Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

Лабораторная работа №4.2.

по курсу общей физики на тему:

«Исследование энергетического спектра β -частиц и определение их максимальной энергии при помощи магнитного спектрометра»

Работу выполнил: Баринов Леонид (группа Б02-827)

1. Цель работы

Исследовать энергетический спектр β -частиц при распаде ядер $^{137}\mathrm{Cs}$ и определить их максимальную энергию.

2. Суть исследуемого явления

 β -распад - самопроизвольное превращение ядер, при котором их массовое число не изменяется, а заряд увеличивается или уменьшается на единицу.

3. Теория явления

В данной работе будет рассмотрен электронный распад:

$$_{\rm Z}^{\rm A}$$
X $\rightarrow _{\rm Z+1}^{\rm A}$ X $+ e^- + \tilde{\nu}$,

Доля энергии, передаваемая ядру, крайне мала по сравнению с энергией уносимой электроном и антинейтрино, поэтому можно считать что эти частицы делят между собой всю освобождающуюся энергию.

Запишем закон сохранения энергии:

$$E_e - T - ck = 0, (1)$$

где E_e — максимальная энергия электрона, T — кинетическая энергия электрона, ck — энергия антинейтрино с импульсом k.

$$T = c\sqrt{p^2 + m^2c^2} - mc^2 \tag{2}$$

Вероятность $d\omega$ того, что при распаде электрон вылетит с импульсом $d^3\vec{p}$, а антинейтрино с импульсом в интервале $d^3\vec{k}$ пропорциональна произведению этих дифференциалов.

$$d\omega = D\delta(E_e - E - ck)d^3\vec{p}d^3\vec{k} = D\delta(E_e - E - ck)p^2dpk^2dkd\Omega_e d\Omega_{\tilde{\nu}}$$
 (3)

где D — некоторый коэффициент пропорциональности, $d\Omega_e$, $d\Omega_{\tilde{\nu}}$ — элементы телесных углов направлений вылета электрона и нейтрино.

Вероятность $d\omega$ непосредственно связана с β -спектром, поскольку для очень большого числа N_0 распадов dN распадов с вылетом электрона и антинейтрино с импульсом соответственно от \vec{p} до $\vec{p}+d\vec{p}$ и от \vec{k} до $\vec{k}+d\vec{k}$ определяется соотношением

$$dN = N_0 d\omega \tag{4}$$

Проинтегрируем уравнение (3) по телесным углам и по k

$$dN = \frac{16\pi^2 N_0}{c^2} Dp^2 (E_e - T)^2 dp \tag{5}$$

Перейдем от dp к dT:

$$dT = \frac{c^2 p}{T + mc^2} dp \tag{6}$$

$$\begin{split} \frac{dN}{dT} &= N_0 B c p (T + mc^2) (E_e - T)^2 = \\ &= N_0 B \sqrt{T (T + 2mc^2)} (E_e - T)^2 (T + mc^2) \end{split} \tag{7}$$

где $B = (16\pi^2/c^4)D$. В нерелятивистском приближении, которое и имеет место в нашей случае, выражение (7) упрощается:

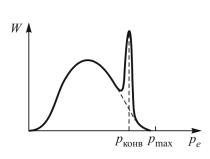


Рис. 1. Форма спектра β -частиц при разрешенных переходах

$$\frac{dN}{dT} \approx \sqrt{T}(E_e - T)^2 \tag{8}$$

Выражение (8) приводит к спектру, имеющему вид широкого колокола ($puc.\ 1$). Дочерние ядра, возникающие в результате β -распада, нередко оказываются возбужденными. Возбужденные ядра отдают свою энергию либо излучая γ -квант, либо передавая избыток энергии одного из электронов с внутренних оболочек атома. Излученные в таком процессе электроны имеют строго определенную энергию и называются κ онверсионными.

На *puc.* 1 видна монохроматическая линия, вызванная электронами конверсии. Ширина этой линии в нашем случае является чисто аппаратурной — по ней можно оценить разрешающую силу спектрометра.

4. Эксперимент

4.1. Экспериментальная установка

Энергию β -частиц определяют с помощью β -спектрометров. В работе используется магнитный спектрометр с «короткой линзой». Электрона, испускаемые радиоактивным источником $(puc.\ 2)$, попадают в магнитное поле катушки, ось которой параллельна оси OZ.

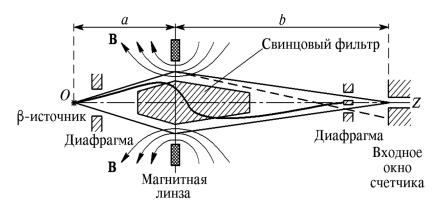


Рис. 2. Схема β -спектрометра с короткой магнитной линзой

Траектории электронов в магнитном поле представляют собой схематически показанные на рисунке сложные спирали, сходящиеся за катушкой в фокусе,

расположенном на оси OZ. Силовые линии магнитного поля изображены на $puc.\ 2$ тонкими линиями. В фокусе установлен детектор электронов — газоразрядный торцевой счетчик с тонким входным окном, прозрачным для электронов с энергией больше $40\ \text{кэB}$, либо сцинтилляционный счетчик.

Для заряженных частиц тонкая катушка эквивалентна линзе. Ее фокусное расстояние f зависит от импульса электронов p_e и от индукции магнитного поля линзы (т.е. от силы тока I, протекающего через катушку) следующим образом:

$$\frac{1}{f} \propto \frac{I^2}{p_e^2} \tag{9}$$

Импульс сфокусированных электронов пропорционален величине тока I:

$$p_e = kI \tag{10}$$

Рассмотрим связь между числом частиц, регистрируемых установкой, и функцией $W(p_e)=dW/dp_e,$ определяемой формулой (8)

$$N(p_e) \simeq W(p_e) \Delta p_e \tag{11}$$

где Δp_e — разрешающая способность спектрометра. Формула (9) показывает, что при заданном токе фокусное расстояние магнитной линзы зависит от импульса частиц. Мимо счетчика проходят частицы, для которых фокусное расстояние линзы слишком сильно отличается от нужного, т.е. при недопустимо больших Δf .

Дифференцируем формулу (9) при постоянном токе:

$$\Delta p_e = \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{f} p_e \tag{12}$$

Таким образом, ширина интервала Δp_e , регистрируемого спектрометром, пропорциональна величине импульса. Подставив (12) в (11) и замечая, что отношение $\Delta f/2f$ определяется геометрией установки и потому постоянно, получим окончательно:

$$N(p_e) = CW(p_e)p_e, \tag{13}$$

где C — некоторая константа.

Блок-схема установки для изучения β -спектров изображена на *puc. 3*.

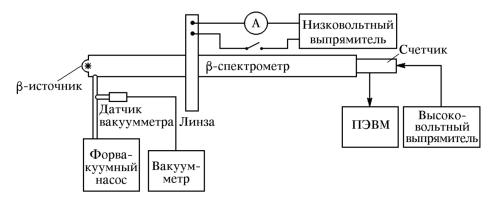


Рис. 3. Блок-схема установки для изучения β -спектра

5. Результаты эксперимента

I, A	N, 1/c	$N-N_{\Phi}, 1/{ m c}$	p , кэ $\mathrm{B/c}$	T , кэ B	$\sqrt{N(p)}/p^{3/2}\cdot 10^{-6},$ $\mathrm{c}^{-1/2}/\mathrm{(кэВ)^{3/2}}$
0,00	0,650	-0,025	0,00	0,00	0,000
0,20	0,850	0,175	49,40	2,40	1204,673
0,40	0,875	0,200	98,70	9,50	455,366
0,60	0,575	-0,100	148,10	21,00	0,000
0,80	1,187	0,512	197,50	36,80	257,823
1,00	1,200	0,525	246,90	56,50	186,723
1,20	1,649	0,974	296,20	79,70	193,594
1,40	1,962	1,287	345,60	105,90	176,546
1,60	2,474	1,799	395,00	134,90	170,862
1,80	2,774	2,099	444,40	166,20	154,666
2,00	3,074	2,399	493,70	199,60	141,176
2,20	2,649	1,974	543,10	234,70	111,005
2,40	3,361	2,686	592,50	271,40	113,647
2,50	3,036	2,361	617,20	290,30	100,224
2,60	3,374	2,699	641,90	309,40	101,023
2,80	2,861	2,186	691,20	348,60	81,364
2,90	2,736	2,061	715,90	368,60	$74,\!954$
3,00	2,074	1,399	740,60	388,80	58,690
3,15	1,937	1,262	777,60	419,50	51,799
3,20	1,812	1,137	790,00	429,80	48,020
3,30	1,637	0,962	814,70	450,70	42,178
3,40	1,087	0,412	839,30	471,70	26,398
3,50	1,137	0,462	864,00	492,80	26,764
3,60	1,175	0,500	888,70	514,20	26,677
3,70	0,800	0,125	913,40	535,60	12,791
3,80	1,562	0,887	938,10	557,20	32,777
3,90	2,674	1,999	962,80	579,00	47,328
4,00	2,786	2,111	987,50	600,80	46,828
4,05	3,124	2,449	999,80	611,80	49,499
4,08	3,336	2,661	1007,20	618,40	51,033
4,10	3,948	3,273	1012,20	622,80	56,187

I, A	N, 1/c	$N-N_{\Phi}, 1/c$	p , кэ $\mathrm{B/c}$	T , кэ B	$\sqrt{N(p)}/p^{3/2} \cdot 10^{-6},$ $c^{-1/2}/(\kappa э B)^{3/2}$
4,15	3,849	3,174	1024,50	633,90	54,325
4,20	3,336	2,661	1036,80	644,90	48,862
4,25	3,186	2,511	1049,20	656,00	46,630
4,30	3,111	2,436	1061,50	667,10	45,130
4,35	2,586	1,911	1073,90	678,20	39,288
4,40	1,837	1,162	1086,20	689,40	30,109
4,50	0,962	0,287	1110,90	711,80	14,472
4,55	0,437	-0,238	1123,20	723,00	0,000
4,60	0,475	-0,200	1135,60	734,30	0,000
4,70	0,462	-0,213	1160,30	756,80	0,000

Таблица 1. 1, 2 колонки - зависимость числа частиц, регистрируемых счетчиком в одну секунду N, от тока магнитной линзы I. 3 колонка - поправка на фон. 4, 5 колонки - вычисленные значения импульса p и энергии электронов T. 5 колонка - расчет, необходимый для построения графика Ферми-Кюри

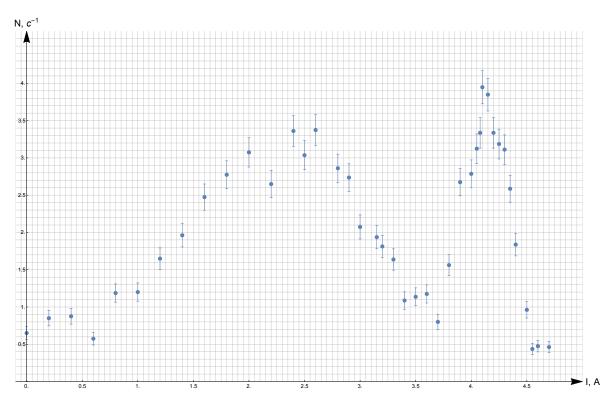


Рис. 4. График зависимости числа частиц в секунду N от тока магнитной линзы I

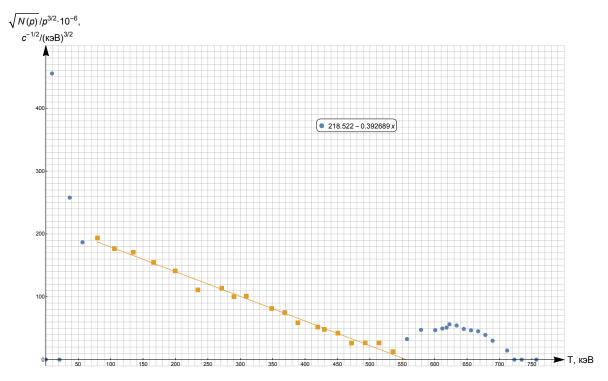


Рис. 5. График Ферми-Кюри

6. Анализ результатов

По графику на puc. 4 виден характер спектра: непрерывная часть обеспечивается за счет рождения двух частиц, которые делят между собой всю освобождающуюся энергию, дискретный пик — рождения конверсионных электронов. Непрерывность спектра доказывает существование антинейтрино и его рождение в процессе β -распада. Было выяснено существование конверсионных электронов — частиц, испускаемых в результате перехода ядра на более низкий энергетический уровень, их энергетический спектр уже является дискретным, так как их энергия строго привязана к энергии электронных уровней в атоме.

Экстраполируя график Ферми-Кюри (puc. 5) в районе убывания к оси абсцисс, определим значение

$$T_{\rm max} = (556 \pm 23) \ {
m KэB}$$

7. Выводы

В работе был изучен спектр β -распада $^{137}\mathrm{Cs}~(puc.~4)$. Экспериментальным путем найден конверсионный пик и оценено максимальное значение энергии электрона в этом распаде

$$T_{\rm max} = (556 \pm 23) \text{ кэВ}$$

Полученное значение в пределах погрешности достаточно точно совпадает с теоретическим значением:

$$T\simeq 512$$
 кэВ

Неточность связана с временем детектирования частиц и с возможностью разрешения установки.