

**Referát č.9: Dynamické programovanie**

Alena Martinková, MAR0702

# **Zadanie**

Navrhnite a detailne popíšte polynomiálny algoritmus, ktorý rieši nasledujúci problém:

**VSTUP**: Bezkontextová gramatika *G* v Chomského normálnej forme a slovo *w.*

**VÝSTUP**: Celkový počet rôznych derivačných stromov, ktoré odpovedajú deriváciám slova *w* v gramatike *G.*

# **Dynamické programovanie**

Dynamické programovanie slúži hlavne na optimalizáciu rekurzívneho riešenia problémov. Jeho myšlienkou je uložiť výsledky čiastkových problémov, aby v prípade potreby nebolo nutné ich opäť počítať. Práve táto optimalizácia zlepšuje časovú zložitosť z exponenciálnej na **polynomiálnu.** V prípade riešenia problému Fibonacciho postupnosti sa jedná dokonca o zlepšenia na lineárnu.

# **Chomského normálna forma**

Ako prvé by som vysvetlila to, ako vôbec vyzerá gramatika v Chomského normálnej forme.

Gramatika je v Chomského normálnej forme, ak každé jej pravidlo je tvaru *X -> YZ* alebo *X -> a*, kde *X, Y, Z*označujú neterminály a *a* je terminálny symbol. Teda, na ľavej strane je jeden neterminál a na pravej buď dva neterminály alebo terminál. Posledné pravidlo hovorí, že epsilon môže byť len na pravej strane **počiatočného** neterminálu a ak tam je, žiadny iný neterminál sa už nemôže na počiatočný prepísať.

## **Príklad gramatiky**

S -> AB | BC

A -> BA | a

B -> CC | b

C -> AB | a

# **Cocke-Younger-Kasami algoritmus**

Rieši problém toho, či slovo patrí do jazyka zadaného práve Chomského normálnou formou pomocou dynamického programovania. Je založený na princípe, že riešenie úlohy [i, j] je možné zostaviť z riešenia podproblému [i, k] a podproblému [j, k].

**Popis fungovania algoritmu:**

Pre reťazec dĺžky N zostrojí tabuľku s veľkosťou N x N. Každá bunka [i, j] v tabuľke je množina všetkých častí, ktoré môžu vytvoriť podreťazec siahajúci od pozície i po pozíciu j. Proces zahŕňa vyplnenie tabuľky riešeniami čiastkových problémov, ktoré sa vyskytujú v parsovaní zdola-nahor. Bunky sú teda vyplnené zľava doprava a zdola nahor.

Konkrétne môžeme povedať, že v prvom kroku sa všetky terminály prepíšu na odpovedajúce neterminály. Následne sa prechádzajú podreťazce od dĺžky 2 až po dĺžku celého slova. Keďže sa využíva dynamické programovanie a ukladanie čiastkových výsledkov do tabuľky, ďalej sa už stačí len pozrieť, či je možné danú časť podreťazca vygenerovať z niektorého neterminálu gramatiky. Napr. podreťazce dĺžky 3 je možné vytvoriť z dvoch podreťazcov a to buď v kombinácii 1, 2 alebo 2, 1 (čísla predstavujú dĺžku). Tieto čísla nám umožnia správne pristúpiť na pozície v tabuľke, z ktorých sa zisťuje, či je možné z daného neterminálu vygenerovať podreťazec. Takto sa postupuje až do dĺžky celého slova. To, či slovo patrí do jazyka sa určí na základe toho, či je v množine neterminálov, ktoré ho generujú počiatočný neterminál.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **5 písmen** | C, S | - | - | - | - |
| **4 písmená** | - | A, S, C | - | - | - |
| **3 písmená** | - | B | B | - | - |
| **2 písmená** | A, S | B | S, C | A, S | - |
| **1 písmeno** | B | A, C | A, C | B | A,C |
|  | **b** | **a** | **a** | **b** | **a** |

# **Počítanie derivačných stromov**

Na zistenie počtu derivačných stromov daného slova stačí pomerne jednoduchá úprava samotného algoritmu. V momente, keď je vypĺňaná tabuľka, si k jednotlivým neterminálom uložíme počet možností, z koľkých mohol daný neterminál vzniknúť. Inak povedané, koľko pravidiel na danom mieste vygenerovalo daný neterminál. Počty derivačných stromov sa rátajú nasledovne:

* v rámci jedného pravidla sa medzi sebou násobia,
* inak sčítavame (keď daný neterminál vygeneruje druhé, resp. x-té pravidlo, pričítame ho k aktuálnej hodnote)

Ak slovo patrí do jazyka, tak pri počiatočnom netermináli bude uložený počet derivačných stromov.

# **Zdroje**

<http://www.cs.vsb.cz/kot/down/ti2007/TI-text-20070410.pdf>

<https://www.xarg.org/tools/cyk-algorithm/>

<https://www.youtube.com/watch?v=MrC_H6p9k8o>