переданный аргумент – числовой атом) больше нуля, и станет результатом всего предиката `pred1`.

Второй вариант же является ошибочным. В нем первым будет вычислено значение аргумента `e1 = (plusp x)`, но `plusp` принимает только числовой атом, и если `x` не является числовым атомом, то вычисление всего предиката `pred2` завершится с ошибкой "неверный тип".

Примеры вызова `pred1` и `pred2` (последний вызов `pred2` завершается с ошибкой, что и отражает его некорректность):

```
1 (pred1 1) => T      (pred2 1) => T  
2 (pred1 0) => NIL    (pred2 0) => NIL  
3 (pred1 -1) => NIL   (pred2 -1) => NIL  
4 (pred1 'a) => NIL    (pred2 'a) => The value A is not of type NUMBER
```

## 9. Переписать функцию `how-alike`, приведенную в лекции и использующую `COND`, используя только конструкции `IF`, `AND/OR`

Исходная функция:

```
1 (defun how-alike (x y)
2   (cond
3     ((or (= x y) (equal x y)) 'the_same)
4     ((and (oddp x) (oddp y)) 'both_odd)
5     ((and (evenp x) (evenp y)) 'both_even)
6     (t 'diff)
7   )
8 )
9 (how-alike 1 1) => THE_SAME
10 (how-alike 2.5 2.5) => THE_SAME
11 (how-alike -2/3 -4/6) => THE_SAME
12 (how-alike 3 5) => BOTH_ODD
13 (how-alike -4 6) => BOTH_EVEN
14 (how-alike 1 2) => DIFF
```

(= работает только с числами, причем они могут быть различных типов; `oddp` и `evenp` работают только с целыми числами)

Переписанная функция:

```
1 ; if, and, or
2 (defun how-alike (x y)
3   (if (or (= x y) (equal x y)) 'the_same
4       (if (and (oddp x) (oddp y)) 'both_odd
5           (if (and (evenp x) (evenp y)) 'both_even
6               'diff)
7         )
8     )
9 )
10 )
11 ; and, or
12 (defun how-alike (x y)
13   (or
14     (and
15       (or (= x y) (equal x y)) 'the_same
16     )
17     (and
18       (and (oddp x) (oddp y)) 'both_odd
19     )
20     (and
21       (and (evenp x) (evenp y)) 'both_even
22     )
23     'diff
24   ))
```