

## **150А. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ**

Принадлежности: персональный компьютер; USB-осциллограф АКИП-4107; функциональный генератор WaveStation 2012; соединительные кабели.

В работе изучаются спектры периодических электрических сигналов различной формы (последовательности прямоугольных импульсов и цугов, а также амплитудно- и фазо-модулированных гармонических колебаний). Спектры этих сигналов наблюдаются с помощью спектроанализатора, входящего в состав USB-осциллографа и сравниваются с рассчитанными теоретически.

### **Экспериментальная установка.**

Схема установки приведена на рис. 1.



Рис. 1

Функциональный генератор WaveStation 2012 позволяет сформировать два различных электрических сигнала, которые выводятся на два независимых канала — "CH1" и "CH2". Сигнал с канала "CH1" подается на вход "А", а сигнал с канала "CH2" — на вход "В" USB-осциллографа. Затем эти сигналы подаются на вход компьютера через USB-соединение. При работе USB-осциллографа в режиме осциллографа, на экране компьютера можно наблюдать каждый из сигналов в отдельности, а также их произведение. В режиме спектроанализатора можно наблюдать спектры этих сигналов.

При включении функционального генератора, на его экране отображается информация о параметрах электрического сигнала. На рис. 2 показаны области на экране генератора, в которых отображены следующие данные:

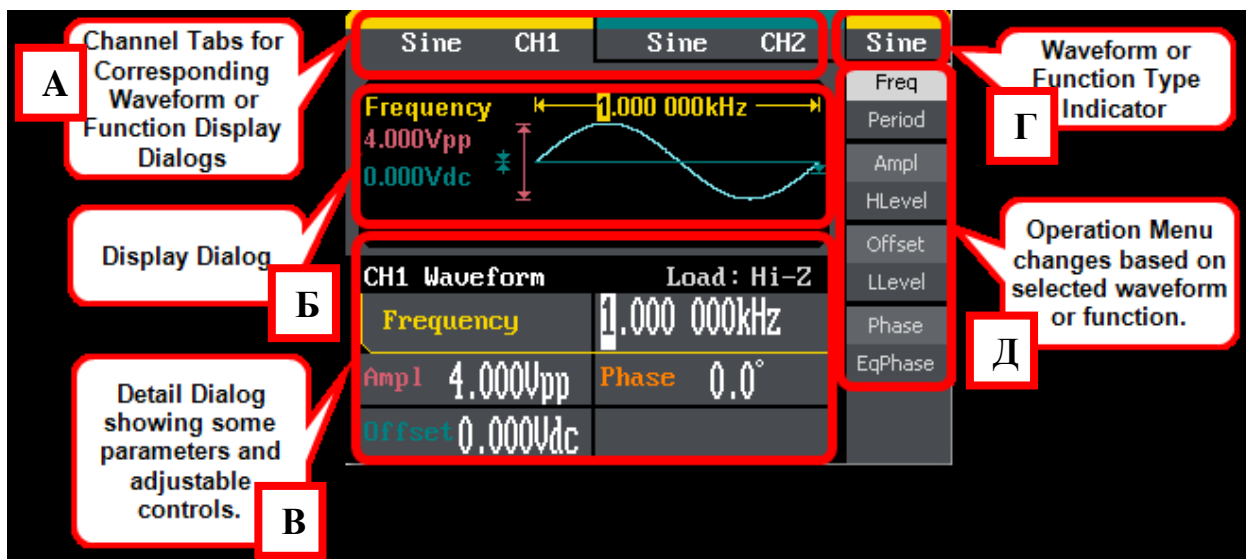


Рис. 2

А – форма или тип сигнала и номер выходного канала;

Б – форма и параметры выходного сигнала;

В – область установки параметров выходного сигнала;

Г – форма или тип сигнала;

Д – экранное меню для установки параметров сигнала.

Передняя панель функционального генератора показана на рис. 3.



Рис. 3

1 – кнопка включения; 2 – USB-разъем; 3 – экран; 4 – кнопки экранного меню; 5 – кнопки выбора типа сигналов; 6 – цифровая панель; 7 – функциональные кнопки; 8 – разъемы с кнопками включения (выключения) вы-

ходных сигналов 1-го и 2-го каналов; **9** – кнопки перемещения; **10** – подстроечный регулятор.


### Общие принципы работы с генератором.





После включения кнопкой **1** питания генератора, одной из кнопок **5** выбирается один из типов сигналов. При этом кнопки **4** экранного меню используются для выбора и изменения параметров сигнала. Большая часть кнопок экранного меню регулирует два связанных между собой параметра (например: частота – период), которые отображаются в правой части экрана напротив соответствующей кнопки. При однократном нажатии такой кнопки активируется верхний параметр, при повторном нажатии – нижний. Активированный параметр отображается на подсвеченном фоне. Изменить один из параметров сигнала можно выделив его одной из кнопок **4**, после чего один из числовых разрядов этого параметра на экране становится выделенным. Кнопки перемещения **9** " $\triangleleft$ ", " $\triangleright$ " перемещают выделенный числовой разряд параметра, который можно изменить с помощью цифровой панели **6** или подстроечного регулятора **10**. После установки числового значения параметра, надо нажать соответствующую кнопку **4** для установки единицы измерения данного параметра.

### Задание.



#### I Подготовка приборов к работе.




1. Проверьте соединение блоков экспериментальной установки, согласно рис. 1 (канал "CH1" соединен с разъемом "A", а канал "CH2" – с разъемом "B"). Включите компьютер и функциональный генератор.
2. Запустите программу "PicoScope 6" на рабочем столе компьютера. После запуска программы, в центре экрана компьютера появляется область, в которой можно наблюдать электрические сигналы, поступающие на USB-осциллограф, а также кнопки управления. Программа "PicoScope 6" может работать в режиме осциллографа и спектроанализатора.

затора. При запуске программы она переходит в режим осциллографа (нажата кнопка  – режим "Осциллограф").

3. Над разъемами генератора "CH1" и "CH2" нажмите обе кнопки **Output**.
4. Установите автоматический запуск развертки по сигналу с канала "А". Для этого внизу окна программы в меню "Триггер" выберите "Авто", затем в соседнем окошке выберите "А". Нажмите кнопку  – "Автоматическая настройка" и получите на экране устойчивое изображение сигнала, перемещая мышкой желтый квадратик маркера запуска (он определяет уровень запуска и расположение сигнала по горизонтальной оси). Масштабы по вертикальной и горизонтальной осям можно менять, выбирая соответствующие значения в двух окошках в верхней части экрана. Одно из них устанавливает диапазон входного сигнала (для канала "А" – справа от кнопки , значение по умолчанию "Авто"), другое – время, соответствующее одному делению горизонтальной оси. Отдельные области экрана можно увеличивать (уменьшать) с помощью кнопок  и .


## II Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов.

5. На генераторе кнопкой **CH1/2** выберите вкладку для канала "CH1" и нажмите кнопку **Pulse** (импульсный сигнал). Кнопками **4** экранного меню (рис. 3) установите: а) **Ampl** : 1 Vpp (разность максимального и минимального значений сигнала 1 В); б) **Offset** : 0.5 Vdc (смещение сигнала на 0,5 В); в) **Freq** : 1 kHz (частота повторения импульсов  $f_{\text{повт}} = 1$  кГц); г) **PulWidth** : 100  $\mu$ s (длительность импульса  $\tau = 100$  мкс).
6. В окне программы нажмите кнопку  – режим "Спектр", затем кнопку  – "Параметры спектра", и в появившемся окне установите пара-

метры: а) "Масштаб": линейный; б) "Элементы разрешения спектра": 2048. В верхней части экрана установите удобный масштаб ( $\approx \pm 2$  В) по вертикальной оси (справа от кнопки ) , а по горизонтальной оси – "48,83 кГц". Отдельные области спектра на экране можно увеличивать (уменьшать) с помощью кнопок  и .

7. Проанализируйте, как меняется спектр ( $\Delta\nu$  и  $\delta\nu$  на рис. 6.3 Введения): а) при увеличении  $\tau$  вдвое при неизменной частоте  $f_{\text{повт}} = 1$  кГц; б) при увеличении  $f_{\text{повт}}$  вдвое при неизменном  $\tau = 100$  мкс. Опишите результаты или зарисуйте в тетрадь качественную картину.

**Внимание !** При изменении на генераторе  $f_{\text{повт}}$ , автоматически изменяется  $\tau$ , поэтому после изменения  $f_{\text{повт}}$ , надо установить прежнее значение  $\tau$ .






8. Проведите измерения зависимости ширины спектра  $\Delta\nu$  от длительности импульса  $\tau$  при увеличении  $\tau$  от 40 до 200 мкс (6 – 8 значений при  $f_{\text{повт}} = 1$  кГц).
9. Для  $f_{\text{повт}} = 1$  кГц установите  $\tau = 50$  мкс. В окне программы нажмите кнопку  – "Выбор". Если левой кнопкой мышки щелкнуть на вершине выбранной гармоники, то в отдельном окошке появляются значения ее амплитуды и частоты. Измерьте частоты и амплитуды спектральных составляющих сигнала и запишите результаты в таблицу:



**№ гармоники, частота, амплитуда.**

Проведите аналогичные измерения для импульса с  $\tau = 100$  мкс. По полученным данным постройте картины спектров.

10. Постройте график  $\Delta\nu(1/\tau)$  и по его наклону убедитесь в справедливости соотношения неопределенностей.


### III Исследование спектра периодической последовательности цугов гармонических колебаний.

11. В окне программы нажмите  – режим "Осциллограф". На генераторе кнопкой **CH1/2** выберите вкладку для канала "CH2" и нажмите кнопку **Sine** (синусоидальный сигнал). Кнопками **4** экранного меню (рис. 3) установите: а) **Ampl** : 2 Vpp (двойная амплитуда сигнала 2 В); б) **Offset** : 0 Vdc (смещение сигнала отсутствует); в) **Freq** : 25 kHz (частота несущей  $\nu_0 = 25$  кГц).
12. В окне программы включите канал "В", щелкнув в верхней части экрана справа от кнопки  и заменив значение "Выкл" на "Авто". Нажмите кнопку  – "Автоматическая настройка".
13. На генераторе кнопкой **CH1/2** выберите вкладку для канала "CH1" и нажмите кнопку **Pulse** (импульсный сигнал). Кнопками **4** экранного меню (рис. 3) установите: а) **Ampl** : 1 Vpp (разность максимального и минимального значений сигнала 1 В); б) **Offset** : 0.5 Vdc (смещение сигнала на 0,5 В); в) **Freq** : 1 kHz (частота повторения импульсов  $f_{\text{повт}} = 1$  кГц); г) **PulWidth** : 100  $\mu\text{s}$  (длительность импульса  $\tau = 100$  мкс).
14. В окне программы выберите в меню: "Сервис" → "Математические каналы", выделите пункт, соответствующий произведению "А\*В" и нажмите "Ок". Выберите в меню: "Виды" → "Каналы", выделите пункт, соответствующий произведению "А\*В", а с пунктов "А" и "В" выделение снимите. На экране должна быть видна периодическая последовательность цугов.
15. В окне программы нажмите  – режим "Спектр" и включите канал "В", щелкнув в верхней части экрана справа от кнопки  и заменив значение "Выкл" на "Авто". Выберите в меню: "Сервис" → "Математи-

ческие каналы", выделите пункт, соответствующий произведению "А\*В" и нажмите "Ок". Выберите в меню: "Виды" → "Каналы", выделите пункт, соответствующий произведению "А\*В", а с пунктов "А" и "В" выделение снимите. В верхней части экрана установите масштаб по вертикальной оси "Авто" (справа от кнопки ) , а по горизонтальной оси "48,83 кГц". С помощью кнопки  увеличьте по вертикали изображение спектра. При нажатии на эту кнопку, а затем на область в пределах спектра, появляется окно "Общий вид". Опустите в этом окне прямоугольную рамку вниз и установите удобную для наблюдения спектра ее высоту и ширину.

16. Проанализируйте, как изменяется вид спектра при увеличении длительности  $\tau$  импульса вдвое от 100 до 200 мкс.
17. Установите длительность импульса  $\tau = 100$  мкс. Кнопкой **CH1/2** выберите вкладку для канала "CH2". Проследите, как меняется картина спектра при изменении несущей частоты  $\nu_0$  ( $\nu_0 = 10, 25$  и  $40$  кГц). Опишите результаты или зарисуйте в тетради качественную картину.
18. Установите частоту несущей  $\nu_0 = 30$  кГц. Кнопкой **CH1/2** выберите вкладку для канала "CH1". Установите длительность импульса  $\tau = 100$  мкс. Определите расстояние  $\delta\nu$  между соседними спектральными компонентами для разных частот повторения импульсов  $f_{\text{повт}}$ . Проведите измерения для  $f_{\text{повт}} = 0,5, 1, 2, 4$  и  $5$  кГц.

**Внимание !** При изменении на генераторе  $f_{\text{повт}}$ , автоматически изменяется  $\tau$ , поэтому после изменения  $f_{\text{повт}}$ , надо установить прежнее значение  $\tau$ .

19. Установите  $\tau = 100$  мкс и  $f_{\text{повт}} = 1$  кГц. В окне программы нажмите кнопку  – "Выбор". Щелкая левой кнопкой мышки по вершинам гармоник спектра, определите их амплитуды и частоты. Результаты запишите в таблицу: **№ гармоники, частота, амплитуда**. Проведите

аналогичные измерения для импульса с  $\tau = 100$  мкс и  $f_{\text{повт}} = 2$  кГц. По полученным данным постройте картины спектров.

20. Постройте график  $\delta v(f_{\text{повт}})$ . Найдите угловой коэффициент полученной зависимости и сравните с теоретическим значением.


21. Сравните построенные спектры (пп. 9, 20):

а) прямоугольных импульсов при одинаковых периодах и разных длительностях импульса  $\tau$ ,

б) цугов при одинаковых  $\tau$  и разных  $f_{\text{повт}}$ ;

в) цугов и прямоугольных импульсов при одинаковых значениях  $\tau$  и  $f_{\text{повт}}$ .




#### IV Исследование спектра гармонических сигналов, модулированных по амплитуде.

22. В окне программы нажмите  – режим "Осциллограф". Выберите в меню: "Виды" → "Каналы", выделите пункт, соответствующий произведению "А\*В" и пункт "А".

23. На генераторе кнопкой **CH1/2** выберите вкладку для канала "CH2" и нажмите кнопку **Sine** (синусоидальный сигнал). Кнопками **4** экранного меню (рис. 3) установите: а) **Ampl** : 1 Vpp (двойная амплитуда сигнала 1 В); б) **Offset** : 0 Vdc (смещение сигнала отсутствует); в) **Freq** : 25 kHz (частота несущей  $\nu_0 = 25$  кГц).

24. Кнопкой **CH1/2** выберите вкладку для канала "CH1" и нажмите кнопку **Sine**. Кнопками **4** экранного меню (рис. 3) установите: а) **Offset** : 1 Vdc (смещение сигнала на 1 В); б) **Freq** : 1 kHz (частота модуляции  $f_{\text{мод}} = 1$  кГц); в) **Ampl** : 0.2 Vpp (двойная амплитуда сигнала 0,2 В). Перемещая мышкой желтый квадратик маркера запуска (вблизи значения  $\cong 1$  В по вертикальной оси), получите на экране устойчивое изображение сигнала.



25. В окне программы нажмите  – режим "Спектр". В верхней части экрана установите масштаб по вертикальной оси "Авто" (справа от кнопки ) , а по горизонтальной оси "48,83 кГц". Нажмите кнопку  – "Выбор".
26. Меняя двойную амплитуду сигнала канала "CH1" от 0,2 до 2 В (возьмите 5 – 6 значений), измеряйте для каждого значения максимальную  $A_{\max}$  и минимальную  $A_{\min}$  амплитуды сигналов модулированного колебания (переключаясь на вкладку "Осциллограф") и амплитуды спектральных компонент (переключаясь на вкладку "Спектр"). Амплитуды можно определить, если нажать левой кнопкой мышки на выбранную точку экрана. Амплитуда равна значению в появляющемся окошке, соответствующему произведению "А\*В". Рассчитайте соответствующие значения глубины модуляции  $m$  по формуле 6.13 Введения.
27. При 100% глубине модуляции ( $A_{\min} = 0$ ) посмотрите, как меняется спектр при увеличении частоты модуляции  $f_{\text{мод}}$ .
28. Постройте график отношения  $A_{\text{бок}}/A_{\text{осн}}$  в зависимости от  $m$ . Определите угловой коэффициент наклона графика и сравните с рассчитанным с помощью формулы (6.14).

У Исследование спектра гармонических сигналов,  
модулированных по частоте (дополнительное задание).

При частотной модуляции мгновенная частота колебания равна:

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta \omega_m \cdot \sin \Omega t, \quad (1)$$

где  $\Delta \omega_m = 2\pi \Delta f_m$  – амплитуда отклонения частоты (девиация частоты),  
 $\Omega = 2\pi F$  – модулирующая частота. Фаза частотно-модулированного колебания:

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(t) dt = \omega_0 t - \frac{\Delta \omega_m}{\Omega} \cos \Omega t. \quad (2)$$

Величина  $\beta = \frac{\Delta \omega_m}{\Omega} = \frac{\Delta f_m}{F}$  называется индексом частотной модуляции. Частотно-модулированное колебание имеет вид:

$$f(t) = A_0 \cos \varphi(t) = A_0 \cos[\omega_0 t - \beta \cos \Omega t]. \quad (3)$$

Рассмотрим частный случай, когда  $\beta \ll 1$ . Из (3) имеем:

$$\begin{aligned} f(t) &= A_0 \cos \omega_0 t \cdot \cos(\beta \cos \Omega t) + A_0 \sin \omega_0 t \cdot \sin(\beta \cos \Omega t) \cong \\ &\cong A_0 \cos \omega_0 t + A_0 \beta \sin \omega_0 t \cdot \cos \Omega t \cong \\ &\cong A_0 \cos \omega_0 t + \frac{A_0 \beta}{2} \cos \left[ (\omega_0 - \Omega)t - \frac{\pi}{2} \right] + \frac{A_0 \beta}{2} \cos \left[ (\omega_0 + \Omega)t - \frac{\pi}{2} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, спектр частотно-модулированного колебания при  $\beta \ll 1$  состоит из колебания с основной частотой  $\omega_0$  и амплитудой  $A_0$  и двух боковых компонент с частотами  $(\omega_0 \pm \Omega)$  и амплитудами  $A_0 \beta/2$ . Данный спектр отличается от спектра амплитудно-модулированного колебания (П, 14) тем, что боковые компоненты спектра сдвинуты по фазе на  $90^\circ$ . Сложение несущего колебания и боковых составляющих при амплитудной и частотной модуляции (при  $\beta \ll 1$ ) показано на рис. 4.

Из рис. 4 видно, что при  $\beta \ll 1$  амплитуда частотно-модулированного колебания практически не меняется. При увеличении  $\beta$  спектр частотно-модулированного колебания становится более сложным, и в общем случае надо учитывать, что он содержит кроме колебания с частотой  $\omega_0$  бесконечное число боковых частот  $(\omega_0 \pm k\Omega)$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$

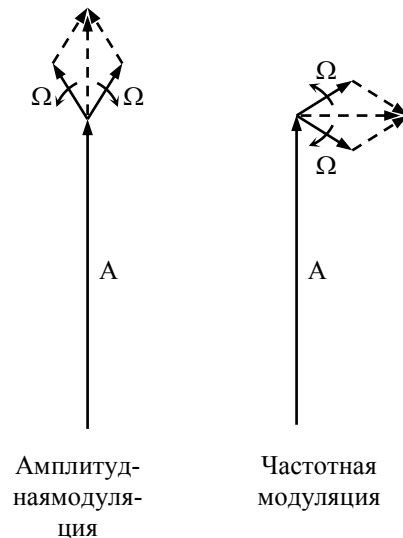







Рис. 4

Амплитуда колебания на основной частоте равна  $A_0 J_0(\beta)$ , а на боковых частотах  $A_0 J_k(\beta)$ , где  $J_k(\beta)$  – функции Бесселя 1-го рода. На практике ширину спектра можно считать ограниченной, т.к. функции  $J_k(\beta)$  при  $k > \beta$  имеют

малое значение. В предельном случае  $\beta \gg 1$ , ширина спектра примерно равна  $2\Delta f_m$ .

Дополнительное задание.

29. В окне программы нажмите  – режим "Осциллограф". Выберите в меню: "Виды" → "Каналы", оставьте выделение пункта "А", а с пункта "А\*В" выделение снимите.
30. На генераторе кнопкой **CH1/2** выберите вкладку для канала "CH1" и нажмите кнопку **Sine** (синусоидальный сигнал). Кнопками **4** экранного меню (рис. 3) установите: а) **Ampl** : 1 Vpp (двойная амплитуда сигнала 1 В); б) **Offset** : 0 Vdc (смещение сигнала отсутствует); в) **Freq** : 25 kHz (частота несущей  $\nu_0 = 25$  кГц). Нажмите кнопку **Mod** и опять кнопками **4** экранного меню (рис. 3) установите параметры для модулирующей функции: а) **Type** : FM (частотная модуляция; для выбора данного параметра необходимо нажать на соответствующую кнопку несколько раз); б) **Shape** : Sine (синусоидальный закон изменения частоты); в) **FM Freq** : 1 kHz ( $F = 1$  кГц); г) **FM Dev** : 100 Hz ( $\Delta f_m = 100$  Гц).
31. В окне программы нажмите кнопку  – "Автоматическая настройка" и наблюдайте частотно-модулированное колебание на экране. Нажмите кнопку  – режим "Спектр". Выберите в меню: "Виды" → "Каналы", выделите пункт "А", а с пункта "А\*В" выделение снимите. В верхней части экрана установите масштаб по вертикальной оси "Авто" (справа от кнопки ), а по горизонтальной оси "48,83 кГц". Нажмите кнопку  – "Выбор".
32. Меняя на генераторе девиацию частоты  $\Delta f_m$  от 100 до 1000 Гц, измерьте амплитуду  $A_0$  компоненты на основной частоте  $\nu_0$  и амплитуды  $A_{\pm 1}$  на частотах  $(\nu_0 \pm F)$ . При больших значениях  $\Delta f_m$ , измерьте также амплитуды  $A_{\pm 2}$  компонент на частотах  $(\nu_0 \pm 2F)$ . Амплитуды можно опреде-

лить в появляющемся окошке, если нажать левой кнопкой мышки на выбранную точку экрана. Обратите внимание, что при увеличении  $\Delta f_m$ , число боковых спектральных компонент увеличивается.

33. Если продолжать увеличивать  $\Delta f_m$ , спектр становится еще более сложным. Пронаблюдайте, как меняется спектр при увеличении  $\Delta f_m$  от 1 до 10 кГц.
34. Рассчитайте для каждого значения  $\Delta f_m$  индекс модуляции  $\beta$  и постройте график отношения  $A_{\pm 1}/A_0$  в зависимости от  $\beta$ . Проведите предельную прямую, соответствующую случаю  $\beta \ll 1$ , определите угловой коэффициент наклона этой прямой и сравните с рассчитанным с помощью формулы (4). Из графика определите диапазон значений  $\beta$ , для которых экспериментальная зависимость отличается от предельной прямой менее чем на 10%.