

Лабораторная работа 1.1.4 по курсу
"Общая физика"

**Измерение интенсивности
радиационного фона**

Баринов Леонид

05.10.2018

1 Аннотация

В данной работе измеряется число частиц, проходящих через счетчик за 10 и 40 секунд. Выбор времен измерения связан с желанием продемонстрировать, что при большем времени лучше выполняется нормальное распределение измеряемых величин и гистограмма более симметрична, чем при малых временах.

2 Теоретические сведения

Поток космических частиц, которые составляют значительную часть радиационного фона, изменяется со временем случайным образом. Характеристиками этой величины в целом является ее среднее значение и среднеквадратичное отклонение от этого среднего.

Плотность потока частиц измеряется количеством частиц, проходящих за 1 секунду через площадку в 1см^2 .

Среднеквадратичная ошибка числа отсчетов, измеренного за некоторый интервал времени, равна корню квадратному из среднего числа отсчетов за тот же интервал: $\sigma = \sqrt{n_0}$. Однако истинное среднее значение измеряемой величины неизвестно. Поэтому в формулу для определения стандартной ошибки отдельного измерения приходится подставлять не истинное среднее значение n_0 , а измеренное значение n :

$$\sigma = \sqrt{n} \quad (1)$$

Формула (1) показывает, что, как правило (с вероятностью 68%), измеренное число частиц n отличается от искомого среднего не более чем \sqrt{n} . Результат измерений записывается так:

$$n_0 = n \pm \sqrt{n} \quad (2)$$

Мы провели серию из N измерений, в результате которых получены числа частиц n_1, n_2, \dots, n_N . При N измерениях среднее значение числа сосчитанных за одно измерение частиц равно:

$$\bar{n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i \quad (3)$$

Стандартную ошибку отдельного измерения можно оценить по формуле:

$$\sigma_{\text{отд}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n})^2} \quad (4)$$

В соответствии с формулой (1) следует ожидать, что эта ошибка будет близка к $\sqrt{n_i}$, т. е. $\sigma_{\text{отд}} \approx \sigma_i = \sqrt{n_i}$. Ближе всего к значению $\sigma_{\text{отд}}$, определенному по формуле (4), лежит, конечно, величина $\sqrt{\bar{n}}$, т. е.

$$\sigma_{\text{отд}} \approx \sqrt{\bar{n}} \quad (5)$$

Теория вероятностей показывает, что стандартная ошибка отклонения \bar{n} от n_0 может быть определена по формуле:

$$\sigma_{\text{отд}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n})^2} = \frac{\sigma_{\text{отд}}}{\sqrt{N}} \quad (6)$$

Для рассмотренной серии из N измерений по 10 с относительная ошибка отдельного измерения (т. е. ожидаемое отличие любого из n_i от n_0)

$$\varepsilon_{\text{отд}} = \frac{\sigma_{\text{отд}}}{n_i} \approx \frac{1}{\sqrt{n_i}} \quad (7)$$

Аналогичным образом определяется относительная ошибка в определении среднего по всем измерениям значения \bar{n} :

$$\varepsilon_{\bar{n}} = \frac{\sigma_{\bar{n}}}{\bar{n}} = \frac{\sigma_{\text{отд}}}{\bar{n}\sqrt{N}} \approx \frac{1}{\sqrt{\bar{n}N}} \quad (8)$$

Доля случаев ω_n , характеризующая вероятность получить n отсчетов, определяется по формуле:

$$\omega_n = \frac{\text{число случаев с отсчетом } n}{\text{полное число измерений } (N)} \quad (9)$$

3 Оборудование и инструментальные погрешности

Обнаружить космические лучи и измерить их интенсивность можно по ионизации, которую они производят. Для этого используется специальный прибор - счетчик Гейгера-Мюллера. Счетчик представляет собой наполненный газом сосуд с двумя электродами. Существует несколько типов таких счетчиков. Используемый в данной работе (СТС-6) представляет собой тонкостенный металлический цилиндр, который является одним из электродов (катодом). Другим электродом (анодом) является тонкая нить, натянутая вдоль оси цилиндра. Чтобы счетчик работал в режиме счета частиц, на электроды необходимо подать напряжение

400 В. Частицы космических лучей ионизируют газ, которым наполнен счетчик, а также выбивают электроны из его стенок. Образовавшиеся электроны, ускоряясь в сильном поле между электродами счетчика, соударяются с молекулами газа и выбивают из них новые вторичные электроны. Эти электроны ускоряются электрическим полем и затем ионизируют молекулы газа. В результате образуется целая лавина электронов, и через счетчик резко увеличивается ток. На рис. 1 приведена схема включения счетчика.

Постоянное напряжение подается на счетчик от блока питания через сопротивление R . В исходном состоянии электроды СТС-6 и конденсатор C_1 заряжены до напряжения 400 В, так как сопротивление резистора R много меньше сопротивлений утечки СТС-6 и конденсатора C_1 . Разделительный конденсатор C_2 не пропускает постоянное напряжение источника питания в интерфейсные схемы компьютера.

При возникновении тока через счетчик заряд на СТС-6 и конденсаторе C_1 обеспечивает развитие электронной лавины на короткое время. В процессе разряда энергия поступает от заряженного конденсатора C_1 , подсоединенного параллельно счетчику. Разряд в счетчике прекратится, когда напряжение на счетчике уменьшится до значения, при котором разность потенциалов внутри счетчика на длине свободного пробега электрона не превышает потенциала ионизации. За время порядка нескольких RC_1 схема приходит в исходное состояние. При этом через конденсатор C_2 в электронную схему интерфейса компьютера будет передан короткий импульс.

Емкость конденсатора C_1 не должна быть ни слишком малой, ни слишком большой. Запасенной в конденсаторе энергии должно хватить на создание лавинного процесса, но вместе с тем время зарядки конденсатора от блока питания ($\tau \sim RC_1$), называемое мертвым временем счетчика, не должно быть слишком большим, так как в течение этого времени счетчик не может регистрировать частицы (обычно мертвое время составляет несколько микросекунд). В нашей установке этим условиям вполне удовлетворяет емкость самого счетчика, и конденсатор C_1 отсутствует.

Сопротивление резистора R также не должно быть ни слишком большим (это увеличивает мертвое время счетчика), ни слишком малым, что-

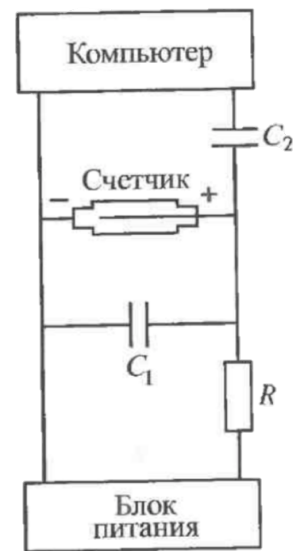


Рис. 1: Схема включения счетчика

бы конденсатор за время разряда не успевал существенно зарядиться и лавина гасла. Обычно $R \sim 1\text{МОм}$.

Число зарегистрированных частиц зависит от времени измерения, размеров счетчика, состава газа и давления в нем, а также от материала, из которого сделаны стенки счетчика. Значительную часть регистрируемых частиц составляет естественный радиоактивный фон.

Оценки показывают, что погрешности измерений потока частиц с помощью счетчика Гейгера-Мюллера малы по сравнению с изменениями самого потока или, как говорят, с флуктуациями потока. Погрешности измерений определяются в основном временем, в течение которого восстанавливаются нормальные условия в счетчике после прохождения каждой частицы и срабатывания счетчика. Это время называется временем разрешения. Размеры счетчика должны быть такими, чтобы время между попаданиями частиц в счетчик было больше времени разрешения.

В работе для организации процесса измерения плотности космических лучей и процессе обработки экспериментальных данных используется специально разработанная компьютерная программа. При проведении эксперимента программа позволяет посмотреть, как во время эксперимента меняется сама исследуемая величина, ее среднее значение, стандартное отклонение (погрешность).

4 Результаты измерений и обработка данных

Измеряем плотность потока космического излучения за 10 секунд. На компьютере проведем обработку данных. Результаты приведены в Таблице 1 и Таблице 2

Таблица 1: Число срабатываний счетчика за 20с

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	31	24	35	33	25	41	32	27	33	27
1	33	32	41	28	30	25	21	31	32	22
2	21	39	33	29	17	25	32	28	35	25
3	24	26	24	33	21	28	23	20	34	31
4	22	23	30	23	25	25	36	23	28	23
5	29	28	24	20	37	29	32	30	34	31
6	27	26	31	21	28	29	25	38	33	25
7	22	23	23	23	30	30	20	34	24	27
8	20	29	22	17	35	19	28	33	28	24
9	28	31	29	29	32	38	33	39	41	32
10	27	40	38	26	23	29	27	17	28	26
11	27	25	30	18	25	25	17	32	37	30
12	30	22	22	33	39	30	31	22	33	25
13	26	25	27	30	32	26	35	29	37	31
14	25	20	24	28	31	26	35	30	26	29
15	33	19	27	29	24	15	31	30	20	33
16	32	30	26	31	23	30	25	37	23	22
17	25	28	27	27	22	25	25	23	35	17
18	29	34	29	32	27	36	27	29	34	27
19	23	28	17	32	32	25	21	32	27	30

Разбиваем результаты измерений из Таблицу 1 в порядке их получения на группы по 2, что соответствует проведению $N_2 = 100$ измерений числа частиц за интервал времени, равный 40 с. Результаты сведем в Таблицу 3

Представим результаты последнего распределения в виде, удобном для построения гистограммы (Таблица 4). Гистограммы распределений среднего числа отсчетов за 10 и 40 с строим на одном графике (Рис. 2). При этом для второго распределения цену деления по оси абсцисс увеличиваем в 4 раза, чтобы положения максимумов распределений совпадали.

Используя формулу (3), определим среднее число срабатываний счетчика за 10 с:

$$\bar{n}_1 = \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} n_i = \frac{5600}{400} = 14$$

Таблица 2: Данные для построения гистограммы распределения числа срабатываний счетчика за 10с

Число импульсов n_i	5	6	7	8	9	10
Число случаев	2	5	10	7	15	24
Доля случаев ω_n	0,005	0,0125	0,025	0,0175	0,0375	0,06
Число импульсов n_i	11	12	13	14	15	16
Число случаев	42	42	39	45	34	38
Доля случаев ω_n	0,105	0,105	0,0975	0,1125	0,085	0,095
Число импульсов n_i	17	18	19	20	21	22
Число случаев	32	19	14	12	9	3
Доля случаев ω_n	0,08	0,0475	0,035	0,03	0,0225	0,0075
Число импульсов n_i	23	24	25	26	27	28
Число случаев	4	2	1	1	0	0
Доля случаев ω_n	0,01	0,005	0,0025	0,0025	0	0

Найдем среднеквадратичную ошибку отдельного измерения по формуле (4):

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} (n_i - \bar{n}_1)^2} = \sqrt{\frac{5722}{400}} \approx 3,78$$

Убедимся в справедливости формулы (5):

$$\sigma_1 \approx \sqrt{\bar{n}_1}; \quad 3,78 \approx \sqrt{14} = 3,74$$

Определим долю случаев, когда отклонения от среднего значения не превышают σ_1 , $2\sigma_1$, и сравним с теоретическими оценками (Таблица 5).

Используя формулу (3), определим среднее число импульсов счетчика за 40 с:

$$\bar{n}_2 = \frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} n_i = \frac{5600}{100} = 56$$

Найдем среднеквадратичную ошибку отдельного измерения по формуле (4):

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} (n_i - \bar{n}_2)^2} = \sqrt{\frac{5442}{100}} \approx 7,38$$

Убедимся в справедливости формулы (5):

$$\sigma_2 \approx \sqrt{\bar{n}_2}; \quad 7,38 \approx \sqrt{56} = 7,48$$

Таблица 3: Число срабатываний счетчика за 40с

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	55	68	66	59	60	65	69	55	52	54
10	60	62	42	60	60	50	57	49	43	65
20	45	53	50	59	51	57	44	66	62	65
30	53	52	57	63	58	45	46	60	54	51
40	49	39	54	61	52	59	58	70	72	73
50	67	64	52	44	54	52	48	50	49	67
60	52	55	69	53	58	51	57	58	64	68
70	45	52	57	65	55	52	56	39	61	53
80	62	57	53	62	45	53	54	47	48	52
90	63	61	63	56	61	51	49	57	53	57

Таблица 4: Данные для построения гистограммы распределения числа срабатываний счетчика за 40с

Число импульсов n_i	39	40	41	42	43	44	45	46	47
Число случаев	2	0	0	1	1	2	4	1	1
Доля случаев ω_n	0,02	0	0	0,01	0,01	0,02	0,04	0,01	0,01
Число импульсов n_i	48	49	50	51	52	53	54	55	56
Число случаев	2	4	3	4	9	7	5	4	2
Доля случаев ω_n	0,02	0,04	0,03	0,04	0,09	0,07	0,05	0,04	0,02
Число импульсов n_i	57	58	59	60	61	62	63	64	65
Число случаев	8	4	3	5	4	4	3	2	4
Доля случаев ω_n	0,08	0,04	0,03	0,05	0,04	0,04	0,03	0,02	0,04
Число импульсов n_i	66	67	68	69	70	71	72	73	74
Число случаев	2	2	2	2	1	0	1	1	0
Доля случаев ω_n	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0	0,01	0,01	0

Сравним среднеквадратичные ошибки отдельных измерений для двух распределений: $\bar{n}_1 = 14$; $\sigma_1 = 3,78$ и $\bar{n}_2 = 56$; $\sigma_2 = 7,38$. Легко видеть, что хотя абсолютное значение σ во втором распределении больше, чем в первом ($7,38 > 3,78$), относительная полуширина второго распределения меньше:

$$\frac{\sigma_1}{\bar{n}_1} \cdot 100\% = \frac{3,78}{14} \cdot 100\% = 27\%, \quad \frac{\sigma_2}{\bar{n}_2} \cdot 100\% = \frac{7,38}{56} \cdot 100\% \approx 13\%$$

Это следует также из Рис. 2

Таблица 5: Сравнение теоритической и эксперементальной доли случаев

Ошибка	Число частиц	Доля случаев, %	Теоретическая оценка, %
$\pm\sigma_1 = 3,78$	3765	67,2	68
$\pm 2\sigma_1 = 7,56$	5303	94,7	95

Определим стандартную ошибку величины \bar{n}_1 и относительную ошибку нахождения \bar{n}_1 для $N = 400$ измерений по 10 с. По формуле (6):

$$\sigma_{\bar{n}_1} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{N_1}} = \frac{3,78}{\sqrt{400}} \approx 0,19$$

Найдем относительную ошибку по первому равенству (7):

$$\varepsilon_{\bar{n}_1} = \frac{\sigma_{\bar{n}_1}}{\bar{n}_1} \cdot 100\% = \frac{0,19}{14} \cdot 100\% \approx 1,36\%$$

по последнему равенству (7):

$$\varepsilon_{\bar{n}_1} = \frac{100\%}{\sqrt{\bar{n}_1 N_1}} = \frac{100\%}{\sqrt{14 \cdot 400}} \approx 1,34\%$$

Окончательный результат:

$$n_{t=10c} = \bar{n}_1 \pm \sigma_{\bar{n}_1} = 14,00 \pm 0,19$$

Определим стандартную ошибку для величины \bar{n}_2 и относительную ошибку нахождения \bar{n}_2 для $N_2 = 100$ измерений по 40 с. По формуле (6):

$$\sigma_{\bar{n}_2} = \frac{\sigma_2}{\sqrt{N_2}} = \frac{7,38}{\sqrt{100}} \approx 0,74$$

Относительная ошибка по первому равенству (7):

$$\varepsilon_{\bar{n}_2} = \frac{\sigma_{\bar{n}_2}}{\bar{n}_2} \cdot 100\% = \frac{0,74}{56} \cdot 100\% \approx 1,32\%$$

по последнему равенству (7):

$$\varepsilon_{\bar{n}_2} = \frac{100\%}{\sqrt{\bar{n}_2 N_2}} = \frac{100\%}{\sqrt{56 \cdot 100}} \approx 1,34\% = \varepsilon_{\bar{n}_1}$$

Окончательный результат:

$$n_{t=40c} = \bar{n}_2 \pm \sigma_{\bar{n}_2} = 56,00 \pm 0,74$$

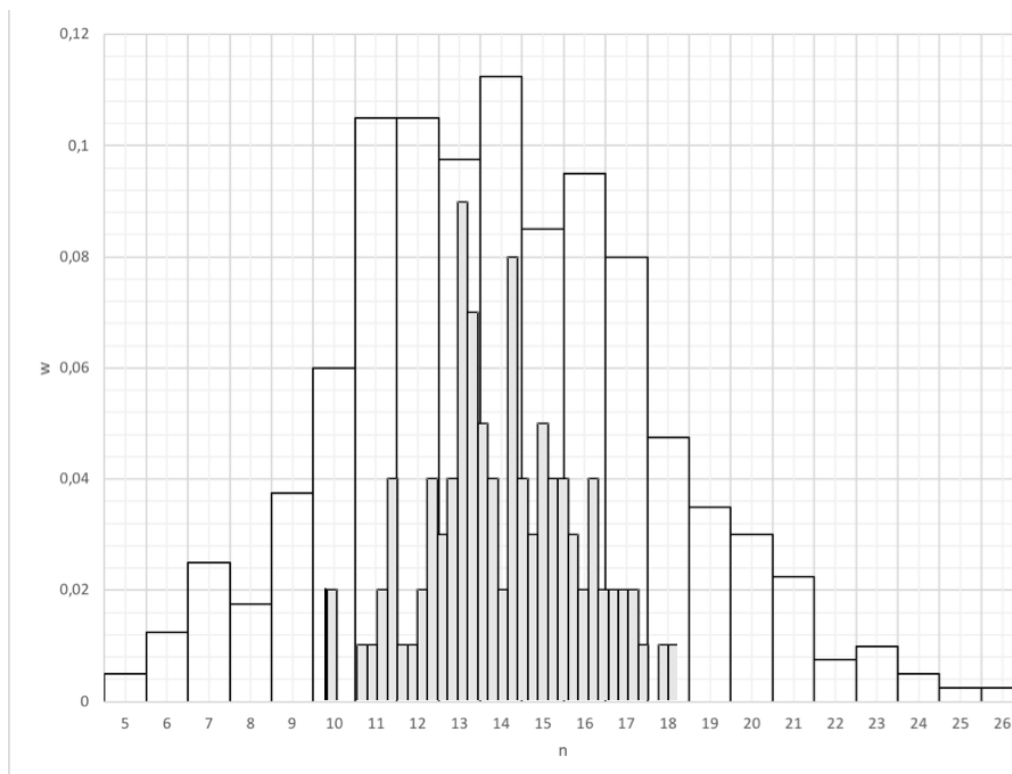


Рис. 2: Гистограммы для $\tau = 10s$ и $\tau = 40s$

5 Обсуждение результатов и выводы

В результате эксперимента убеждаемся, что при увеличении числа измерений:

1. измеряемая величина флуктуирует
2. флуктуация среднего значения измеряемой величины уменьшается, и среднее значение выходит на постоянную величину
3. флуктуации величины погрешности отдельного измерения уменьшаются, и погрешность отдельного измерения (погрешность метода) выходит на постоянную величину
4. флуктуация величины погрешности среднего значения уменьшается, а сама величина убывает

В работе были измерены плотности потоков космического излучения через число срабатываний счетчика за 10с и 40с соответственно.

$$n_{t=10c} = \bar{n}_1 \pm \sigma_{\bar{n}_1} = 14,00 \pm 0,19$$

$$n_{t=40c} = \bar{n}_2 \pm \sigma_{\bar{n}_2} = 56,00 \pm 0,74$$

Также в работе было проверено утверждение, что $\sigma_{\text{отд}} \approx \sqrt{\bar{n}}$. По вычислениям в работе формула оказалась верна.

Было проведено сравнение доли случаев, когда отклонение от среднего значения не превышает $\sigma_1, 2\sigma_1$ с теоритической оценкой. Результаты измерений оказались очень близки к теоретической оценке, что свидетельствует о выполнении закона нормального распределения.

Ширина гистограммы определяется σ (среднеквадратичной ошибкой отдельного измерения). Чем больше σ тем больше ширина гистограммы.