

*Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования*  
**«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**Лабораторная работа № 121**

по курсу общей физики

на тему:

***«Измерение магнитного поля Земли»***

*Работу выполнил:  
Баринов Леонид  
(группа Б02-827)*

Долгопрудный  
2019

## 1 Аннотация

В работе будут определены характеристики шарообразных неодимовых магнитов и измерены горизонтальная и вертикальная составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

## 2 Теоретические сведения

### Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент  $\vec{P}_m$  тонкого витка площадью  $S$  с током  $I$  равен:

$$\vec{P}_m = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n}$$

где  $c$  - скорость света в вакууме,  $\vec{S} = S \vec{n}$  - вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему,  $\vec{n}$  - единичный вектор нормали к площадке  $S$  (это же направление  $\vec{P}_m$  принимается за направление  $S \rightarrow N$  от южного ( $S$ ) к северному ( $N$ ) полюсу). Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь  $\vec{P}_m$  называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = 3 \frac{(\vec{P}_m, \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3} \quad (1)$$

В магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  на точечный магнитный диполь  $\vec{P}_m$  действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B} \quad (2)$$

Под действием вращающего момента  $\vec{M}$  виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это - положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$  параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ( $M = 0$ ), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B}) \quad (3)$$

Из этой формулы следует, что энергия диполя в поле минимальна и равна  $W_{min} = -P_m B$  при сонаправленных векторах  $\vec{P}_m \uparrow \vec{B}$  (угол  $\theta$  между  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$  равен нулю), т.е., как и следовало ожидать, в положении устойчивого равновесия.

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m, \vec{\nabla}) \vec{B} \quad (4)$$

где  $\vec{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$  – дифференциальный оператор Гамильтона.

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, втягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в область, где он обладает меньшей энергией.

Зная магнитные моменты  $P_1$  и  $P_2$  двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия. Если магнитные моменты  $P_1 = P_2 = P_m$  двух одинаковых небольших магнитов направлены вдоль соединяющей их прямой, а расстояние между ними равно  $r$ , то магниты взаимодействуют с силой:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = P_m \frac{\partial (2P_m/r^3)}{\partial r} = -6 \frac{P_m^2}{r^4} \quad (5)$$

Магниты притягиваются, если их магнитные моменты сонаправлены ( $P_1 \uparrow \uparrow P_2$ ) и отталкиваются, если моменты направлены противоположно друг другу ( $\vec{P}_1 \uparrow \downarrow P_2$ ).

Если магнитные моменты направлены перпендикулярно соединяющей их прямой, то сила их взаимодействия окажется в два раза меньшей:  $F = 3p^2/r^4$  (в этом случае диполи притягиваются при  $\vec{P}_1 \uparrow \downarrow \vec{P}_2$  и отталкиваются при  $\vec{P}_1 \uparrow \uparrow P_2$ ).

## Неодимовые магнитные шары

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. В настоящей работе имеет значение то, что:

1. Шары намагничены однородно;
2. Вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожестким материалом.

Магнитное поле однородно намагниченного шара радиуса  $R$  на расстояниях  $r > R$  от центра шара совпадает с полем точечного магнитного диполя  $\vec{P}_m$ , равного полному магнитному моменту шара и расположенного в его центре. (Можно показать, что внутри ( $r < R$ ) такого шара поле однородно и равно  $B_0 = 2P_m/R^3$ )

Магнитожесткость материала означает, что магнитные моменты шаров в нашей работе не изменяются под действием внешних магнитных полей, т.е. шар ведёт как жёсткий диполь. Поэтому, при расчетах можно считать, что шары взаимодействуют как жёсткие точечные магнитные диполи, расположенные в центрах шаров

Полный магнитный момент  $\vec{P}_m$  постоянного магнита определяется намагничённостью  $p_m$  вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагничённость

- это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагниченного шара намагниченность, очевидно, равна:

$$\vec{p}_m = \frac{\vec{P}_m}{V} \quad (6)$$

где  $V$  – объем шара

Намагниченность — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции  $B_r = 4\pi p_m$  (остаточная индукция  $B_r$  — одна из величин, которая, как правило, указывается в справочниках по магнитожёстким материалам).

Не сложно показать, что индукция магнитного поля  $\vec{B}_p$  на полюсах однородно намагниченного шара связана с величиной намагниченности  $p_m$  и остаточной магнитной индукцией  $\vec{B}_r$  формулой:

$$\vec{B}_p = \frac{8\pi}{3}\vec{p}_m = \frac{2}{3}\vec{B}_r \quad (7)$$

### 3 Оборудование

12 одинаковых неодимовых магнитных шариков, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока диаметром (0,5 – 0,6) мм, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала (25 × 30 × 60 мм<sup>3</sup>), деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики (~ 20 шт.) и неодимовые магниты в форме параллелепипедов (2 шт.), набор гирь и разновесов.

### 4 Результаты измерений и обработка результатов

Проведем измерения массы шариков.  $n$  - количество шариков

$n$	$m$ , г	$m_0$ , г
12	10,18	0,85
10	8,48	0,85

**Таблица 1.** Измерение массы грузов

Усредняя получим:

$$m_0 = 0,85 \text{ г}$$

Измерим диаметр одного шарика с помощью штангенциркуля и микрометра.  $D$  – диаметр  $n$  шариков

Микрометр	Штангенциркуль		
$d$ , мм	$n$	$D$ , см	$d$ , см
5,98	12	7,21	0,6
6,01	10	6,00	0,6
6,03	8	4,80	0,6
5,99			
6,00			

**Таблица 2.** Определение диаметра шариков с помощью штангенциркуля и микрометра

Усредним:

$$d = 6,0 \pm 0,1 \text{ мм}$$

Используя дополнительные шарики, составим цепочку из 20-30 шариков и, с помощью неодимовых магнитов в форме параллелепипедов, подсоединим цепочку к гире и разновесам, так, чтобы общая масса системы составила  $\sim 500$  г. Добавляя или удаляя шарики, подберем минимальный вес  $F$  системы цепочки с гирей, при котором она отрывается от верхнего шарика.

Взвесим получившуюся цепочку:

$$M = 544 \text{ г}$$

По формуле  $F_0 = F/1,08$  определим силу сцепления двух шаров:

$$F_0 = 5 \text{ Н}$$

Из формулы  $F_0 = 6P_m^2/d^4$  определите магнитный момент шарика  $P_m$ . Оценим погрешность результата.

$$P_m = 103,9 \pm 3,5 \text{ эрг/Гс}$$

Вычислим значение поля на полюсах по формуле  $B_p = 16P_m/d^3$ :

$$B_p \approx 7700 \pm 460 \text{ Гс}$$

$$B_p = 0,77 \pm 0,05 \text{ Тл}$$

Значение, измеренное магнитометром:

$$B_p^{\text{т}} = 0,6 \pm 0,2 \text{ Тл}$$

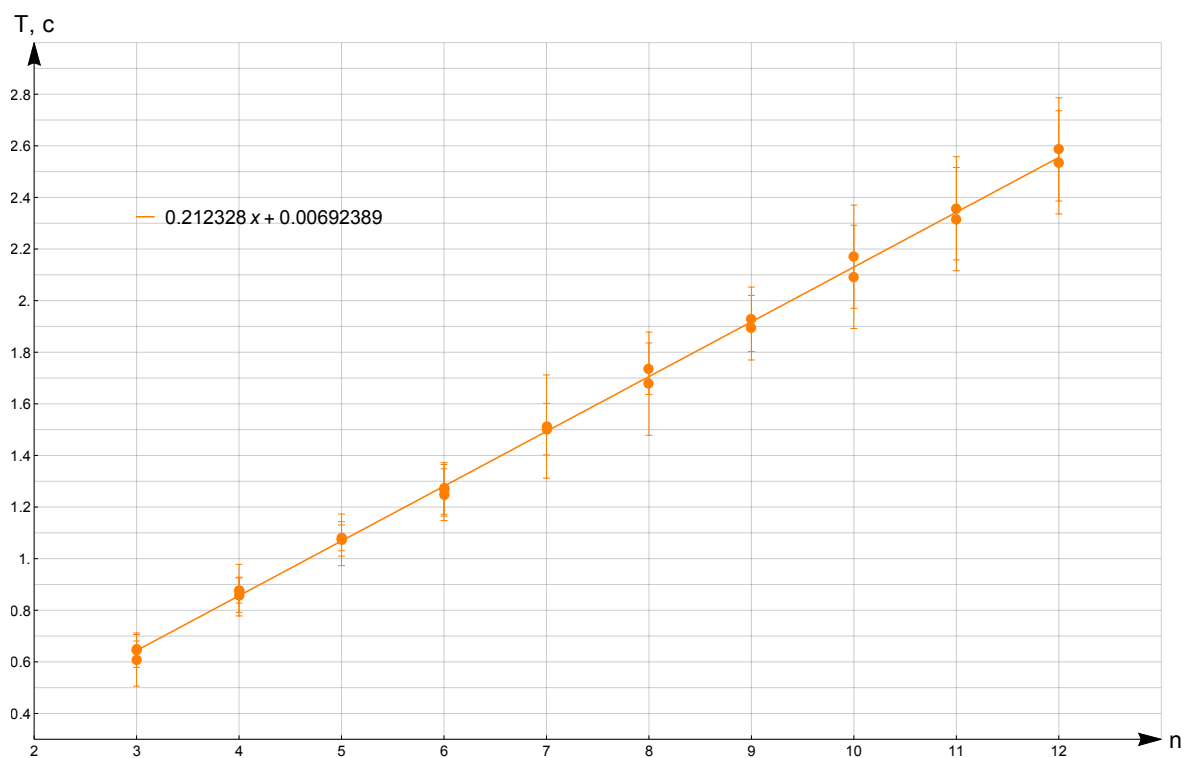
## Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Исследуем зависимость периода  $T$  крутильных колебаний «стрелки» от количества магнитных шариков  $n$ .  $k$  – количество полных периодов колебаний стрелки, составляющих «стрелку».

$n$	$t, c$	$k$	$T, c$	$n$	$t, c$	$k$	$T, c$
3	19,43	30	0,65	7	15,02	10	1,50
3	9,68	15	0,65	7	7,56	5	1,51
3	6,06	10	0,61	8	17,36	10	1,74
4	17,56	20	0,88	8	8,39	5	1,68
4	12,88	15	0,86	9	15,16	8	1,90
4	8,78	10	0,88	9	15,42	8	1,93
5	21,61	20	1,08	10	10,85	5	2,17
5	16,15	15	1,08	10	10,46	5	2,09
5	10,73	10	1,07	11	11,79	5	2,36
6	12,65	10	1,27	11	11,58	5	2,32
6	12,72	10	1,27	12	12,93	5	2,59
6	12,48	10	1,25	12	12,68	5	2,54

**Таблица 3.** Зависимость периода  $T$  крутильных колебаний от количества магнитных шариков в стрелке

По результатам в таблице 3 построим график зависимости периода  $T$  крутильных колебаний от количества магнитных шариков  $n$  в «стрелке». (рис. 1)



**Рис. 1.** график зависимости периода  $T$  крутильных колебаний от количества магнитных шариков  $n$  в «стрелке»

По значению углового коэффициента рассчитаем величину горизонтальной со-

ставляющей магнитного поля Земли по формуле:  $B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3 k^2 P_m}$

$$B_h = 0,21 \pm 0,01 \text{ Гс}$$

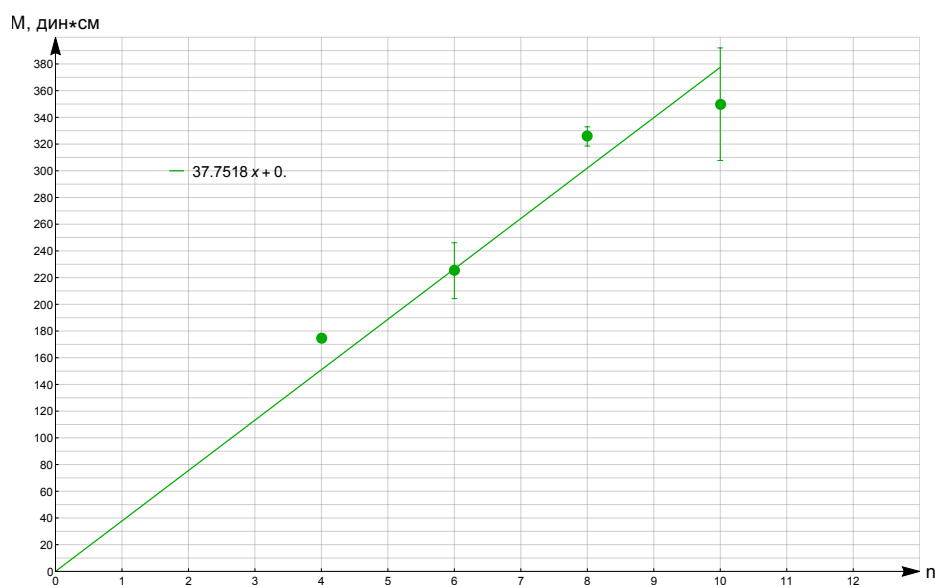
## Определение вертикальной составляющей магнитного поля Земли

Определим механический момент сил, действующий со стороны магнитного поля Земли на горизонтально расположенную магнитную «стрелку». Для этого, с помощью одного или нескольких кусочков проволоки, уравновесим «стрелку» в горизонтальном положении.

С помощью весов определим массу уравнивающего груза  $m_{гр}$ . Из условия равновесия рассчитаем механический момент сил  $M$ , действующих на горизонтальную «стрелку» со стороны поля Земли.  $l$  – количество шариков, составляющих плечо силы.

n	l	$m_{гр}$ , г	$M$ , дин · см
10	3	0,222	391,61
	4	0,131	308,11
8	3	0,182	321,05
	2	0,281	330,46
6	2	0,209	245,78
	1	0,348	204,62
4	1	0,297	174,64

**Таблица 4.** Зависимость момента силы  $M$ , действующей на горизонтальную «стрелку» со стороны поля Земли, от количества шариков в «стрелке»  $n$



**Рис. 2.** момента силы  $M$ , действующей на горизонтальную «стрелку» со стороны поля Земли, от количества шариков в «стрелке»  $n$

По значению углового коэффициента ( $A$ ) вычисляем вертикальную составляющую магнитного поля Земли по формуле  $B_\nu = A/P_m$ :

$$B_\nu = 0,36 \pm 0,02 \text{ Гс}$$

Используя результаты измерений  $B_h$  и  $B_\nu$ , определим магнитное наклонение  $\beta$  и полную величину индукции магнитного поля Земли на широте Долгопрудного  $B$ .

$$\beta \approx 60^\circ 2'$$

$$B = 0,42 \pm 0,07 \text{ Гс}$$

Оценим также полный магнитный момент  $P_3$  Земли:

$$P_3 \approx 5 \cdot 10^{25} \text{ эрг/Гс}$$

## 5 Обсуждение результатов и выводы

Была рассчитана сила сцепления двух неодимовых шаров:

$$F \approx 5 \text{ Н}$$

В работе был определен магнитный момент неодимового шарика с диаметром  $d = 6 \text{ мм}$ :

$$P_m = 104 \pm 4 \text{ эрг/Гс} \quad (\varepsilon = 4\%)$$

Была рассчитана величина поля на полюсах магнитного шарика:

$$B_p = 0,77 \pm 0,05 \text{ Тл} \quad (\varepsilon = 6\%)$$

Что в целом совпадает со значением, полученным с помощью магнитометра:

$$B_p^T = 0,6 \pm 0,2 \text{ Тл}$$

Исследована зависимость периода  $T$  крутильных колебаний «стрелки» от количества магнитных шариков  $n$ , составляющих «стрелку». (Рис. 1)

По значению углового коэффициента была рассчитана величина горизонтальной составляющей магнитного поля Земли:

$$B_h = 0,21 \pm 0,01 \text{ Гс} \quad (\varepsilon = 5\%)$$

Результат оказался несколько завышен относительно табличного значения:

$$B_h^T = 0,17 \text{ Гс}$$

Это можно объяснить влиянием других магнитов, находящихся на небольших расстояниях от установки.

Также был построен график зависимости механического момента силы  $M$  от количества шариков, составляющих магнитную «стрелку». (Рис. 2)



С помощью угла наклона графика была рассчитана вертикальная составляющая магнитного поля Земли:

$$B_{\nu} = 0,36 \pm 0,02 \text{ Гс} \quad (\varepsilon = 17\%)$$

Что с учетом погрешности оказалось несколько меньше табличного значения:

$$B_{\nu}^{\text{т}} = 0,5 \text{ Гс}$$

Исходя из горизонтальной и вертикальной компоненты магнитного поля Земли было определено магнитное отклонение  $\beta$  и полная величина индукции магнитного поля Земли:

$$\beta \approx 60^{\circ} \pm 2^{\circ}$$

$$B = 0,42 \pm 0,07 \text{ Гс} \quad (\varepsilon = 17\%)$$

Видно, что значения плохо соотносятся с табличным, что также можно объяснить влиянием других магнитов. составляющей магнитного поля Земли:

$$\beta^{\text{т}} = 72^{\circ}$$

$$B = 0,53 \text{ Гс}$$

Также была получена достаточно грубая оценка магнитного момента  $P_{\text{з}}$  Земли:

$$P_{\text{з}} \approx 5 \cdot 10^{25} \text{ эрг/Гс}$$