

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)

Лабораторная работа 2.2.1

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМНОЙ ДИФФУЗИИ ГАЗОВ

Составитель:
Попов П.В.

Из лаборатории не выносить!
Электронная версия доступна на сайте кафедры общей физики
physics.mipt.ru/S_II/lab

Долгопрудный 2016

Теоретические сведения. Диффузией называют самопроизвольное взаимное проникновение веществ друг в друга, происходящее вследствие хаотического теплового движения молекул. При перемешивании молекул разного сорта говорят о *взаимной* (или *концентрационной*) диффузии.

Диффузия в системе, состоящей из двух компонентов a и b (бинарная смесь), подчиняется *закону Фика*: плотности потока компонентов $j_{a,b}$ (количество частиц, пересекающих единичную площадку в единицу времени) пропорциональны градиентам их концентраций $\nabla n_{a,b}$, что в одномерном случае можно записать как

$$j_a = -D \frac{\partial n_a}{\partial x}, \quad j_b = -D \frac{\partial n_b}{\partial x},$$

где D — коэффициент взаимной диффузии компонентов. Знак «минус» отражает тот факт, что диффузия идёт в направлении выравнивания концентраций. Равновесие достигается при равномерном распределении вещества по объёму сосуда ($\partial n / \partial x = 0$).

В данной работе исследуется взаимная диффузия гелия и воздуха. Давление P и температура T в условиях опыта предполагаются неизменными: $P = (n_{\text{He}} + n_{\text{в}}) k_B T = \text{const}$, где n_{He} и $n_{\text{в}}$ — концентрации (объёмные плотности) диффундирующих газов. Поэтому для любых изменений концентраций справедливо $\Delta n_{\text{в}} = -\Delta n_{\text{He}}$. Следовательно, достаточно ограничиться описанием диффузии одного из компонентов, например гелия n_{He} :

$$j_{\text{He}} = -D \frac{\partial n_{\text{He}}}{\partial x} \quad (1)$$

Приведём теоретическую оценку для коэффициента диффузии. В работе концентрация гелия, как правило, мала ($n_{\text{He}} \ll n_{\text{в}}$). Кроме того, атомы гелия существенно легче молекул, составляющих воздух ($\mu_{\text{He}} \ll \mu_{\text{N}_2}, \mu_{\text{O}_2}$), значит и их средняя тепловая скорость велика по сравнению с остальными частицами. Поэтому перемешивание газов в работе можно приближенно описывать как диффузию примеси лёгких частиц He на практически стационарном фоне воздуха. Коэффициент диффузии в таком приближении равен

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v}, \quad (2)$$

где $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ — средняя тепловая скорость частиц примеси, $\lambda = \frac{1}{n_0 \sigma}$ — их

длина свободного пробега, n_0 — концентрация рассеивающих центров (фона), σ — сечение столкновения частиц примеси с частицами фона.

В общем случае необходимо учитывать диффузию каждого из компонентов. Более подробное рассмотрение показывает¹, что для бинарной смеси формула (2) сохраняется, если 1) под λ понимать величину $\lambda = \frac{1}{n_{\Sigma}\sigma}$, где $n_{\Sigma} = n_{\text{He}} + n_{\text{в}} = \frac{P}{k_B T}$ — полная концентрация частиц, и 2) под \bar{v} понимать среднюю *относительную* скорость частиц разных сортов².

Таким образом, теория предсказывает, что коэффициент диффузии бинарной смеси *обратно пропорционален давлению в системе* $D \propto \frac{1}{P}$, и не зависит от пропорций компонентов, что и предлагается проверить в работе экспериментально.

Схема эксперимента. Для исследования взаимной диффузии газов и измерения коэффициента взаимной диффузии D используется два сосуда объёмами V_1 и V_2 ($V_1 \approx V_2 \equiv V$), соединенные трубкой длины L и сечения S (рис. 1). Предполагается, что сосуды заполнены смесью двух газов при одинаковом давлении, но с различной концентрацией компонентов. Вследствие взаимной диффузии, проходящей в соединительной трубке, концентрации компонентов в сосудах с течением времени выравниваются.

Важно отметить, что диффузия — относительно медленный процесс, и для его наблюдения необходимо отсутствие конвекции, т. е. макроскопических течений газа. Для этого необходимо обеспечить равенство давлений и температур в сосудах до начала измерений.

В общем случае концентрации компонентов $n(t, x)$ зависят от как от координаты, так и времени. Задача упрощается, если объём соединительной трубки мал по сравнению с объёмами сосудов — тогда концентрации газов $n_1(t)$ и $n_2(t)$ внутри каждого сосуда можно считать постоянными по всему объёму сосуда, и принять, что процесс выравнивания концентраций происходит благодаря диффузии в трубке.

Рассмотрим подзадачу о диффузии в соединительной трубке. Предположим сперва, что концентрации примеси (гелия) на её торцах поддерживаются постоянными и равными n_1 и n_2 соответственно. Тогда через некоторое время (оценку этого времени см. ниже ф-лу (9)) в трубке установится стационарный поток частиц, одинаковый в каждом сечении трубки (в противном случае, если бы поток зависел от x , частицы бы накапливались в трубке, и процесс перестал бы быть стационарным). Применяя закон Фика в трубке, получим

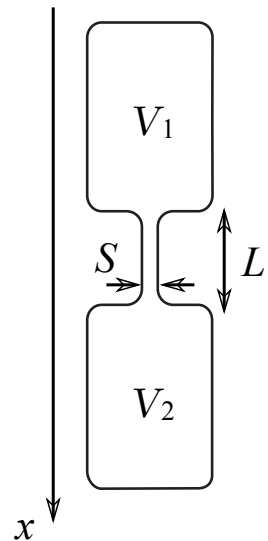


Рис. 1

1 См., напр., Сивухин Д.В. «Общий курс физики», Т. 2, §92, или Попов П.В. «Диффузия. Часть I. Элементарная теория», п. 3.2.

2 Для бинарной смеси $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi \bar{m}}}$, где \bar{m} — приведённая масса частиц смеси.

$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x} = \text{const}.$$

Следовательно, распределение концентрации в трубке $n(x)$ — линейная функция:

$$n(x) = \frac{\Delta n}{L} x \quad (3)$$

и плотность потока частиц всюду постоянна и равна

$$j = -D \frac{\Delta n}{L} \quad (4)$$

где $\Delta n = n_2 - n_1$ — разность концентраций гелия на концах трубки.

Теперь вернёмся к процессу выравнивания концентраций в сосудах. Частицы перетекают из сосуда 2 в сосуд 1 по трубке и концентрации $n_1(t)$ и $n_2(t)$ меняются во времени. Предположим, что этот процесс происходит достаточно медленно, так что в трубке в любой момент времени успевает установиться практически стационарное течение, описываемое формулами (3), (4). Такое приближение называют *квазистационарным*. Кроме того, будем считать, что в пределах каждого сосуда частицы распределены равномерно, так что концентрации примеси вблизи трубки и в остальных частях сосуда отличаются мало. Тогда полное число частиц примеси в сосудах равно соответственно $N_1 = n_1 V$ и $N_2 = n_2 V$. Произведение плотности потока (4) на площадь сечения трубки S даёт количество частиц, пересекающих в единицу времени любое поперечное сечение трубки. Поэтому

$$\frac{dN_1}{dt} = j S, \quad \frac{dN_2}{dt} = -j S. \quad (5)$$

Выразим отсюда скорость изменения Δn . Вычитая из второго равенства первое и деля результат на объём сосуда V , с учетом (4) получим

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau}, \quad (6)$$

где введено обозначение

$$\tau = \frac{1}{D} \frac{VL}{2S}. \quad (7)$$

Интегрируя (6), получаем, что разность концентраций будет убывать по экспоненциальному закону

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-t/\tau} \quad (8)$$

где Δn_0 — разность концентраций примеси в сосудах в начальный момент времени. Видно, что величина τ есть *характерное время* выравнивания концентраций между сосудами. Оно определяется геометрическими разме-

рами установки и коэффициентом диффузии.

Отметим, что для применимости квазистационарного приближения необходимо убедиться, что время процесса τ много больше характерного времени диффузии отдельной частицы вдоль трубки L , которое согласно закону Эйнштейна–Смолуховского по порядку величины равно

$$\tau_{\text{диф}} \sim L^2 / 2D. \quad (9)$$

Таким образом, необходимо выполнение неравенства $\tau \gg \tau_{\text{диф}}$, что с учётом (7) и (9) может быть переписано как $SL \ll V$, то есть объём трубки должен быть много меньше объёма сосудов.

Кроме того, если сосуды расположены вертикально, может возникнуть вопрос о влиянии силы тяжести на диффузию. Влиянием гравитации можно пренебречь, если перепад потенциальной энергии в сосуде много меньше энергии теплового движения частиц $mgh \ll k_B T$. Нетрудно проверить, что для молекулярной диффузии в нашем эксперименте это выполняется с большим запасом.

Методика измерений. Для измерения разности концентраций в установке применяются датчики теплопроводности. При этом используется тот факт, что теплопроводность κ смеси зависит от её состава. В общем случае зависимость $\kappa(n)$ довольно сложна, однако при малой разности Δn концентраций в сосудах можно ожидать, что разность теплопроводностей будет изменяться прямо пропорционально Δn :

$$\Delta \kappa = \kappa(n_2) - \kappa(n_1) \approx \text{const} \cdot \Delta n.$$

Эксперименты показывают, что если доля примеси гелия составляет менее 15%, отклонение от линейной зависимости не превышает 0,5%, что для наших целей вполне достаточно.

Сами датчики теплопроводности устроены следующим образом. Тонкая платиновая проволока, протянутая вдоль оси стеклянного цилиндра, нагревается током. Внутренняя полость датчика сообщается с объёмом камеры через отверстия, размеры которых таковы, что скорость диффузии из объёма сосуда в полость датчика значительно больше скорости диффузии из одного объёма в другой. Таким образом, состав газа в датчике практически совпадает с составом газа в объёме. Тепло от проволоки к стенке цилиндра передаётся главным образом за счёт теплопроводности газа, находящегося внутри цилиндра. При заданной мощности нагревания приращение температуры проволоки и, следовательно, приращение её сопротивления пропорциональны теплопроводности газа (подробнее см. описания работ 2.2.2 и 2.2.3).

Для измерения сопротивлений используется мостовая схема, позволяющая определять разность показаний датчиков с высокой точностью. Мост балансируется при заполнении сосудов (и датчиков) одной и той же смесью. При заполнении сосудов смесями различного состава возникает «разбаланс» моста. При незначительном различии в составах смесей пока-

зания вольтметра, подсоединённого к диагонали моста, будут пропорциональны разности концентраций примеси: $U \propto \Delta k \propto \Delta n$. В процессе диффузии разность концентраций убывает по закону (8), и значит по тому же закону изменяется напряжение:

$$U = U_0 e^{-t/\tau}, \quad (10)$$

где U_0 — показание гальванометра в начальный момент времени. Измеряя экспериментально зависимость $U(t)$, можно получить характерное время процесса τ , откуда по формуле (7) определить коэффициент диффузии D .

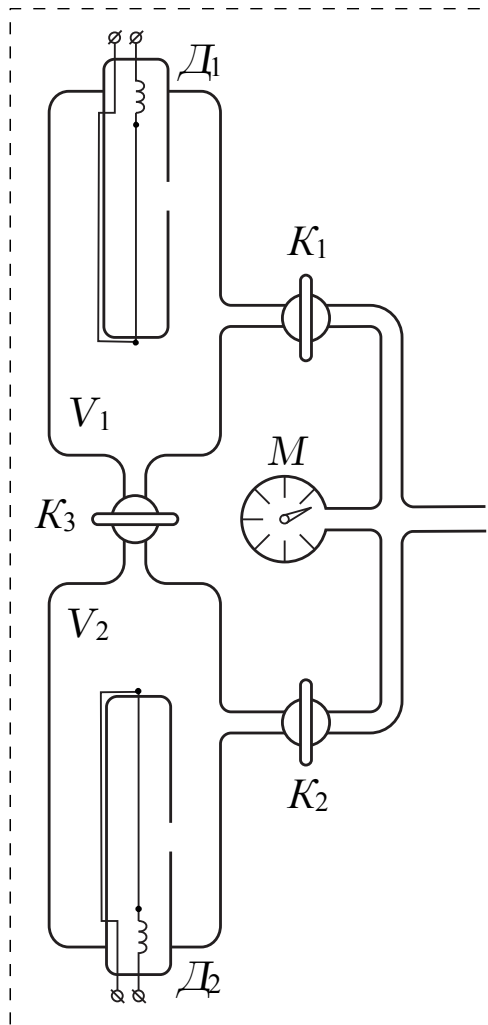


Рис. 2

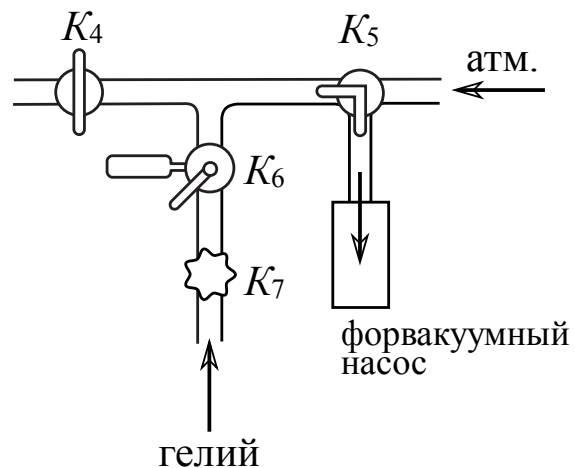


Рис. 3

Экспериментальная установка. Схема измерительной части установки приведена на рис. 2. Она соединена с системой откачки и напуска воздуха и гелия. Для откачки используется форвакуумный насос. Конструкции системы откачки и напуска могут быть различны в зависимости от установки (схемы и описания см. на столах); один из вариантов изображен на рис. 3.

Часть установок компьютеризировано, что позволяет записывать зависимость показаний вольтметра $U(t)$ в реальном времени (на остальных установках фиксация $U(t)$ ведется вручную с помощью секундомера).

Измерительная часть установки состоит из двух сосудов V_1 и V_2 , размещённых вертикально. Краны K_1 и K_2 служат для управления откачкой и подачей воздуха/гелия в сосуды. Диффузия осуществляется через тонкую короткую трубку, соединяющую сосуды, оснащённую краном K_3 . К соединительным трубкам подключен манометр M , измеряющий *разность* давлений между соединительными трубками и атмосферой, и позволяющий измерять давления в разных частях системы (в зависимости от положения кранов).

Выравнивание давлений в сосудах V_1 и V_2 без изменения состава газов в них может быть осуществлено через обводные трубки посредством кратковременного открытия кранов K_1 и K_2 (при закрытом K_3).

Гелий содержится в баллоне (не изображен на рис.) под давлением, превышающим атмосферное. Для предотвращения избыточного расхода гелия и его неконтролируемого проникания в установку предусмотрен металлический кран K_7 , отделяющий её от баллона с гелием. Его открывают только на время непосредственного заполнения установки гелием, остальное время он должен быть закрыт. Для подачи малых порций гелия предусмотрен двухходовой кран с дозатором (рис. 4). При повороте рычажка P в положение I гелий в небольшом количестве поступает в дозатор (если открыт K_7), а при повороте P в положение II порция из дозатора поступает в установку.

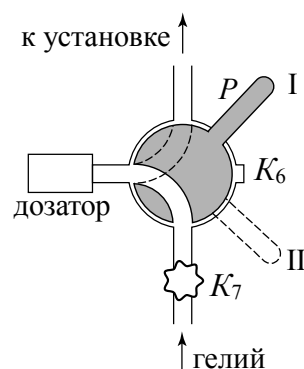


Рис. 4

Датчики теплопроводности D_1 и D_2 , расположенные в сосудах V_1 и V_2 соответственно, включены в мостовую электрическую схему согласно рис. 5. В одну из диагоналей моста включён высокочувствительный вольтметр (гальванометр) Γ , к другой подключается источник небольшого постоянного напряжения. Сопротивления проволок датчиков составляют одно из плеч моста. Второе плечо составляют переменные сопротивления R_1 , R_2 и R , служащие для установки показаний вольтметра Γ на нуль (балансировка моста).

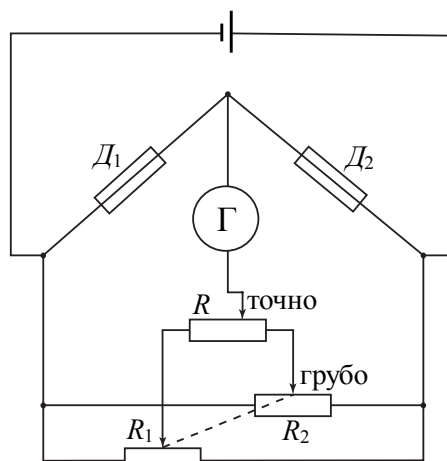


Рис. 5

Сопротивления R_1 и R_2 спарены (их подвижные контакты находятся на общей оси) и изменяются одновременно при повороте ручки грубой регулировки. Точная балансировка выполняется потенциометром R . Балансировку необходимо проводить перед каждым экспериментом заново: при этом установка заполняется чистым газом (воздухом без гелия) при давлении, близком «рабочему» (при котором затем будут проводиться измерения).

ЗАДАНИЕ

1. Внимательно ознакомьтесь с конструкцией вашей установки. По дополнительным описаниям, расположенным на столах, изучите
 - а) схему подачи воздуха/гелия и схему откачки вашей установки;
 - б) особенности измерительных приборов, используемых в вашей установке (манометр, вольтметр); вычислите цену деления шкалы манометра в *торрах*^{*};
 - в) если установка компьютеризирована, включите компьютер и запустите расчётную программу, ознакомьтесь с краткой инструкцией её использования.
2. Подготовьте установку к работе:
 - а) включите питание датчиков и измерительного моста;
 - б) убедитесь, что кран подачи гелия K_7 плотно закрыт, и в установке нет запертых объёмов;
 - в) подсоедините установку к форвакуумному насосу (см. описание системы откачки вашей установки) и откачайте её до давления $\sim 0,1$ торр. Это достигается непрерывной работой насоса в течение 3–5 минут (при этом показания манометра M , измеряющего разность давление между установкой и атмосферой, достигнут *максимума*);

Внимание!

*На большинстве установок **выключение насоса** производится в два последовательных движения: выключение насоса + соединение насоса с атмосферой. В противном случае после остановки масло из насоса может быть выдавлено в установку, что крайне нежелательно.*

- г) после окончания откачки выключите насос (см. замечание выше!).
3. Сбалансируйте измерительный мост при предполагаемом «рабочем» давлении (суммарном давлении смеси в эксперименте P_Σ). В качестве начального рабочего давления возьмите $P_\Sigma \sim 40$ торр. Для этого
 - а) напустите в установку воздух до давления P_Σ (см. описание системы напуска воздуха вашей установки). Если давление оказалось слишком большим — откачайте его форвакуумным насосом до нужного;
 - б) изолируйте рабочие объёмы, закрыв краны K_1, K_2 (K_3 открыт);
 - в) сбалансируйте измерительный мост так, чтобы показания вольтметра флуктуировали в среднем около нулевого значения. Используйте по-

* 1 торр = 1 мм рт. ст. $\approx 133,3$ Па.

следовательно ручки регулировки «грубо», затем «точно». После балансировки и до окончания измерений при данном P_{Σ} положения ручек регулировки не менять (*Внимание!* Ручки балансировки моста могут быть очень чувствительны, не касайтесь их в процессе измерений, а также не допускайте вибраций стола).

4. Приготовьте рабочие смеси для проведения измерений. В одном из сосудов (например, V_2) должен оказаться чистый воздух, в другом (V_1) смесь воздуха с гелием. Давления в сосудах должны быть *одинаковы* и равны рабочему P_{Σ} . Для этого выполните следующие действия:

- а) Откачайте всю установку до $\sim 0,1$ торр.
- б) Изолируйте объём V_2 , закрыв краны K_2 и K_3 (туда не должен попасть гелий!). После этого остановите откачку.
- в) Напустите в установку гелий до давления $P_{\text{He}} = 0,1 P_{\Sigma}$. Избыточное количество гелия при необходимости откачайте насосом. После этого изолируйте объём V_1 (краном K_1).
- г) Перекройте подачу гелия (кран K_7) и откачайте гелий из всех патрубков. Затем остановите откачку.
- д) Присоедините объём V_2 к установке (кран K_2) и заполните всю установку, исключая объём V_1 , воздухом (без гелия) до давления, избыточного по сравнению с планируемым рабочим давлением ($\sim 1,5 \div 2,0 P_{\Sigma}$ в зависимости от соотношения объёмов патрубков и сосудов — см. рекомендации на установке).
- е) Уравняйте давления в сосудах V_1 и V_2 , создав поток из сосуда с воздухом в сосуд с гелием. Для этого откройте краны K_1 и K_2 при закрытых K_3 и K_4 . Поскольку газ при адиабатическом расширении остывает, необходимо держать краны K_1 и K_2 открытыми в течение некоторого времени (30–60 с), чтобы дать давлениям выравняться при одинаковых температурах. Это время не должно быть слишком велико, чтобы диффузия гелия по патрубкам в обратном направлении не привела к искажению приготовленного состояния.
- ж) Запишите точное значение установившегося рабочего давления P_{Σ} . Изолируйте объёмы V_1 и V_2 , перекрыв краны K_1 и K_2 . Система должна быть готова к измерениям.

5. Процесс диффузии начнётся после открывания крана K_3 . Прежде приготовьте секундомер или компьютерную программу по дополнительному описанию (если установка компьютеризирована). Откройте K_3 и измеряйте, как меняются показания вольтметра с течением времени

$U(t)$. Измерение продолжайте до тех пор, пока напряжение не упадет хотя бы на 30–50%. При измерениях вручную с секундомером снимайте показания не реже, чем каждые 10 с.

6. Повторите измерения пп. 3–5 при различных значениях рабочего давления в диапазоне 40–300 торр (всего 4–6 значений). При планировании эксперимента учтите, что с увеличением давления уменьшается коэффициент диффузии, что приводит к пропорциональному увеличению времени наблюдений.
7. * Для проверки утверждения о независимости коэффициента взаимной диффузии от пропорций компонентов проведите измерение коэффициента диффузии примеси воздуха в гелии ($P_{\text{He}} = 0,9 P_{\Sigma}$, $P_{\text{возд}} = 0,1 P_{\Sigma}$ при $P_{\Sigma} = 40$ торр). При приготовлении исходного состояния согласно п. 4 гелий и воздух меняются местами (гелий при избыточном давлении подаётся в сосуд, заполненный воздухом при малом давлении).

Обработка результатов измерений

8. Убедитесь, что процесс диффузии подчиняется закону (8). С этой целью для каждого из рабочих давлений постройте графики зависимости $U(t)$ в логарифмическом масштабе по оси ординат. По угловым коэффициентам и известным геометрическим параметрам установки рассчитайте коэффициенты взаимной диффузии при выбранных рабочих давлениях (см. формулу (6)). Оцените погрешности результатов.
9. Постройте график зависимости коэффициента диффузии от обратного давления в координатах $D\left(\frac{1}{P}\right)$. Экстраполируя график к атмосферному давлению, оцените соответствующий коэффициент диффузии. Сравните результат с табличным.
10. * По измерениям п. 7 сравните коэффициенты диффузии примеси гелия в воздухе $D_{\text{He-возд}}$ и примеси воздуха в гелии $D_{\text{возд-He}}$. Предложите объяснение полученным результатам.
11. По полученным результатам оцените длину свободного пробега атомов гелия в воздухе λ_{He} в условиях эксперимента, а также эффективное сечение столкновений атомов гелия с молекулами воздуха $\sigma_{\text{He-возд}}$.

* Необязательный пункт, выполняется по указанию преподавателя.

Вопросы к сдаче работы

1. Сформулируйте закон Фика. Дайте определение коэффициента взаимной диффузии.
2. Получите выражение для коэффициента диффузии легкой примеси (2).
3. В чем состоит квазистационарное приближение? Каковы условия его применимости в данной работе?
4. Почему следует ожидать, что график зависимости D от $1/P$ должен иметь вид прямой линии?
5. Как коэффициент диффузии может зависеть от температуры? Оцените погрешность измеренных коэффициентов диффузии, обусловленную колебаниями температуры окружающей среды.
6. Покажите, что в условиях опыта концентрацию в сосудах можно считать постоянной.
7. Через какое время после открытия крана K_3 квазистационарное распределение концентрации (3) можно считать установившимся?
8. Оцените средние скорости течения газов в опыте. Убедитесь в применимости диффузионного приближения, сравнив результат со средними тепловыми скоростями молекул.
9. Пользуясь соотношением Эйнштейна для связи подвижности и диффузии, определите среднюю скорость течения примеси гелия в воздухе под действием силы тяжести. Убедитесь, что сила тяжести не оказывает влияния на результаты опыта.

09.02.2018