

*Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования*

**«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**Лабораторная работа № 1.3.3**

по курсу общей физики

на тему:

***«Определение вязкости воздуха  
по скорости течения через тонкие трубки»***

*Работу выполнил:  
Баринов Леонид  
(группа Б02-827)*

Долгопрудный  
2019 год

# 1 Аннотация

В работе будет экспериментально выявлен участок сформированного течения, определены режимы ламинарного и турбулентного течения, определено число Рейнольдса.

## 2 Теоритические сведения

### 2.1 Формула Пуазейля

Уравнение Бернулли:

$$\frac{v^2}{2} + gh_1 + \frac{p}{\rho} = const \quad (1)$$

В соответствии с уравнением Бернулли при стационарном течении по прямолинейной горизонтальной трубе постоянного сечения давление жидкости должно быть одним и тем же по всей длине трубы. В действительности, однако, давление жидкости в трубе падает в направлении течения. Для обеспечения стационарности течения необходимо поддерживать на концах трубы постоянную разность давлений, уравнивающую силы внутреннего трения, которые возникают при течении жидкости.

Сила трения между слоями жидкости зависит от изменения скорости в перпендикулярном потоку направлении (закон Ньютона для вязкой жидкости):

$$F = S\eta \frac{dv_x}{dy} \quad (2)$$

Для вывода формулу Пуазейля рассмотрим следующую физическую модель. Пусть вязкая несжимаемая жидкость течет вдоль прямолинейной цилиндрической трубы радиусом  $R$ . Координатную ось  $x$  направим вдоль оси трубы в сторону течения. Выделим в трубе произвольную бесконечно короткую цилиндрическую часть длиной  $dx$  и радиусом  $r$  (рис. 1).

На боковую поверхность выделенного цилиндра в направлении, противоположном движению, действует касательная сила вязкого трения:

$$dF = 2\pi r\eta \frac{dv}{dr} dx \quad (3)$$

На основания цилиндра в направлении движения действует сила разности давлений:

$$dF_1 = \pi r^2 (P(x) - P(x + dx)) = -\pi r^2 \frac{dP}{dx} dx \quad (4)$$

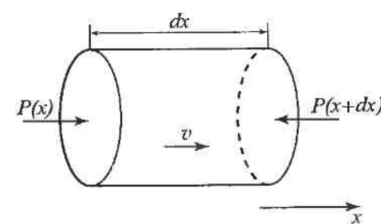


Рис. 1: К выводу формулы Пуазейля

При стационарном течении ускорение выделенного объема жидкости должно быть равно нулю. Следовательно:

$$\begin{aligned} dF + dF_1 &= 0 \\ 2\eta \frac{dv}{dr} &= r \frac{dP}{dx} \end{aligned} \quad (5)$$

Скорость  $v$  не зависит от  $x$ , следовательно производная  $dP/dx$  должна быть постоянной, равной

$$\frac{P_2 - P_1}{l}$$

где  $P_1$  – давление на входе трубы,  $P_2$  – давление на выходе трубы. В результате имеем

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{P_1 - P_2}{2\eta l}r \quad (6)$$

Интегрируя при условии прилипания жидкости к стенке трубы  $v(R) = 0$ :

$$v = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}(R^2 - r^2) \quad (7)$$

Скорость  $v$  максимальна на оси трубы, где она достигает значения

$$v_0 = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}R^2$$

Определим расход жидкости:

$$Q = \pi\rho\frac{P_1 - P_2}{2\eta l}\int_0^R(R^2 - r^2)rdr$$

$$Q = \pi\rho\frac{P_1 - P_2}{8\eta l}R^4 \quad (8)$$

Формулу (8) принято называть формулой Пуазейля

На практике расход жидкости удобно измерять в единицах объема жидкости, протекающей в единицу времени через поперечное сечение. Формула (8) примет вид:

$$Q_V = \frac{\pi R^4}{8\eta l}(P_1 - P_2) \quad (9)$$

## 2.2 Число Рейнольдса

Число Рейнольдса (Re) – это единственная безразмерная величина, которую можно составить из параметров  $\rho, U, l, \eta$ .

Здесь  $l$  – характерная длина,  $U$  – характерная скорость течения.

$$\text{Re} = \frac{\rho U l}{\eta} \quad (10)$$

Число Рейнольдса отражает свойство подобия гидродинамических течений: при изменении параметров жидкости и тела, но при сохранении значения Re характер течения не меняется.

$$\frac{E_{\kappa}}{A_{\text{тр}}} \sim \text{Re}$$

Таким образом, если вязкость мала, то  $Re \gg 1$  и доминируют инерционные эффекты, жидкость близка к идеальной. Если же вязкость велика, то  $Re \ll 1$  и доминируют эффекты вязкости.

В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при  $Re \approx 1000$ .

Характерное для ламинарного течения параболическое распределение скоростей устанавливается на некотором расстоянии  $a$  от входа в трубку, которое зависит от радиуса трубки  $r$  и числа Рейнольдса по формуле:

$$a \approx 0,2r \cdot Re \quad (11)$$

### 3 Оборудование

В работе используются: металлические трубки, укрепленные на горизонтальной подставке, газовый счетчик, микроманометр типа ММН, стеклянная U-образная трубка, секундомер.

#### 3.1 Экспериментальная установка

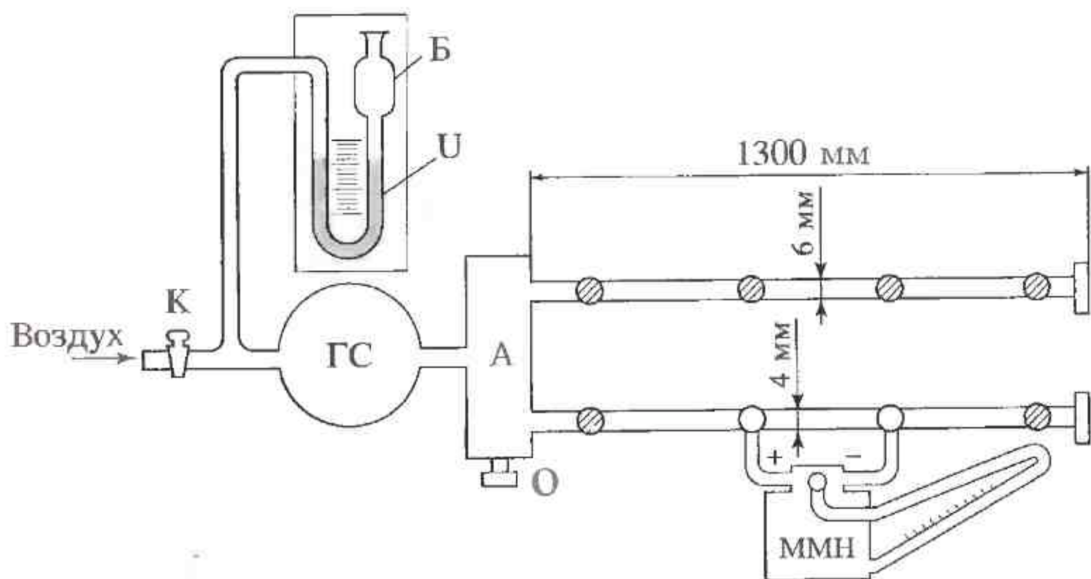


Рис. 2: Схема установки для определения вязкости воздуха

ГС – газовый счетчик;

U – образная трубка, наполовину заполненная водой

Б – защитный баллон, который предупреждает о высоком давлении

К – кран, для регулировки подачи воздуха

А – резервуар, к которому припаянные тонкие металлические трубки

ММН – микроманометр

### 3.2 Микроманометр типа ММН

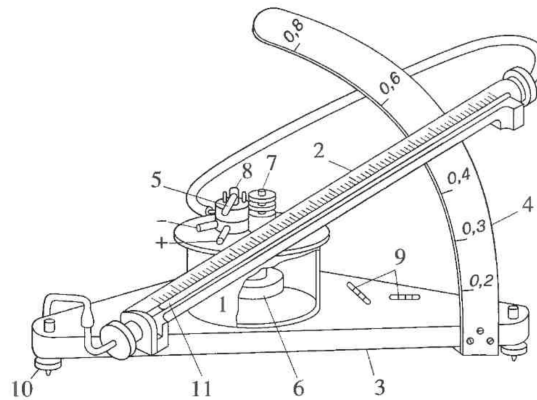


Рис. 3: Микрометрический манометр типа ММН

- Числа 0,2; 0,3; 0,4; 0,6; и 0,8, нанесенные на стойке 4, обозначают коэффициент, на который должны быть умножены показания манометра при данном наклоне, для получения давления в миллиметрах водяного столба.
- Рабочей жидкостью является этиловый спирт.
- Установка меникса жидкости на нуль шкалы производится путем изменения уровня спирта в сосуде 1 с помощью цилиндра 6.
- Глубина погружения цилиндра в спирт регулируется винтом 7.
- Микроманометр снабжен двумя уровнями 9, расположенными на плите 3 перпендикулярно один другому. Установка прибора по уровням производится двумя регулировочными ножками 10.
- Трехходовой кран 8, который имеет два рабочих положения – «0» и «+». В положении «0» мениск жидкости устанавливается на ноль. В положении «+» производятся рабочие измерения. Перевод из положения «0» в положение «+» и наоборот осуществляется с помощью рычажка 5.
- Погрешность микроманометра в положении 0,2:  $\Delta p = 0,04$  мм вод. ст.

### 3.3 Газовый счетчик

Газовый счетчик служит для измерения небольших количеств газа. Внешний вид его изображен на рис. 4.

- Один оборот стрелки соответствует 5 л газа, прошедшего через счетчик.
- Газовый счетчик заливается водой до уровня, определяемого по водомерного устройству 1.

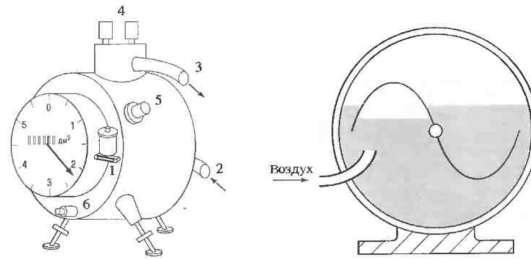


Рис. 4: Газовый счетчик

- Трубка 2 для входа газа расположена сзади счетчика, а трубка 3 для выхода газа – наверху счетчика.
- Патрубки 4 предназначены для присоединения U-образного манометра, а патрубков 5 – для установки термометра.
- Кран 6 служит для слива воды.
- Погрешность газового счетчика:  $\Delta V = 0,02$  л

## 4 Результаты измерений и обработка результатов

В работе будут использованы три трубки, диаметры которых указаны в Таблице 1. Оценим расстояния, на котором происходит формирование потока при ламинарном течении по формуле (11). Расчет проведем для  $Re = 1000$

$d$ , мм	$\Delta d$ , мм	$a$ , мм	$\Delta a$ , мм
3	0,01	300	1
4,1	0,05	410	5
5,8	0,05	580	5

Таблица 1: Расстояние  $a$ , на котором будет происходить формирование потока при ламинарном течении

### 4.1 Измерение вязкости воздуха

Снимем зависимость разности давлений  $\Delta P$  от расхода воздуха  $Q = \Delta V / \Delta t$ , при этом  $\Delta V$  измеряется газовым счетчиком, а  $\Delta t$  – секундомером. Результаты занесем в Таблицу 2.

№	$\Delta P$ , мм вод. ст.	$\Delta V$ , л	$\Delta t$ , с	$Q$ , л/с
1	0,8	1	156,62	0,006
2	1,8	1	67,34	0,015
3	3	1	43	0,023

№	$\Delta P$ , мм вод. ст.	$\Delta V$ , л	$\Delta t$ , с	$Q$ , л/с
4	4,2	1,1	32,88	0,033
5	5,2	1,3	33,69	0,039
6	6	1,4	30,56	0,046
7	6,6	1,8	33,68	0,053
8	8	1,9	32,31	0,059
9	9	2,2	33,03	0,067
10	10	2,5	33,43	0,075
11	10,8	2,5	31,84	0,079
12	12	3	34,6	0,087
13	13	3	32,68	0,092
14	14,2	3	31,41	0,096
15	15,8	3,2	32,28	0,099
16	18	3,5	33,53	0,104
17	32,2	4,5	33,63	0,134
18	43	5	32	0,156
19	59	6	32,53	0,184

Таблица 2: Зависимость разности давлений  $\Delta P$  от расхода воздуха  $Q$

По полученным данным построим график зависимости  $\Delta P$  от  $Q$  (Рис. 5)

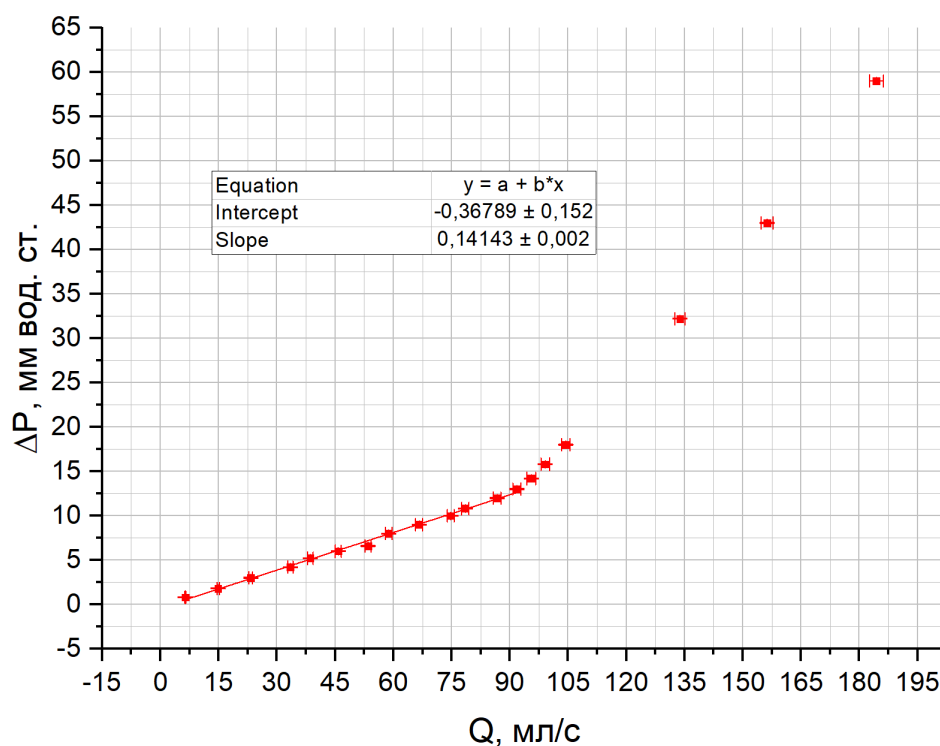


Рис. 5: График зависимости разности давления  $\Delta P$  от расхода воздуха  $Q$

Угловой коэффициент:  $\alpha = (1,39 \pm 0,02) \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{мл}}$

По угловому коэффициенту прямолинейного участка графика определяем вязкость воздуха  $\eta$  с помощью формулы (9)  $l = 50 \text{ см}$ :

$$\eta = \frac{\pi(d_2/2)^4 \alpha}{8l}$$

$$\eta = (19,2 \pm 0,5) \text{ мкПа} \cdot \text{с}$$

## 4.2 Число Рейнольдса

Вычислим значение числа Рейнольдса  $Re$  для переходной области между ламинарным и турбулентным течениями. Из графика видно, что это происходит при  $Q = 0,099 - 0,104 \text{ л/с}$

$$Re = \frac{Q\rho}{\pi(d_2/2)\eta}$$

$$Re = 963 \pm 43$$

При расходе, заведомо обеспечивающим ламинарность потока, измерим распределение давления вдоль трубки. Результаты измерений занесем в Таблицу 3.

$\Delta P$ , мм вод. ст.	$l$ , см
39	130,5
25	80,5
14	40,5
5	10,5

Таблица 3: Зависимость давления  $\Delta P$  от длины вдоль трубки  $l$

Построим график зависимости давления от длины вдоль трубки.

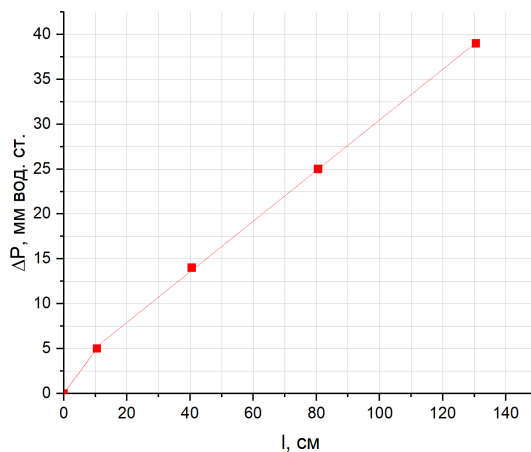


Рис. 6: График зависимости разности давления  $\Delta P$  от длины  $l$



### 4.3 Показатель степени в формуле Пуазейля

Для всех трубок на участках со сформированным течением (в конце трубок) в ламинарном режиме ( $Re < 500$ ) снимем зависимость  $Q = f(P)$ . Результаты занесем в Таблицу 4.

Данные с трубки с  $d = 3$  мм явно были получены с ошибками. Возможно, это связано с тем, что на конце трубки не было выхода для воздуха. Поэтому будем сравнивать значения с трубок с  $d_1 = 4,1$  мм и с  $d_2 = 5,8$  мм. Внесем в Таблицу 5 интересующие нас значения для определения показателя в формуле Пуазейля. Построим график зависимости показателя степени от отношения логарифмов:

$$\frac{\ln \frac{\Delta P_2}{Q_2} \frac{Q_1}{\Delta P_1} \frac{l_1}{l_2}}{\ln \frac{d_1}{d_2}}$$

$l, \text{см}$	$d, \text{мм}$	$\Delta P,$ мм вод. ст.	$\Delta V, \text{л}$	$\Delta t, \text{с}$	$Q, \text{л/с}$	$\Delta P/Q,$ мм вод. ст. · с/л
30	3	2	1	50,69	0,020	101,380
		3,4	1,1	32,84	0,033	101,505
		5	1,5	32,31	0,046	107,700
		2,8	1	36,69	0,027	102,732
50	5,8	3,8	4	33,87	0,118	32,177
		6	5	33,03	0,151	39,636
		5,2	4,5	31,34	0,144	36,215
		4,2	4	31,37	0,128	32,939
		8	5,5	33,34	0,165	48,495
		3	3	32,19	0,093	32,190
		2	2	31,22	0,064	31,220

Таблица 4: Зависимость расхода воздуха  $Q$  от разности давлений  $\Delta P$

$\ln(d_1/d_2)$	$\ln \frac{\Delta P_2}{Q_2} \frac{Q_1}{\Delta P_1} \frac{l_1}{l_2}$	$n$
-0,35	-1,36	3,92
-0,35	-1,12	3,22
-0,35	-1,27	3,66
-0,35	-1,34	3,86
-0,35	-1,40	4,05
-0,35	-1,38	3,96

Таблица 5: Данные для определения показателя степени в формуле Пуазейля

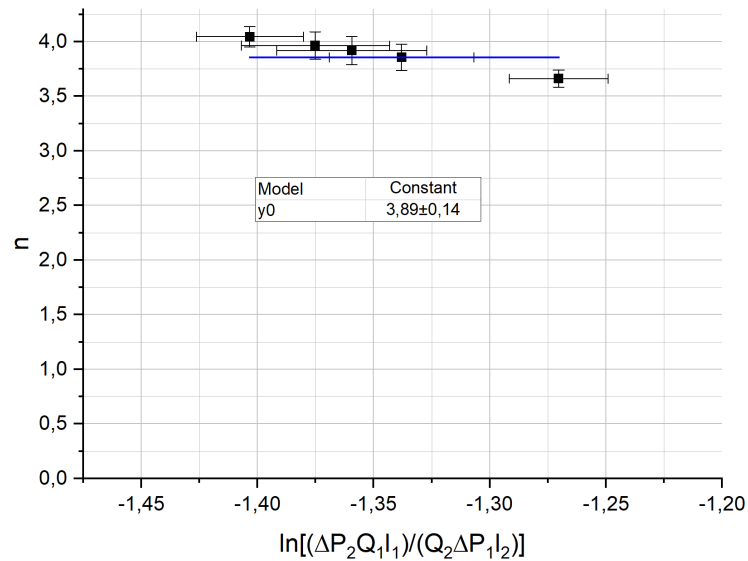


Рис. 7: График зависимости показателя степени в формуле Пуазейля  $n$  от  $\ln \frac{\Delta P_2}{Q_2} \frac{Q_1}{\Delta P_1} \frac{l_1}{l_2}$

По графику получаем коэффициент  $n = 3,89 \pm 0,14$

## 5 Обсуждение результатов и выводы

В работе экспериментально получен коэффициент вязкости воздуха

$$\eta = (19,2 \pm 0,5) \text{ мкПа} \cdot \text{с}$$

Что практически совпадает с табличным значением вязкости при  $25^\circ\text{C}$

$$\eta_{\text{табл}} = 18,4 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$$

Было посчитано число Рейнольдса для переходной областью между ламинарным и турбулентным течением

$$\text{Re} = 963 \pm 43$$

Значение совпадает с теоритическим. Была проведена оценка длины участка, на котором происходит установление потока. Исходя из графика на Рис. 6 видно, что значение полученное по формуле (11)  $a = 41$  см обеспечивает формирование ламинарного потока.

Было получено значение степени радиуса трубы в формуле Пуазейля:

$$n = 3,9 \pm 0,1$$

Значение в пределах погрешности совпадает с теоритическим.

1. alskfja;k

(a) kladfja

(б) lskjf

(в) sldkjf

i. lkfja;lfj