

Лабораторный работа 1.1.1 по курсу  
"Общая физика"

**Определение систематических и  
случайных погрешностей при  
измерении удельного сопротивления  
нихромовой проволоки**

Баринов Леонид

05.10.2018

## 1 Аннотация

В работе измеряется удельное сопротивление тонкой проволоки круглого сечения, изготовленной из нихромового сплава. Используются следующие методы измерений сопротивления:

1. Определение углового коэффициента наклона зависимости напряжения на проволоке от тока через нее, измеряемых с помощью аналоговых и цифровых вольтметров и амперметров
2. Измерение с помощью моста постоянного тока. Геометрические размеры образца измеряются с помощью линейки, штангенциркуля и микрометра. Детально исследуются систематические и случайные погрешности проводимых измерений.

## 2 Теоретические сведения

Удельное сопротивление однородной проволоки круглого сечения определяется как

$$\rho = R \frac{\pi d^2}{4l} \quad (1)$$

$R$  - сопротивление проволоки

$d$  - ее диаметр

$l$  - длина

Согласно закону Ома напряжение  $V$  и ток  $I$  в образце связаны соотношением

$$V = RI \quad (2)$$

Для измерения напряжения и тока использовалась схема, представленная на Рис. 1

Ввиду неидеальности используемого вольтметра не необходимо учесть поправку на его конечное сопротивление  $R_V$ . Показания амперметра  $I_A$  и вольтметра  $V_B$  связаны соотношением

$$V_B = R' I_A \quad (3)$$

где  $R'$  – сопротивление параллельно соединенных проволоки и вольтметра, причем  $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V}$ , и  $R_V \gg R, R'$ . График зависимости  $V_B(I_A)$  должен представлять собой прямую, угловой коэффициент которой есть  $R'$ , откуда сопротивление образца может быть найдено как

$$R = \frac{R_V R'}{R_V - R'} \approx R' \left(1 + \frac{R'}{R_V}\right) \quad (4)$$

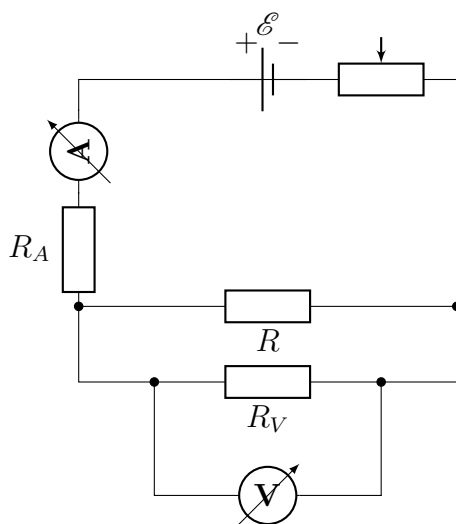


Рис. 1: Схема измерения вольт -амперной характеристики проволоки

### 3 Оборудование и инструментальные погрешности

**Линейка:**  $\Delta_{\text{лин}} = \pm 0,5 \text{ мм}$  (по цене деления). При определении положений контактов имеется дополнительная погрешность, которая может быть оценена как  $\Delta_{\text{лин}} = \pm 2 \text{ мм}$ .

**Штангенциркуль:**  $\Delta_{\text{шт}} = \pm 0,1 \text{ мм}$  (согласно маркировке производителя)

Таблица 1: Основные характеристики приборов

	Вольтметр	Миллиамперметр
Система	Магнитноэлектрическая	Цифровая
Класс точности	0,2	0,2
Предел измерений $x_n$	0,6В	
Число делений шкалы $n$	150	
Цена деления $x_n/n$	4мВ/дел	
Чувствительность $n/x_n$	250 дел/В	
Абсолютная погрешность $\Delta x_m$	1,2мВ	$\pm(0,003 \cdot x + 2 \cdot k)$
Внутренне сопротивление прибора	4000 Ом	1,2 Ом

$x$  - измеряемая величина,  $k$  - единица младшего разряда ( $k = 0,01 \text{ мА}$ )

При измерениях в диапазоне от 44,3мА до 285,7мА погрешность амперметра составила соответственно от  $\Delta_A = \pm 0,1086\text{мА}(0,25\%)$  до  $\Delta_A = \pm 0,5914\text{мА}(0,2\%)$

Относительная поправка  $\frac{R'}{R_V}$  к сопротивлению согласно формуле (4) будет незначительной, так как  $R \ll R_V$ , следовательно можно считать, что

$$R \approx R' \quad (5)$$

**Мост постоянного тока Р4833:**

Класс точности: 0,1

Погрешность измерений в используемом диапазоне:  $\pm 0,01\text{Ом}$

## 4 Результаты измерений и обработка данных

### 4.1 Измерение диаметра проволоки

Измерения проводились штангенциркулем и микрометром на разных участках проволоки. Результаты представлены в таблице:

Таблица 2: Измерения диаметра проволоки штангенциркулем  $d_1$  и микрометром  $d_2$

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_1$ , мм	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
$d_2$ , мм	0,36	0,36	0,37	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,37	0,37

При измерении штангенциркулем получены одни и те же значения для каждого из 10 измерений. А при измерении микрометром выявлен разброс в показаниях:

Среднее значение диаметра:

$$\bar{d}_2 = \sum_{i=1}^N (d_{2i}) / N = 0,363\text{мм}$$

Стандартное (среднеквадратичное отклонение):

$$\sigma_{d_2} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (d_{2i} - \bar{d}_2)^2} \approx 0,048\text{мм}$$

Случайная погрешность среднего:

$$\sigma_{\bar{d}_2} = \frac{\sigma_{d_2}}{\sqrt{N}} \approx 0,015\text{мм}$$

С учетом инструментальной погрешности  $\Delta_{\text{МКМ}} = 0,01\text{мм}$ , погрешность измерения димаметра может быть вычислена как:

$$\sigma_{d_2}^{\text{полн}} = \sqrt{(\sigma_{\bar{d}_2})^2 + (\Delta_{\text{МКМ}})^2} \approx 0,018\text{мм}$$

**Окончательные результаты измерения диаметра проволоки:**

$$d_1 = (0,4 \pm 0,1)\text{мм}$$

$$d_2 = (0,363 \pm 0,018)\text{мм}, \varepsilon_{d_2} = 4,96\%$$

## 4.2 Измерение сопротивления проволоки

Снимаем показания с вольтметра и амперметра. Результаты заносим в таблицу. По табличным данным строим график.

Таблица 3: Зависимость  $V_B$  от  $I_A$  для разных длин проволоки  $l$

$l = (20,0 \pm 0,1)\text{см}$			$l = (30,0 \pm 0,1)\text{см}$			$l = (50,0 \pm 0,1)\text{см}$		
$V$ , дел	$V$ , мВ	$I$ , мА	$V$ , дел	$V$ , мВ	$I$ , мА	$V$ , дел	$V$ , мВ	$I$ , мА
44	176	81,5	59	236	75,2	58	232	44,3
59	236	108,6	66	264	81,7	64	256	48,4
70	280	130,3	75	300	94,3	78	312	59,9
80	320	147,3	85	340	106,7	85	340	65,4
92	368	173,5	94	376	118,4	94	376	72,2
110	440	204,5	107	428	135,2	104	416	80,2
124	496	230,8	116	464	142,9	116	464	89,6
133	532	247,8	125	500	161,5	123	492	95,7
144	576	270,1	135	540	171,7	135	540	106,9
150	600	280,4	146	584	186,1	143	572	110,9
153	612	285,7	150	600	191,1	155	620	120,6

Пользуясь методом наименьших квадратов строим аппроксимирующие прямые  $V_B = \bar{R}I_A$ , определяя их угловой коэффициент по формуле.

$$\bar{R} = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}$$

Случайную погрешность определения углового коэффициента вычисляем как

$$\sigma_R^{\text{сл}} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - \bar{R}^2}$$

Здесь  $n = 11$  - число точек на графике

Оценим возможную систематическую погрешность, обусловленную инструментальными погрешностями приборов, как погрешность вычисления частного  $R = V/I$  при максимальных значениях  $V$  и  $I$ :

$$\Delta_R^{\text{сист}} \approx R \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I_{\max}}\right)^2}$$

Результирующая погрешность определения углового коэффициента вычисляем как

$$\sigma_R = \sqrt{(\sigma_R^{\text{сл}})^2 + (\Delta_R^{\text{сист}})^2}$$

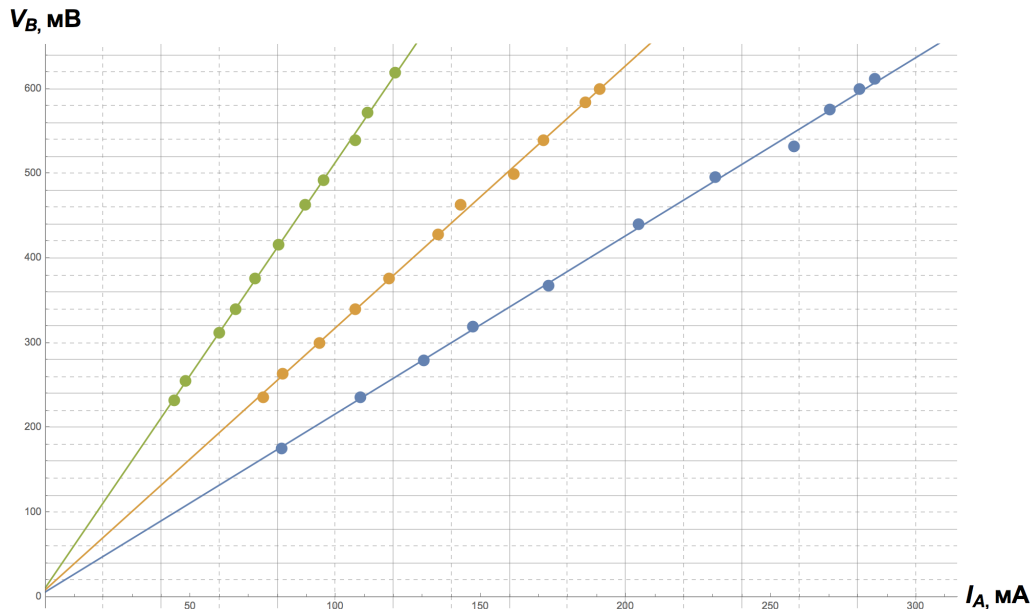


Рис. 2: Результаты измерений напряжения  $V_B$  в зависимости от тока  $I_A$  для проволок разной длины  $l$  и их линейная аппроксимация  $y = kx$ . Отмечены инструментальные погрешности по вертикальной оси ( $\sigma_V = 3.8 \text{ мВ}$ ). Синяя линия для  $l = 20 \text{ см}$ , желтая линия для  $l = 30 \text{ см}$ , зеленая линия для  $l = 50 \text{ см}$ . Ввиду выбранного масштаба погрешности укладываются в размер точек.

Результаты сведены в Таблице 4. Там же для сравнения приведены результаты измерения  $R$  с помощью моста постоянного тока  $P4833$  с учётом его погрешности

Таблица 4: Результаты измерения сопротивления проволоки двумя методами

$l, \text{см}$	$\bar{R}, \text{Ом}$	$\sigma_R^{\text{сл}}, \text{Ом}$	$\Delta_R^{\text{сист}}, \text{Ом}$	$\sigma_R, \text{Ом}$	$R_{\text{мост}}, \text{Ом}$
$50 \pm 0,1$	5,0274	0,104	0,0187	0,105	$5,2284 \pm 0,0100$
$30 \pm 0,1$	3,1564	0,056	0,0115	0,057	$3,1781 \pm 0,0100$
$20 \pm 0,1$	2,1438	0,037	0,0078	0,038	$2,1568 \pm 0,0100$

### 4.3 Вычисление удельного сопротивления

По формуле (1) находим удельное сопротивление материала проволоки, используя значение  $\bar{R}$  полученные в п 4.2. Сравнивая относительные величины погрешностей величин, входящих в (1), приходим к выводу, что наибольший вклад в погрешность вносит измерение диаметра проволоки ( $2\sigma_{d_2}/d \approx 9,9\%$ ), при этом вкладом ошибок остальных измерений можно пренебречь:  $\sigma_\rho \approx \frac{2\sigma_{d_2}}{d}\rho$

№ опыта	$\rho, 10^{-6}\text{Ом} \cdot \text{м}$
1	$1,109 \pm 0,109$
2	$1,089 \pm 0,108$
3	$1,041 \pm 0,103$

Усредняя результаты 3-х опытов, окончательно получим:

$$\bar{\rho} = (1,080 \pm 0,107) \cdot 10^{-6}\text{Ом} \cdot \text{м} (\varepsilon_\rho = 9,9\%)$$

## 5 Обсуждение результатов и выводы

В работе удалось получить значение удельного сопротивления образца проволоки из нихромового сплава с точностью  $\sim 9,9\%$ . Табличные значения для нихрома лежат в диапазоне  $\rho_{\text{табл}} = 0,97 \dots 1,14 \cdot 10^{-6}\text{Ом} \cdot \text{м}$  в зависимости от состава. Измеренные значения  $\bar{\rho} = (1,080 \pm 0,107) \cdot 10^{-6}\text{Ом} \cdot \text{м}$  попадают в этот диапазон в пределах одного стандартного отклонения, однако погрешность результата не позволяет определить марку сплава.

Использованный в работе метод измерения сопротивлений позволил получить значения  $R$  образцов с довольно высокой точностью  $1,9\%$ , которая ограничивалась в основном погрешностью аналогового вольтметра.

Тем не менее, точность измерения удельного сопротивления существенно ограничивается измерением диаметра проволоки. Поскольку случайная ошибка измерения диаметра оказались меньше цены деления

прибора (микрометра), уточнение значения диаметра за счет многократных измерений невозможно. По той же причине не удалось проверить, насколько однородной является проволока по сечению. Поэтому использование более совершенных приборов и методов, возможно, позволило бы улучшить точность измерения диаметра, а значит и удельного сопротивления.