Сумський державний університет

Кафедра
Прикладної математики та моделювання складних систем

ЗВІТ

Обов'язкове домашнє завдання

Завдання 12

Дисципліна

Теорія ймовірностей та математична статистика

Варіант 8

Виконавець: студентка групи ПМ-81
Пороскун Олена Олегівна

Викладач: Гончаров Олександр Андрійович

Суми, Сумська область

2020

***12** Дані експерименту наведені в таблиці 21 в безрозмірному вигляді. Потрібно:*

а) побудувати кореляційне поле;

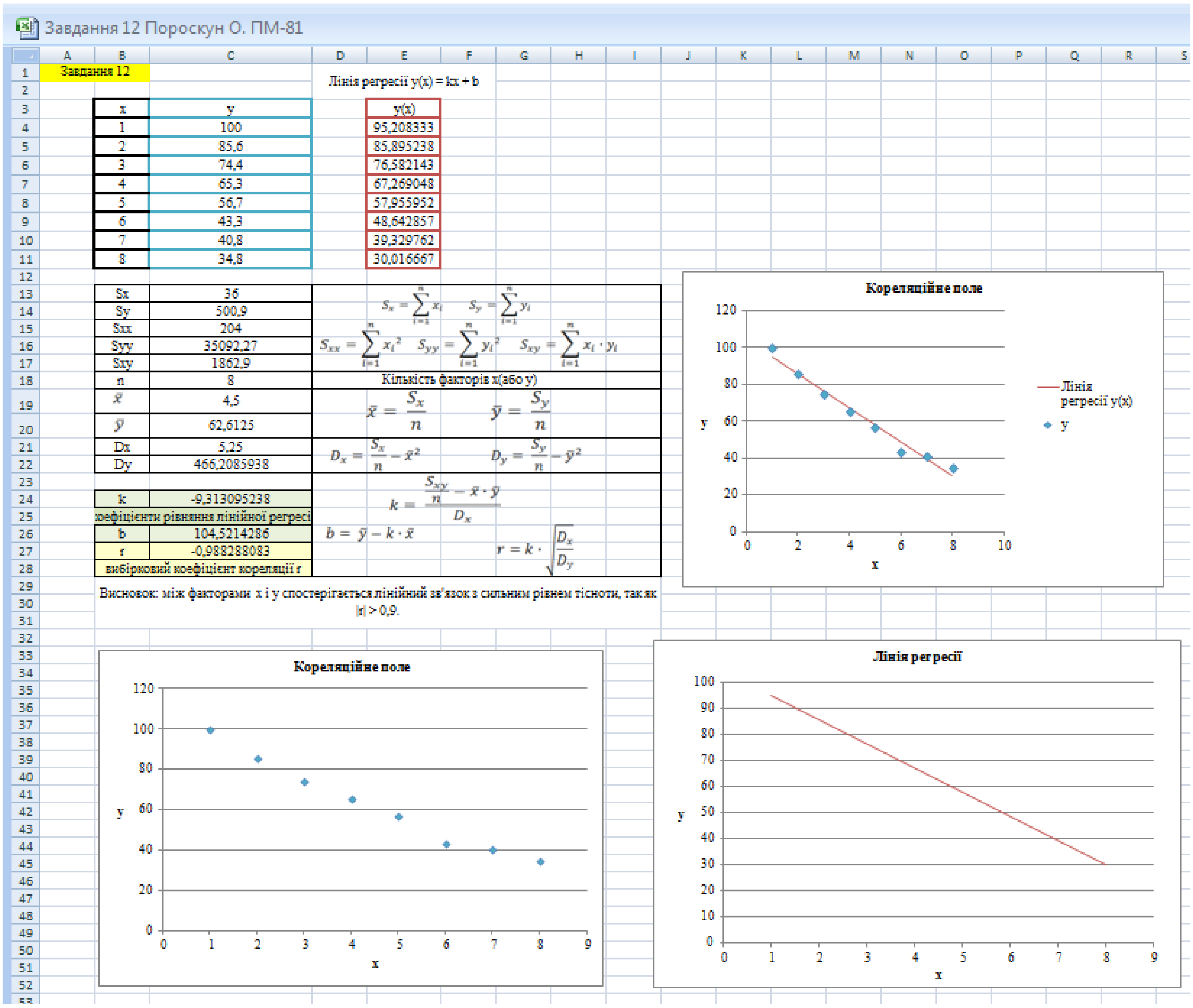
б) висловити гіпотезу про вид статистичної залежності між X і Y, визначити коефіцієнт кореляції і тісноту лінійного зв'язку;

в) знайти рівняння лінії регресії;

г) побудувати лінію регресії.

Таблиця 21

X	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	100	85,6	74,4	65,3	56,7	43,3	40,8	34,8



Завдання 12 Пороскун О. ПМ-81

Завдання 12

Лінія регресії y(x) = kx + b

x	y	y(x)
1	100	95,2083
2	85,6	85,8952
3	74,4	76,5821
4	65,3	67,269
5	56,7	57,956
6	43,3	48,6429
7	40,8	39,3298
8	34,8	30,0167

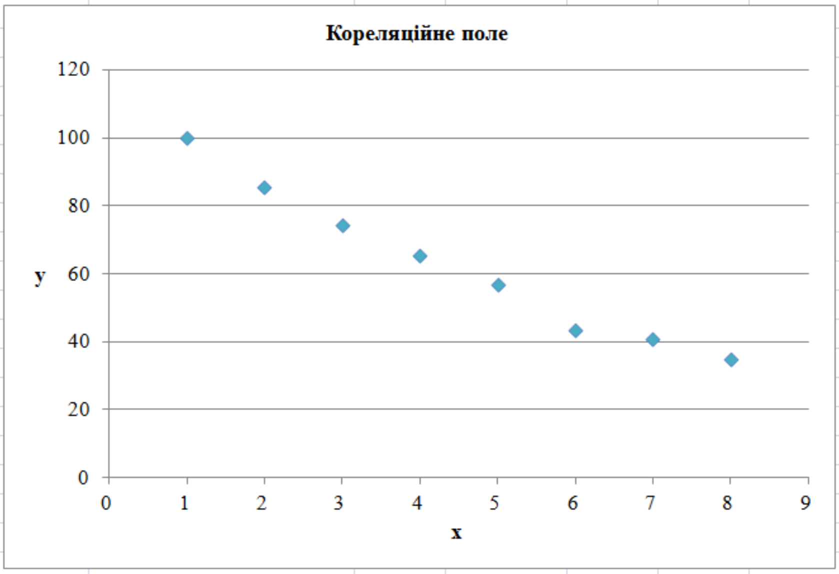
Sx	36	$S_x = \sum_{i=1}^{n} x_i \quad S_y = \sum_{i=1}^{n} y_i$
Sy	500,9	
Sxx	204	$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 \quad S_{yy} = \sum_{i=1}^{n} {y_i}^2 \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i$
Syy	35092,27	
Sxy	1862,9	
n	8	Кількість факторів x(або y)
$\bar{x}$	4,5	$\bar{x} = \frac{S_x}{n} \quad \bar{y} = \frac{S_y}{n}$
$\bar{y}$	62,6125	
Dx	5,25	$D_x = \frac{S_x}{n} - \bar{x}^2 \quad D_y = \frac{S_y}{n} - \bar{y}^2$
Dy	466,2085938	
		$k = \frac{\frac{S_{xy}}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{D_x}$
k	-9,313095238	
коефіцієнти рівняння лінійної регресії		
b	104,5214286	$b = \bar{y} - k \cdot \bar{x}$
r	-0,988288083	$r = k \cdot \sqrt{\frac{D_x}{D_y}}$
вибірковий коефіцієнт кореляції r		

Висновок: між факторами x і y спостерігається лінійний зв'язок з сильним рівнем тісноти, так як |r| > 0,9.

Завдання 12 Пороскун О. ПМ-81

коефіцієнти рівняння лінійної регресії		
b	104,5214286	$b = \bar{y} - k \cdot \bar{x}$
r	-0,988288083	$r = k \cdot \sqrt{\frac{D_x}{D_y}}$
вибірковий коефіцієнт кореляції r		

Висновок: між факторами x і y спостерігається лінійний зв'язок з сильним рівнем тісноти, так як |r| > 0,9.



Дивлячись на графік кореляційного поля можна висловити гіпотезу про лінійну залежність між X і У.

Формули для знаходження числових характеристик:

$$S_x = \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad S_y = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 \quad S_{yy} = \sum_{i=1}^{n} {y_i}^2 \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i$$

$n =$ обсяг величин X (та У)

$$\bar{x} = \frac{S_x}{n} \qquad \bar{y} = \frac{S_y}{n}$$

$$D_x = \frac{S_x}{n} - \bar{x}^2 \qquad D_y = \frac{S_y}{n} - \bar{y}^2$$

Коефіцієнти рівняння лінійної регресії:

$$k = \frac{\frac{S_{xy}}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{D_x} = -9{,}313095238 \qquad b = \bar{y} - k \cdot \bar{x} = 104{,}5214286$$

Рівняння лінійної регресії: $y(x) = kx + b$

Вибірковий коефіцієнт кореляції обчислюється за формулою:

$$r = k \cdot \sqrt{\frac{D_x}{D_y}}$$

Можна оцінити тісноту лінійного зв’язку між факторами за шкалою:

| r | < 0,6 – слабка

0,6 ≤ | r | ≤ 0,9 – середня

| r | > 0,9 – сильна.

Висновок: між факторами X і У спостерігається лінійний зв'язок з сильним рівнем тісноти, так як | r | = 0,988288083 > 0,9.

Завдання 12 Порoскун О. ПМ-81

Завдання 12

Лінія регресії y(x) = kx + b

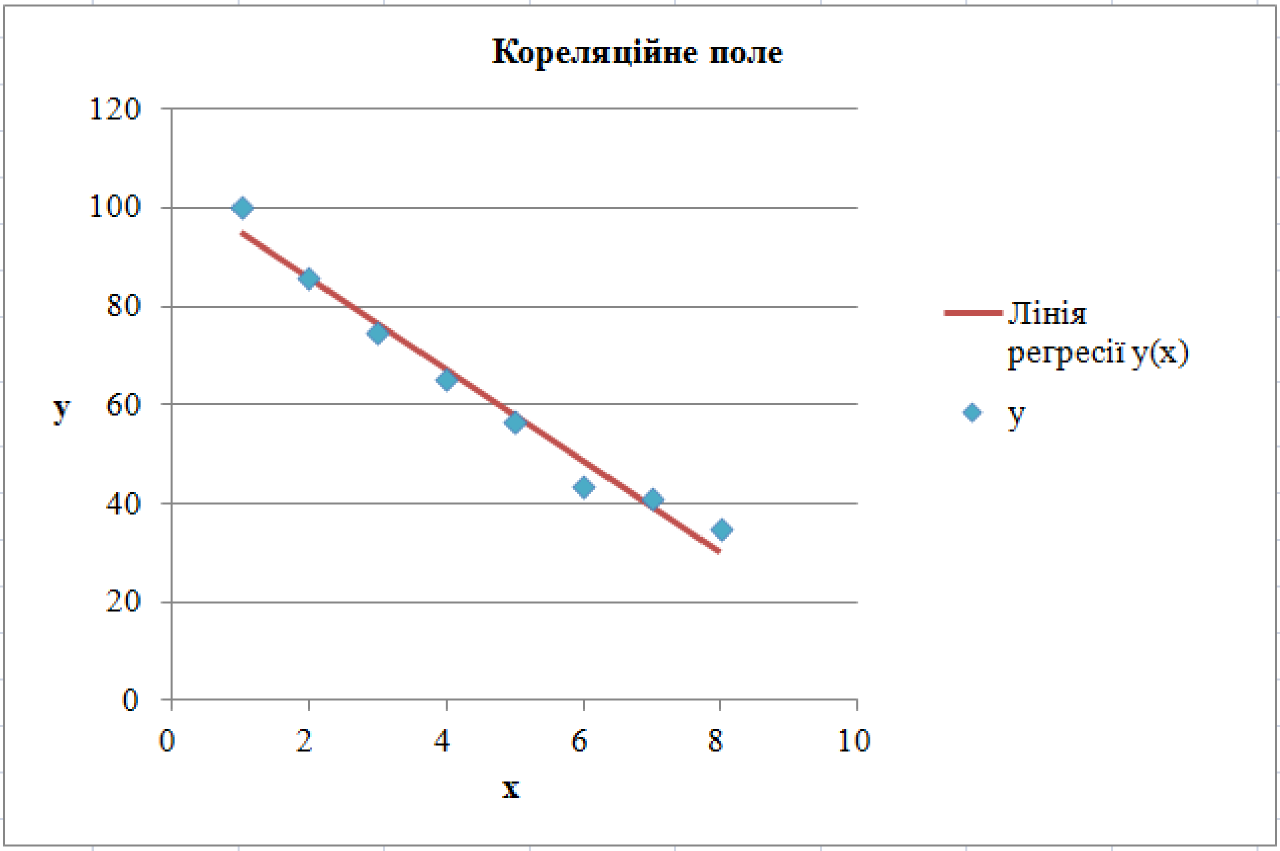
x	y	y(x)
1	100	=$C$24*$B4+$C$26
2	85,6	=$C$24*$B5+$C$26
3	74,4	=$C$24*$B6+$C$26
4	65,3	=$C$24*$B7+$C$26
5	56,7	=$C$24*$B8+$C$26
6	43,3	=$C$24*$B9+$C$26
7	40,8	=$C$24*$B10+$C$26
8	34,8	=$C$24*$B11+$C$26

Sx	=СУММ(B4:B11)	$S_x = \sum_{i=1}^{n} x_i$ $\quad S_y = \sum_{i=1}^{n} y_i$
Sy	=СУММ(C4:C11)	
Sxx	=B4^2+B5^2+B6^2+B7^2+B8^2+B9^2+B10^2+B11^2	$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$ $\quad S_{yy} = \sum_{i=1}^{n} y_i^2$ $\quad S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i$
Syy	=C4^2+C5^2+C6^2+C7^2+C8^2+C9^2+C10^2+C11^2	
Sxy	=B4*C4+B5*C5+B6*C6+B7*C7+B8*C8+B9*C9+B10*C10+B11*C11	
n	=СЧЁТ(B4:B11)	Кількість факторів x(або y)
$\bar{x}$	=C13/C18	$\bar{x} = \frac{S_x}{n}$ $\quad \bar{y} = \frac{S_y}{n}$
$\bar{y}$	=C14/C18	
Dx	=C15/C18-C19^2	$D_x = \frac{S_x}{n} - \bar{x}^2$ $\quad D_y = \frac{S_y}{n} - \bar{y}^2$
Dy	=C16/C18-C20^2	
k	=(C17/C18-C19*C20)/C21	$k = \frac{\frac{S_{xy}}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{D_x}$
коефіцієнти рівняння лінійної регресії		
b	=C20-C24*C19	$b = \bar{y} - k \cdot \bar{x}$
r	=C24*КОРЕНЬ(C21/C22)	$r = k \cdot \sqrt{\frac{D_x}{D_y}}$
вибірковий коефіцієнт кореляції r		

Висновок: між факторами x і y спостерігається лінійний зв'язок з сильним рівнем тісноти, так як |r| > 0,9.

Лінія регресії:

Лінія регресії та кореляційне поле:



Сумський державний університет

Кафедра
Прикладної математики та моделювання складних систем

ЗВІТ

Завдання 18

Дисципліна
Теорія ймовірностей та математична статистика

Варіант 8

Виконавець: студентка групи ПМ-81
Пороскун Олена Олегівна

Викладач: Гончаров Олександр Андрійович

Суми, Сумська область

2020

Завдання 18. З групи А таблиці 6.5 вибрати числа, які записані в клітинах з номерами з *набору* (див. табл. 6.4) для даного варіанта. Порожня клітина означає відсутність числа. Виписані таким чином числа назвемо вибіркою А. Аналогічно за допомогою рядка В вибираємо вибірку В. Позначимо $C = A \cup B$ (об'єднана вибірка). Виконати такі завдання:

а) знайти вибіркові середні і дисперсії для А і В;

б) обчислити внутрішньо- і міжгрупові дисперсії;

в) визначити середню дисперсію вибірки С за обчисленими числовими характеристиками А і В;

г) обчислити виправлену вибіркову дисперсію і середнє квадратичне відхилення для «С».

Для розв'язання наступних трьох завдань студенту потрібно згідно зі своїм варіантом з таблиці 6.4 вибрати так званий *набір*.

Таблиця 6.4

Варіант	1	2	3	4	5	6
набір	3 4 5 6 8	1 2 3 6 8	2 3 5 7 8	2 3 4 6 8	1 2 5 6 8	1 4 5 6 7

Продовження таблиці 6.4

Варіант	7	8	9	10	11	12
набір	1 3 5 6 8	3 5 6 7 8	1 2 3 4 7	1 3 4 7 8	1 3 4 6 7	2 3 6 7 8

Продовження таблиці 6.4

Варіант	13	14	15	16	17	18
набір	2 3 4 5 6	1 4 5 7 8	1 2 3 4 5	2 5 6 7 8	1 2 4 5 8	1 2 4 6 7

Продовження таблиці 6.4

Варіант	19	20	21	22	23	24
набір	1 4 5 6 8	1 3 5 7 8	1 2 4 5 7	2 3 4 5 7	1 2 5 6 7	3 4 5 7 8

Продовження таблиці 6.4

Варіант	25	26	27	28	29	30
набір	2 3 4 5 8	1 2 3 4 6	1 2 4 6 8	1 3 4 5 7	1 4 6 7 8	1 3 4 6 8

Таблиця 6.5

Набір	1	2	3	4	5	6	7	8
Група А		-2,4	3,7		0,8	5,8	-1,1	-3,1
Група В	-2,9	8,3	1,8	-3,7	4,2		-0,5	6,1

Вибіркова середня обчислюється за формулою:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i , \qquad (5.1)$$

де n – об'єм вибірки;
x_i – елементи вибірки.
Вибіркова дисперсія обчислюється за формулою:

$$D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \overline{x}^2 . \qquad (5.2)$$

Якщо вибірка складається з двох (або кількох) груп, то внутрішньогрупова дисперсія обчислюється за формулою:

$$D_{\text{вн. гр.}} = \frac{D_A \cdot n_A + D_B \cdot n_B}{n_A + n_B}, \qquad (5.3)$$

де D_A, D_B – дисперсії груп A і B,
n_A, n_B – об'єми груп A і B.
Міжгрупова дисперсія:

$$D_{\text{між}} = \frac{(\overline{x}_A - \overline{x})^2 \cdot n_A + (\overline{x}_B - \overline{x})^2 \cdot n_B}{n_A + n_B} . \qquad (5.4)$$

Вибіркова дисперсія дорівнює сумі внутрішньогрупової та міжгрупової дисперсій.

Завдання 18 Пороскун О. ПМ-81

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Завдання 18								
2										
3		Набір	3	5	6	7	8			
4		Група А	3,70	0,80	5,80	-1,10	-3,10			
5		Група В	1,80	4,20	-	-0,50	6,10			
6										
7		Вибіркове середнє				Об'єм вибірки n				
8		M= 1,97				n= 9,00				
9										
10		Дисперсії для груп А і В:			Об'єм груп:		Середні для груп А і В:			
11		D(A)= 12,84			n(A)= 5,00		$\overline{x_a}$		$\overline{x_b}$	
12		D(B)= 8,23			n(B)= 4,00		1,22		2,90	
13										
14		Внутрішньогрупова дисперсія D (вн гр):				10,79				
15										
16		Міжгрупова дисперсія D(між) :				2,58				
17										
18		Середня дисперсія вибірки С:				10,54				
19										
20		Виправлена вибіркова дисперсія і								
21		середнє квадратичне для «С»:								
22										
23		s^2	11,85							
24		δ	3,44							
25										

Завдання 18 Пороскун О. ПМ-81 формули

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Завдання 18								
2										
3		Набір	3	5	6	7	8			
4		Група А	3,7	0,8	5,8	-1,1	-3,1			
5		Група В	1,8	4,2	-	-0,5	6,1			
6										
7		Вибіркове середнє				Об'єм вибірки n				
8		M= =СРЗНАЧ(C4:G5)				n= =СЧЁТ(C4:G5)				
9										
10		Дисперсії для груп А і В:			Об'єм груп:		Середні для груп А і В:			
11		D(A)= =ДИСП(C4:G4)			n(A)= =СЧЁТ(C4:G4)		$\overline{x_a}$		$\overline{x_b}$	
12		D(B)= =ДИСП(C5:G5)			n(B)= =СЧЁТ(C5:G5)		=СРЗНАЧ(C4:G4)		=СРЗНАЧ(C5:G5)	
13										
14		Внутрішньогрупова дисперсія D (вн гр):				=(C11*F11+C12*F12)/(F11+F12)				
15										
16		Міжгрупова дисперсія D(між) :				=((H11-C8)^2*F11+(I11-C8)^2)/(F11+F12)				
17										
18		Середня дисперсія вибірки С:				=(C11+C12)/2				
19										
20		Виправлена вибіркова дисперсія і середнє								
21		квадратичне для «С»:								
22										
23		s^2	=(G8/(G8-1))*F18							
24		δ	=КОРЕНЬ(C23)							
25										

Сумський державний університет

Кафедра

Прикладної математики та моделювання складних систем

ЗВІТ

Завдання 19

Дисципліна

Теорія ймовірностей та математична статистика

Варіант 8

Виконавець: студентка групи ПМ-81

Пороскун Олена Олегівна

Викладач: Гончаров Олександр Андрійович

Суми, Сумська область

2020

Завдання 19. З рядків таблиці 6.6 згідно зі своїм набором (див. табл. 6.4) скласти вибірку, тобто початковий числовий масив. Інші потрібні дані наведені у табл. 6.7.

Пояснення. Числа набору вказують, які рядки відносяться до даного варіанта. Так, для варіанта 8 в початковий числовий масив з таблиці 6.6 треба включити елементи рядків 3, 5, 6, 7, 8; тобто отримаємо набір з 26 + 21 + 24 + 25 + 23 = 119 елементів. Для спрощення запису в таблиці 6.6 дев'ятьма буквами: A, B, C, D, E, F, G, H, K позначені числа, що утворюють арифметичну прогресію. Два перших члени цієї прогресії вказані в таблиці 6.7. Наприклад, для варіанта 3 з таблиці 6.7 виписуємо A = 1,0, B = 1,4. Отже, крок прогресії 0,4 і наступні букви позначають числа C = 1,8, D = 2,2 і т. д.

Виконати такі завдання:

а) скласти варіаційний ряд;

б) знайти розмах, медіану і моду вибірки;

в) побудувати полігон частот;

г) побудувати гістограму вибірки. Основи прямокутників гістограми вибрати так, щоб точки, які відповідають числам «A», «B» і т. д. опинились на серединах основ. Інтервали, частота яких виявиться меншою 5, об'єднати з більш показними сусідніми інтервалами;

д) обчислити вибіркове середнє, дисперсію; виправлену дисперсію і середнє квадратичне відхилення;

е) обчислити теоретичні частоти для нормального закону, крайні інтервали брати напівнескінченними (сума всіх частот при цьому буде дорівнювати об'єму вибірки);

ж) накласти теоретичну криву на гістограму;

з) обчислити суму Пірсона;

и) визначити кількість ступенів вільності, з рівнем значущості α перевірити гіпотезу про нормальний розподіл;

к) визначити ймовірність попадання в інтервал [a; b] двома способами – за відносною частотою і за теоретичною функцією розподілу;

л) знайти інтервали довіри для числових параметрів «a» і «σ» нормально розподіленої генеральної сукупності.

Таблиця 6.6

Набір	Елементи вибірки	шт.
1	F E E F C E D E B E F D G D H C G B E B C C D D	24
2	B D E D G K G F D E D C H E D C G E K C	20
3	C E F F C D F G G D G C E K E H D E E F D D C G K A	26
4	E F D E D E K F E F A G E C E G G D D B D F H E G H	26
5	E F G F H E B G E G E K F B E B D G E F K	21
6	B D F F F F H D C E D A G K D E D B E F F K D G	24
7	D F H F D C D H G G E H B K E G D B B A D E G D E	25
8	H E H E E F H G E D D C K A E D B F D C D G C	23

Таблиця 6.7

Варіант	A	B	a	b	γ	α
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	0,6	1,5	3,3	4,8	0,999	0,025
2	0,8	1,2	1,2	1,7	0,999	0,025
3	1,0	1,4	1,4	1,9	0,95	0,05
4	2,8	3,6	3,6	4,9	0,99	0,05
5	0,5	1,0	1,5	2,2	0,99	0,05
6	0,5	1,0	1,0	1,7	0,999	0,05
7	1,2	1,6	2,4	2,9	0,999	0,01
8	1,9	2,7	3,5	4,8	0,999	0,05
9	0,5	1,2	1,2	2,3	0,99	0,01
10	1,7	2,3	2,9	3,8	0,95	0,05
11	1,1	1,9	2,7	4,0	0,95	0,01
12	2,1	3,0	3,9	5,4	0,99	0,02
13	1,2	1,9	3,3	4,4	0,999	0,01
14	0,7	1,2	2,2	2,9	0,99	0,05
15	0,9	1,4	1,9	2,6	0,999	0,01
16	2,9	3,6	4,3	5,4	0,95	0,025
17	2,6	3,2	4,4	5,3	0,999	0,01
18	1,2	2,1	3,9	5,4	0,99	0,05
19	1,9	2,6	4,0	5,1	0,99	0,05
20	1,7	2,6	4,4	5,9	0,99	0,025
21	1,7	2,2	3,2	3,9	0,95	0,05
22	1,5	2,2	2,9	4,0	0,99	0,05
23	1,0	1,9	2,8	4,3	0,99	0,01
24	0,7	1,2	1,7	2,4	0,95	0,05
25	0,7	1,3	1,3	2,2	0,999	0,01

Продовження таблиці 6.7

1	2	3	4	5	6	7
26	1,8	2,4	3,6	4,5	0,99	0,01
27	1,7	2,3	2,9	3,8	0,95	0,01
28	1,6	2,4	4,0	5,3	0,999	0,025
29	2,9	3,3	3,7	4,2	0,99	0,05
30	0,7	1,1	1,1	1,6	0,999	0,05

Таблиця 6.4

Варіант	1	2	3	4	5	6
набір	3 4 5 6 8	1 2 3 6 8	2 3 5 7 8	2 3 4 6 8	1 2 5 6 8	1 4 5 6 7

Продовження таблиці 6.4

Варіант	7	8	9	10	11	12
набір	1 3 5 6 8	3 5 6 7 8	1 2 3 4 7	1 3 4 7 8	1 3 4 6 7	2 3 6 7 8

Продовження таблиці 6.4

Варіант	13	14	15	16	17	18

набір	2 3 4 5 6	1 4 5 7 8	1 2 3 4 5	2 5 6 7 8	1 2 4 5 8	1 2 4 6 7

Продовження таблиці 6.4

Варіант	19	20	21	22	23	24
набір	1 4 5 6 8	1 3 5 7 8	1 2 4 5 7	2 3 4 5 7	1 2 5 6 7	3 4 5 7 8

Продовження таблиці 6.4

Варіант	25	26	27	28	29	30
набір	2 3 4 5 8	1 2 3 4 6	1 2 4 6 8	1 3 4 5 7	1 4 6 7 8	1 3 4 6 8

3		*Набори*				
4		*3*	*5*	*6*	*7*	*8*
5		3,5	5,1	2,7	4,3	7,5
6		5,1	5,9	4,3	5,9	5,1
7		5,9	6,7	5,9	7,5	7,5
8		5,9	5,9	5,9	5,9	5,1
9		3,5	7,5	5,9	4,3	5,1
10		4,3	5,1	5,9	3,5	5,9
11		5,9	2,7	7,5	4,3	7,5
12		6,7	6,7	4,3	7,5	6,7
13		6,7	5,1	3,5	6,7	5,1
14		4,3	6,7	5,1	6,7	4,3
15		6,7	5,1	4,3	5,1	4,3
16		3,5	9,9	1,9	7,5	3,5
17		5,1	5,9	6,7	2,7	9,9
18		9,9	2,7	9,9	9,9	1,9
19		5,1	5,1	4,3	5,1	5,1
20		7,5	2,7	5,1	6,7	4,3
21		4,3	4,3	4,3	4,3	2,7
22		5,1	6,7	2,7	2,7	5,9
23		5,1	5,1	5,1	2,7	4,3
24		5,9	5,9	5,9	1,9	3,5
25		4,3	9,9	5,9	4,3	4,3
26		4,3		9,9	5,1	6,7
27		3,5		4,3	6,7	3,5
28		6,7		6,7	4,3	
29		9,9			5,1	
30		1,9				
31						
32		A	1,9			
33		B	2,7			
34		C	3,5			
35		D	4,3			
36		E	5,1			
37		F	5,9			
38		G	6,7			
39		H	7,5			
40		K	9,9			

Виконати такі завдання:

а) скласти варіаційний ряд;

б) знайти розмах, медіану і моду вибірки;

в) побудувати полігон частот;

а) скласти варіаційний ряд;

1,90	2,70	3,50	4,30	5,10	5,90	6,70	7,50	9,90
4	9	9	23	23	18	16	9	8

б) знайти розмах, медіану і моду вибірки;

Обчислимо ***розмах вибірки*** *x_max – x_min :*

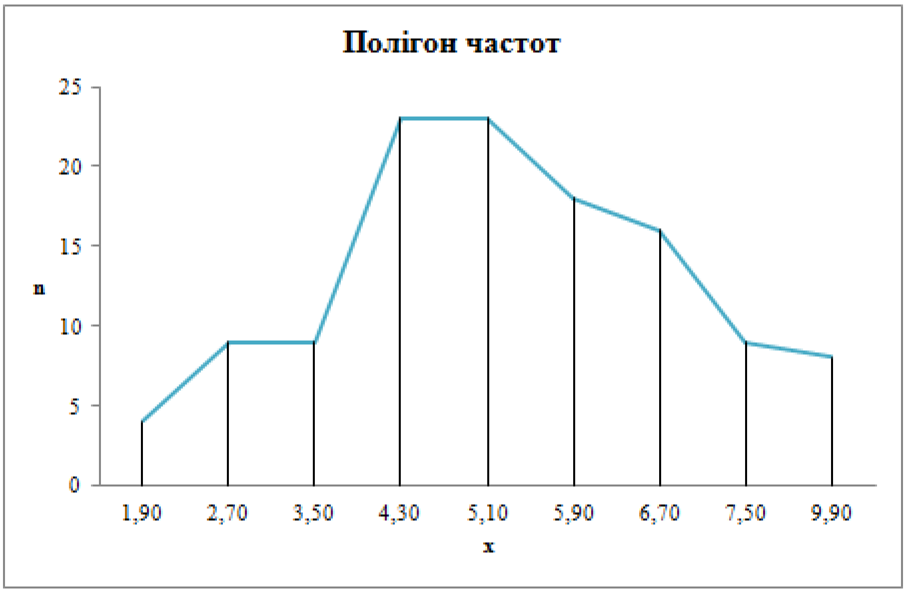
x_max	9,90	
x_min	1,90	
x_max – x_min =		8,00

Медіана *– це варіанта, яка ділить вибірку на дві рівні за об'ємом частини* 5,10

Мода *– це варіанта ряду, що має найбільшу частоту (мод може бути декілька)* 4,30; 5,10

в) побудувати полігон частот;

Полігон частот *– це ламана, що з'єднує точки з координатами (xi, ni).*



	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
5										
6		*а) скласти варіаційний ряд;*								
7										
8		1,9	2,7	3,5	4,3	5,1	5,9	6,7	7,5	9,9
9		4	9	9	23	23	18	16	9	8
10										
11		*б) знайти розмах, медіану і моду вибірки;*								
12										
13		*Обчислимо* ***розмах вибірки*** *x_max – x_min :*								
14		x_max	=МАКС(B5:F30)							
15		x_min	=МИН(B5:F30)							
16			x_max – x_min =	=I14-I15						
17										
18		***Медіана*** *– це варіанта, яка ділить вибірку на дві рівні за об'ємом частини*								=МЕДИАНА(B5:F30)
19										
20		***Мода*** *– це варіанта ряду, що має найбільшу частоту (мод може бути*								4,3
21		*декілька)*								=МОДА(B5:F30)

г) побудувати гістограму вибірки. Основи прямокутників гістограми вибрати так, щоб точки, які відповідають числам «А», «В» і т. д. опинились на серединах основ. Інтервали, частота яких виявиться меншою 5, об'єднати з більш показними сусідніми інтервалами;

Для побудови гістограми потрібно вибрати на вісі ОХ основи прямокутників. У випадку варіаційного ряду з рівновіддаленими варіантами xi , зручно розбивку [αi : βi] вибрати за таким правилом:

$$\alpha_i + \beta_i = 2x_i, \quad \alpha_{i+1} = \beta_i,\ i = 1, \dots, k..$$

При побудові гістограми інтервали, які відповідають малим частотам n_i, називають непоказними і об'єднують із сусідніми. Якщо сусідніх два, то вибирають той, у якого частота n_iвища. Рівень зображуваності, взагалі кажучи, величина інтуїтивна. Приймемо, що об'єднанню підлягають інтервали, у яких n_i< 5. Іноді навіть після об'єднання двох інтервалів утворюється непоказний інтервал, тоді процес об'єднання продовжується на наступний сусідній інтервал.

Об'єднання двох інтервалів описується співвідношеннями:

$$\underset{n_j}{[\alpha_j\,;\,\beta_j\,]} \cup \underset{n_{j+1}}{[\alpha_{j+1}\,;\,\beta_{j+1}\,]} \rightarrow \underset{n_j + n_{j+1}}{[\alpha_j\,;\,\beta_{j+1}\,]}.$$

Після об'єднання інтервалів виконується їх перенумерація, щоб індекс «і» приймав всі значення підряд без пропусків. В результаті зміни інтервалів варіаційний ряд дещо видозмінюється: частоти відносяться не до чисел, а до інтервалів – показують, скільки елементів з вибірки попадає в даний інтервал. Запишемо інтервальний варіаційний ряд в таблицю 5.2 (стовпці «і», «інтервал», «δ_i» – довжина інтервалу, $\delta_i = \beta_i - \alpha_i$).

Для обчислення висот прямокутників треба вибрати масштаб, це можна зробити таким чином. Прямокутник найбільшої висоти буде відповідати моді варіаційного ряду. Тому, для того щоб рисунок гістограми ефективно використовував площу рисунка висотою Н, масштабний множник μ повинен задовольняти співвідношенню:

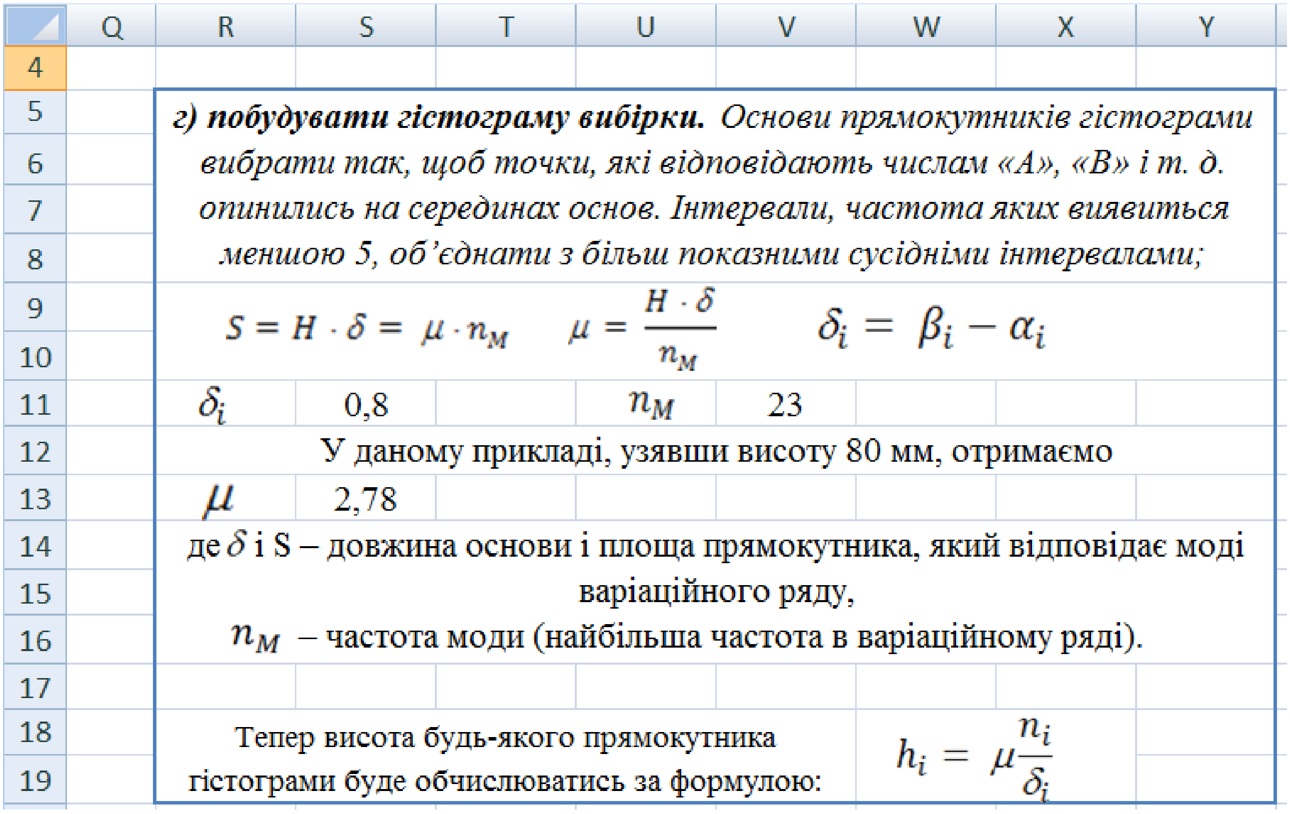
$$S = H \cdot \delta = \mu \cdot n_M \qquad\qquad \mu = \frac{H \cdot \delta}{n_M}$$

де δ і S – довжина основи і площа прямокутника, який відповідає моді варіаційного ряду, n_M – частота моди (найбільша частота в варіаційному ряді). Тепер висота будь-якого прямокутника гістограми буде обчислюватись за формулою:

$$h_i = \mu \frac{n_i}{\delta_i}$$

У даному завданні, узявши висоту 80 мм, отримаємо:

$$\mu = \frac{H \cdot \delta}{n_M} = \frac{80 \cdot 0{,}8}{23} = 2{,}78$$



г) побудувати гістограму вибірки. *Основи прямокутників гістограми вибрати так, щоб точки, які відповідають числам «А», «В» і т. д. опинились на серединах основ. Інтервали, частота яких виявиться меншою 5, об'єднати з більш показними сусідніми інтервалами;*

$S = H \cdot \delta = \mu \cdot n_M \quad \mu = \frac{H \cdot \delta}{n_M} \quad \delta_i = \beta_i - \alpha_i$

δ_i 0,8 n_M 23

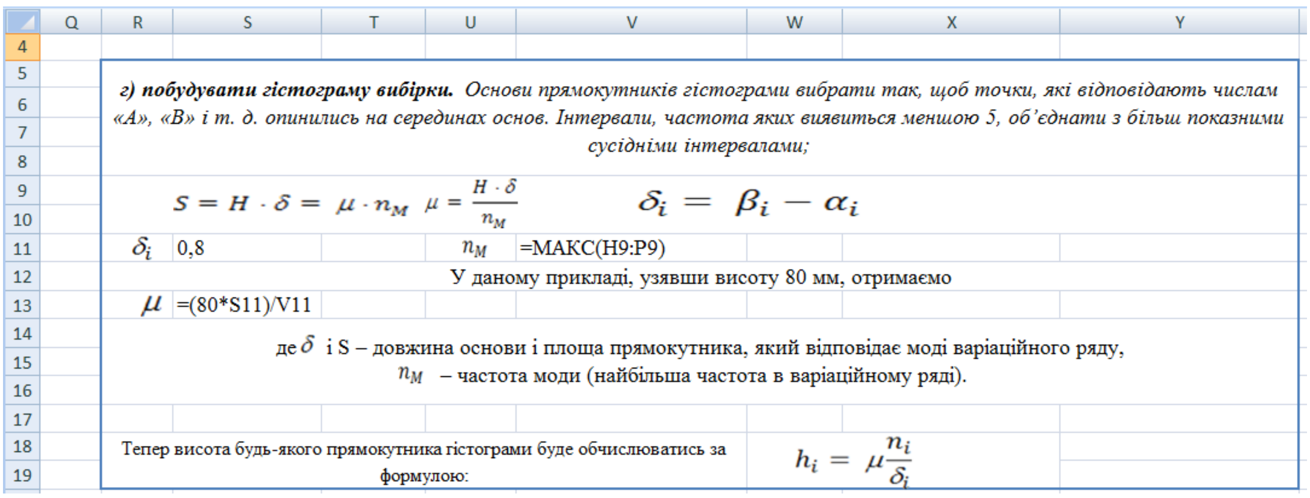
У даному прикладі, узявши висоту 80 мм, отримаємо

μ 2,78

де δ і S – довжина основи і площа прямокутника, який відповідає моді варіаційного ряду,

n_M – частота моди (найбільша частота в варіаційному ряді).

Тепер висота будь-якого прямокутника гістограми буде обчислюватись за формулою: $h_i = \mu \frac{n_i}{\delta_i}$



г) побудувати гістограму вибірки. *Основи прямокутників гістограми вибрати так, щоб точки, які відповідають числам «А», «В» і т. д. опинились на серединах основ. Інтервали, частота яких виявиться меншою 5, об'єднати з більш показними сусідніми інтервалами;*

$S = H \cdot \delta = \mu \cdot n_M \quad \mu = \frac{H \cdot \delta}{n_M} \quad \delta_i = \beta_i - \alpha_i$

δ_i 0,8 n_M =МАКС(H9:P9)

У даному прикладі, узявши висоту 80 мм, отримаємо

μ =(80*S11)/V11

де δ і S – довжина основи і площа прямокутника, який відповідає моді варіаційного ряду,

n_M – частота моди (найбільша частота в варіаційному ряді).

Тепер висота будь-якого прямокутника гістограми буде обчислюватись за формулою: $h_i = \mu \frac{n_i}{\delta_i}$

Результати розрахунків занесемо в стовпець *«h»* таблиці.

	Q	R	S	T	U	V
20						
21		i	інтервал	n_i	δ_i	h_i
22		1	1,50	13	1,6	22,61
23			3,10			
24		2	3,10	9	0,8	31,30
25			3,90			
26		3	3,90	23	0,8	80,00
27			4,70			
28		4	4,70	23	0,8	80,00
29			5,50			
30		5	5,50	18	0,8	62,61
31			6,30			
32		6	6,30	16	0,8	55,65
33			7,10			
34		7	7,10	9	0,8	31,30
35			7,90			
36		8	7,90	8	2,4	9,28
37			10,30			

	Q	R	S	T	U	V
20						
21		i	інтервал	n_i	δ_i	h_i
22			1,5			=$S$13*($T22/$U22)
23		1	3,1	13	=S23-S22	
24			3,1			=$S$13*($T24/$U24)
25		2	3,9	9	=S25-S24	
26			3,9			=$S$13*($T26/$U26)
27		3	4,7	23	=S27-S26	
28			4,7			=$S$13*($T28/$U28)
29		4	5,5	23	=S29-S28	
30			5,5			=$S$13*($T30/$U30)
31		5	6,3	18	=S31-S30	
32			6,3			=$S$13*($T32/$U32)
33		6	7,1	16	=S33-S32	
34			7,1			=$S$13*($T34/$U34)
35		7	7,9	9	=S35-S34	
36			7,9			=$S$13*($T36/$U36)
37		8	10,3	8	=S37-S36	

д) обчислити вибіркове середнє, дисперсію; виправлену дисперсію і середнє квадратичне відхилення;

Сума усіх елементів вибірки:

$S_x = \sum_{i=1}^{n} x_i = 639{,}70$ де $n = 119$ – обсяг вибірки

Вибіркове середнє:

$$a = \bar{x} = \frac{S_x}{n} = 5{,}38$$

Вибіркова дисперсія:

$$D_x = \frac{S_{xx}}{n} - \bar{x}^2 = 3{,}45 \quad \text{де } S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 3848{,}95$$

Виправлена дисперсія:

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D_x = 3{,}48$$

Середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = S = \sqrt{S^2} = 1{,}86$$

	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
4							
5–7		***д) обчислити вибіркове середнє, дисперсію; виправлену дисперсію і середнє квадратичне відхилення;***					
8–10		***Вибіркове середнє:***			$\bar{x} = \frac{S_x}{n}$	$S_x = \sum_{i=1}^{n} x_i$	
11		n	119				
12		Sx	639,70				
13		$\bar{x}$	5,38				
14–16		***Вибіркова дисперсія:***		$D_x = \frac{S_{xx}}{n} - \bar{x}^2$		$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$	
17		Sxx	3848,95				
18		Dx	3,45				
19–21		***Виправлена дисперсія:***			$S^2 = \frac{n}{n-1} D_x$		
22		S^2	3,48				
23–25		***Середнє квадратичне відхилення:***				$\sigma = S = \sqrt{S^2}$	
26		σ	1,86				

	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
4							
5–7		***д) обчислити вибіркове середнє, дисперсію; виправлену дисперсію і середнє квадратичне відхилення;***					
8–10			***Вибіркове середнє:***		$\bar{x} = \frac{S_x}{n}$		$S_x = \sum_{i=1}^{n} x_i$
11		n	=СЧЁТ(B5:F30)				
12		Sx	=СУММ(B5:F30)				
13		$\bar{x}$	=AB12/AB11				
14–16			***Вибіркова дисперсія:***	$D_x = \frac{S_{xx}}{n} - \bar{x}^2$		$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2$	
17		Sxx	=СУММКВ(B5:F30)				
18		Dx	=AB17/AB11-(AB13^2)				
19–21			***Виправлена дисперсія:***			$S^2 = \frac{n}{n-1} D_x$	
22		S^2	=(AB11/(AB11-1))*AB18				
23–25			***Середнє квадратичне відхилення:***			$\sigma = S = \sqrt{S^2}$	
26		σ	=КОРЕНЬ(AB22)				

е) обчислити теоретичні частоти для нормального закону, крайні інтервали брати напівнескінченними (сума всіх частот при цьому буде дорівнювати об'єму вибірки);

Заповнимо стовпець «x», в який заносять аргументи інтегралу ймовірностей:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-\frac{t^2}{2})dt,$$

на «і»-ому інтервалі $x = \frac{r-a}{s}$, де « r » – число з стовпця «інтервал».

По стовпцю «x» таблиці 5.2 можна обчислити значення інтеграла ймовірностей, використовуючи Додаток А (табл. А.2). Треба мати на увазі, що, обчислюючи ймовірності $P = \Phi(x'') - \Phi(x')$, ми віднімаємо близькі між собою числа, а це, як відомо, приводить до значного зросту відносної похибки. Тому значення функції $\Phi(x)$ треба отримувати з максимальною точністю. Аргумент «x» в Додатку А заданий з двома знаками після коми, отже, якщо в стовпці «x» таблиці 5.2 залишати три знаки після коми, то за допомогою лінійної інтерполяції можна знайти потрібні значення $\Phi(x)$ достатньо точно.

Приклад лінійної інтерполяції. Нехай треба знайти $\Phi(2{,}086)$. У Додатку А (табл. А.2) знаходимо $\Phi(2{,}08) = 0{,}4812$, $\Phi(2{,}10) = 0{,}4821$. Можна обчислити різницю $0{,}4821 - 0{,}4812 = 0{,}0009$. Отже, на одну соту частину аргументу припадає 0,0009, а на одну тисячну 0,00009. Помножимо на однозначне число 6 ($6 \cdot 0{,}00009 =$

0,00054) і округлимо до чотирьох знаків після коми – 0,0005. Отже Ф(2,086) = 0,4812 + 0,0005 = 0,4817.

Заповнимо стовпець Ф(x) таблиці. Тепер можна обчислити теоретичні ймовірності попадання в інтервали:

$$P_i = \Phi(x_i'') - \Phi(x_i')$$

(від нижнього числа клітини стовпця Ф(x) віднімаємо верхнє число тієї ж клітини). Нарешті, останній стовпець таблиці – теоретичні частоти:

$$n_i' = P_i \cdot n$$ де n – об’єм вибірки.

Зауважимо, що, на відміну від фактичних, теоретичні частоти не округляються до цілого значення.

е) обчислити теоретичні частоти для нормального закону, крайні інтервали брати напівнескінченними (сума всіх частот при цьому буде дорівнювати об’єму вибірки);

Виходячи з вигляду гістограми (близькі до центру рисунка прямокутники високі, а до периферії знижуються), висунемо гіпотезу про нормальний закон розподілу генеральної сукупності. В якості параметрів нормального закону приймемо:

$a = \bar{x}$ 5,38 $\sigma = S$ 1,86

i	інтервал	x	Ф	p_i	n_i'
1	1,5	-2,086	-0,4817	0,0918	10,9242
	3,1	-1,226	-0,3899		
2	3,1	-1,226	-0,3899	0,1033	12,2927
	3,9	-0,796	-0,2866		
3	3,9	-0,796	-0,2866	0,1238	14,7322
	4,7	-0,366	-0,1628		
4	4,7	-0,366	-0,1628	0,1887	22,4553
	5,5	0,065	0,0259		
5	5,5	0,065	0,0259	0,1638	19,4922
	6,3	0,495	0,1897		
6	6,3	0,495	0,1897	0,1328	15,8032
	7,1	0,925	0,3225		
7	7,1	0,925	0,3225	0,0898	10,6862
	7,9	1,355	0,4123		
8	7,9	1,355	0,4123	0,0836	9,9484
	10,3	2,645	0,4959		

е) обчислити теоретичні частоти для нормального закону, крайні інтервали брати напівнескінченними (сума всіх частот при цьому буде дорівнювати об'єму вибірки);

Виходячи з вигляду гістограми (близькі до центру рисунка прямокутники високі, а до периферії знижуються), висунемо гіпотезу про нормальний закон розподілу генеральної сукупності. В якості параметрів нормального закону приймемо:

$a = \bar{x}$ =AB13 $\sigma = S$ =AB26

i	інтервал	x	Ф	p_i	n_i'
	1,5	=($AB43 -$AB$39)/$AE$39	-0,4817		
1	3,1	=($AB44 -$AB$39)/$AE$39	-0,3899	=$AD44-$AD43	=$AB$11*$AE43
	3,1	=($AB45 -$AB$39)/$AE$39	-0,3899		
2	3,9	=($AB46 -$AB$39)/$AE$39	-0,2866	=$AD46-$AD45	=$AB$11*$AE45
	3,9	=($AB47 -$AB$39)/$AE$39	-0,2866		
3	4,7	=($AB48 -$AB$39)/$AE$39	-0,1628	=$AD48-$AD47	=$AB$11*$AE47
	4,7	=($AB49 -$AB$39)/$AE$39	-0,1628		
4	5,5	=($AB50 -$AB$39)/$AE$39	0,0259	=$AD50-$AD49	=$AB$11*$AE49
	5,5	=($AB51 -$AB$39)/$AE$39	0,0259		
5	6,3	=($AB52 -$AB$39)/$AE$39	0,1897	=$AD52-$AD51	=$AB$11*$AE51
	6,3	=($AB53 -$AB$39)/$AE$39	0,1897		
6	7,1	=($AB54 -$AB$39)/$AE$39	0,3225	=$AD54-$AD53	=$AB$11*$AE53
	7,1	=($AB55 -$AB$39)/$AE$39	0,3225		
7	7,9	=($AB56 -$AB$39)/$AE$39	0,4123	=$AD56-$AD55	=$AB$11*$AE55
	7,9	=($AB57 -$AB$39)/$AE$39	0,4123		
8	10,3	=($AB58 -$AB$39)/$AE$39	0,4959	=$AD58-$AD57	=$AB$11*$AE57

ж) накласти теоретичну криву на гістограму;

Абсциси та ординати теоретичної кривої обчислимо за наступними формулами:

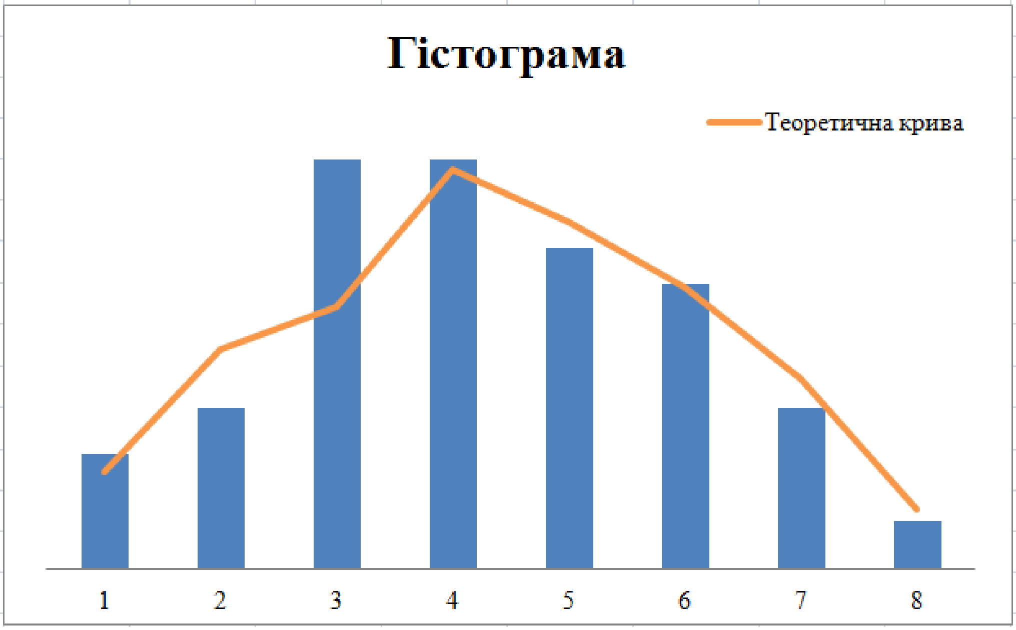
$$x_i = \frac{x_{i1} - x_{i2}}{2} \qquad\qquad y_i = \mu \cdot n_i'/\Delta_i$$

З'єднуємо точки плавною лінією (вершина кривої не зобов'язана співпадати з якою-небудь точкою), вона повинна бути симетричною відносно прямої $x = \bar{x}$.

ж) накласти теоретичну криву на гістограму;

Абсциси та ординати теоретичної кривої обчислимо за наступними формулами:

$$x_i = \frac{x_{i1} - x_{i2}}{2} \qquad y_i = \mu \cdot n_i'/\Delta_i$$



i	інтервал	n_i	δ_i	h_i
1	1,50 3,10	13	1,6	22,61
2	3,10 3,90	9	0,8	31,30
3	3,90 4,70	23	0,8	80,00
4	4,70 5,50	23	0,8	80,00
5	5,50 6,30	18	0,8	62,61
6	6,30 7,10	16	0,8	55,65
7	7,10 7,90	9	0,8	31,30
8	7,90 10,30	8	2,4	9,28

x	y
2,3	18,9986
3,5	42,7572
4,3	51,2424
5,1	78,1054
5,9	67,799
6,7	54,9677
7,5	37,1694
9,1	11,5344

	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
20									
21		i	інтервал	n_i	δ_i	h_i		x	y
22			1,5			=$S$13*($T22/$U22)		=СРЗНАЧ(S22:S23)	=$S$13*($AF43/$U22)
23		1	3,1	13	=S23-S22				
24			3,1			=$S$13*($T24/$U24)		=СРЗНАЧ(S24:S25)	=$S$13*($AF45/$U24)
25		2	3,9	9	=S25-S24				
26			3,9			=$S$13*($T26/$U26)		=СРЗНАЧ(S26:S27)	=$S$13*($AF47/$U26)
27		3	4,7	23	=S27-S26				
28			4,7			=$S$13*($T28/$U28)		=СРЗНАЧ(S28:S29)	=$S$13*($AF49/$U28)
29		4	5,5	23	=S29-S28				
30			5,5			=$S$13*($T30/$U30)		=СРЗНАЧ(S30:S31)	=$S$13*($AF51/$U30)
31		5	6,3	18	=S31-S30				
32			6,3			=$S$13*($T32/$U32)		=СРЗНАЧ(S32:S33)	=$S$13*($AF53/$U32)
33		6	7,1	16	=S33-S32				
34			7,1			=$S$13*($T34/$U34)		=СРЗНАЧ(S34:S35)	=$S$13*($AF55/$U34)
35		7	7,9	9	=S35-S34				
36			7,9			=$S$13*($T36/$U36)		=СРЗНАЧ(S36:S37)	=$S$13*($AF57/$U36)
37		8	10,3	8	=S37-S36				

з) обчислити суму Пірсона;

$$\chi^2_{\text{спост}} = \sum_{\text{i}} \chi^2_{\text{i}} = \sum_{\text{i}} \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'} = 6{,}69$$

	AG	AH	AI	AJ	AK
4					
5		***з) обчислити суму Пірсона;***			
6–8		$\chi^2_{\text{спост}} = \sum_{\text{i}} \chi^2_{\text{i}} = \sum_{\text{i}} \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$			
9					
10		i	n_i	n_i'	χ^2_{i}
11–12		1	13	10,9242	0,39444
13–14		2	9	12,2927	0,88198
15–16		3	23	14,7322	4,63994
17–18		4	23	22,4553	0,01321
19–20		5	18	19,4922	0,11423
21–22		6	16	15,8032	0,00245
23–24		7	9	10,6862	0,26607
25–26		8	8	9,9484	0,3816
27–28		$\chi^2_{\text{спост}} = \sum_{\text{i}} \chi^2_{\text{i}}$			6,69

з) обчислити суму Пірсона;

$$\chi^2_{\text{спост}} = \sum_i \chi_i^2 = \sum_i \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$$

i	n_i	n_i'	χ_i^2
1	13	=AF43	=(($AI11-$AJ11)^2)/$AJ11
2	9	=AF45	=(($AI13-$AJ13)^2)/$AJ13
3	23	=AF47	=(($AI15-$AJ15)^2)/$AJ15
4	23	=AF49	=(($AI17-$AJ17)^2)/$AJ17
5	18	=AF51	=(($AI19-$AJ19)^2)/$AJ19
6	16	=AF53	=(($AI21-$AJ21)^2)/$AJ21
7	9	=AF55	=(($AI23-$AJ23)^2)/$AJ23
8	8	=AF57	=(($AI25-$AJ25)^2)/$AJ25
$\chi^2_{\text{спост}} = \sum_i \chi_i^2$			=СУММ(AK11:AK26)

и) визначити кількість ступенів вільності, з рівнем значущості α перевірити гіпотезу про нормальний розподіл;

Для обчислення кількості ступенів вільності треба від числа інтервалів відняти кількість зв'язків, які накладає підсумовування. У випадку нормального закону зв'язків 3, це підсумовування при обчисленні $\bar{x}$, D, χ^2.

Отже, ступенів вільності 8 – 3 = 5.

Нехай заданий рівень значущості α = 0,05. Використовуючи табл. А.5, знайдемо критичне значення розподілу χ^2 :

$\chi^2_{\text{крит}} = 11{,}1$

отже, $\chi^2_{\text{спост}} < \chi^2_{\text{крит}}$, тому *немає* підстав відкинути гіпотезу про нормальний розподіл.

к) визначити ймовірність попадання в інтервал [a; b] двома способами – за відносною частотою і за теоретичною функцією розподілу;

Визначимо ймовірність P_{ab} попадання у інтервал [3,5; 4,8] двома способами – за відносною частотою і за теоретичною функцією розподілу.

За відносною частотою:

$$P = \frac{0{,}5 \cdot 9 + 23}{119} = 0{,}23$$

(в чисельнику враховуємо частоти тих варіант варіаційного ряду, які належать інтервалу [a; b], для точок, які знаходяться на границі частота зменшується вдвічі).

За теоретичним розподілом:

$$P_{ab} = P\,(a \le X \le b) = \Phi\,(x'') - \Phi\,(x')$$

$x'' = \dfrac{4{,}8 - 5{,}38}{1{,}86} = -0{,}31$ $\qquad$ $x' = \dfrac{3{,}5 - 5{,}38}{1{,}86} = -1{,}23$

$$P_{ab} = \Phi\,(-0{,}31) - \Phi\,(-1{,}23) = -\,0{,}1217 - (-\,0{,}3907) = 0{,}269$$

л) знайти інтервали довіри для числових параметрів «а» і «σ» нормально розподіленої генеральної сукупності.

Знайдемо інтервали довіри для параметрів нормального розподілу; нехай їх треба обчислити з надійністю $\gamma = 0{,}999$. В табл. А.3 для n = 119 і $\gamma = 0{,}999$ знаходимо $t_\gamma = 3{,}374$ і обчислюємо відхилення:

$$\delta = \frac{t_y \cdot S}{\sqrt{n}} = \frac{3{,}374 \cdot 1{,}86}{\sqrt{119}} = \frac{6{,}28}{10{,}9} = 0{,}5$$

$a - \delta = 5{,}38 - 0{,}58 = 4{,}8$

$a + \delta = 5{,}38 + 0{,}58 = 5{,}96$

З надійністю γ = 0,999 отримаємо $4{,}8 < a < 5{,}96$.

Додаток А (табл. А.4) дозволяє знайти $q_\gamma = 0{,}27$. Тому з надійністю $\gamma = 0{,}999$ отримаємо інтервал довіри:

$\sigma\,(1 - q) < \sigma < \sigma\,(1 + q),$

$\sigma\,(1 - q) = 1{,}86(1 - 0{,}27) = 1{,}36$

$\sigma\,(1 - q) = 1{,}86(1 + 0{,}27) = 2{,}36$

З надійністю γ = 0,999 отримаємо $1{,}36 < \sigma < 2{,}36$.

Додаток А

Таблиця А.2. – Таблиця значень функції Φ(x)

X	Φ(X)
0,00	0,0000
0,01	0,0040
0,02	0,0080
0,03	0,0120
0,04	0,0160
0,05	0,0199
0,06	0,0239
0,07	0,0279
0,08	0,0319
0,09	0,0359
0,10	0,0398
0,11	0,0438
0,12	0,0478
0,13	0,0517
0,14	0,0557
0,15	0,0596
0,16	0,0636
0,17	0,0675
0,18	0,0714
0,19	0,0754
0,20	0,0793
0,21	0,0832
0,22	0,0871
0,23	0,0910
0,24	0,0948
0,25	0,0987
0,26	0,1026
0,27	0,1064
0,28	0,1103
0,29	0,1141
0,30	0,1179
0,31	0,1217
0,32	0,1255
0,33	0,1293
0,34	0,1331
0,35	0,1368
0,36	0,1406
0,37	0,1443
0,38	0,1480
0,39	0,1517
0,40	0,1554

X	Φ(X)
0,41	0,1591
0,42	0,1627
0,430,	0,16664
0,44	0,1700
0,45	0,1736
0,46	0,1772
0,47	0,1808
0,48	0,1844
0,49	0,1879
0,50	0,1915
0,51	0,1950
0,52	0,1985
0,53	0,2019
0,54	0,2054
0,55	0,2088
0,56	0,2122
0,57	0,2157
0,58	0,2190
0,59	0,2224
0,60	0,2257
0,61	0,2291
0,62	0,2324
0,63	0,2356
0,64	0,2389
0,65	0,2421
0,66	0,2454
0,67	0,2486
0,68	0,2517
0,69	0,2549
0,70	0,2580
0,71	0,2611
0,72	0,2642
0,73	0,2673
0,74	0,2703
0,75	0,2734
0,76	0,2764
0,77	0,2793
0,78	0,2823
0,79	0,2852
0,80	0,2881
0,81	0,2910

X	Φ(X)
0,82	0,2939
0,83	0,2967
0,84	0,2995
0,85	0,3023
0,86	0,3051
0,87	0,3079
0,88	0,3106
0,89	0,3133
0,90	0,3159
0,91	0,3186
0,92	0,3212
0,93	0,3238
0,94	0,3264
0,95	0,3289
0,96	0,3315
0,97	0,3340
0,98	0,3365
0,99	0,3389
1,00	0,3414
1,01	0,3438
1,02	0,3461
1,03	0,3485
1,04	0,3508
1,05	0,3531
1,06	0,3554
1,07	0,357
1,08	0,3599
1,09	0,3622
1,10	0,3634
1,11	0,3665
1,12	0,3687
1,13	0,3708
1,14	0,3729
1,15	0,3749
1,16	0,3770
1,17	0,3790
1,18	0,3810
1,19	0,3830
1,20	0,3849
1,21	0,3869
1,22	0,3888

X	Φ(X)
1,23	0,3907
1,24	0,3925
1,25	0,3944
1,26	0,3962
1,27	0,3980
1,28	0,3997
1,29	0,4015
1,30	0,4032
1,31	0,4049
1,35	0,4115
1,36	0,4131
1,37	0,4147
1,38	0,4162
1,39	0,4177
1,40	0,4193
1,41	0,4207
1,42	0,4222
1,43	0,4236
1,44	0,4251
1,45	0,4265
1,46	0,4279
1,47	0,4292
1,48	0,4306
1,49	0,4319
1,50	0,4332
1,51	0,4345
1,52	0,4347
1,53	0,4370
1,54	0,4382
1,55	0,4394
1,56	0,4406
1,57	0,4418
1,58	0,4429
1,59	0,4441
1,60	0,4452
1,61	0,4463
1,62	0,4474
1,63	0,4485
1,64	0,4495
1,65	0,4505
1,66	0,4515
1,67	0,4525

Продовження таблиці А.2

X	Φ(X)	X	Φ(X)	X	Φ(X)	X	Φ(X)
1,68	0,4535	1,92	0,4726	2,32	0,4898	2,78	0,4973
1,69	0,4545	1,93	0,4732	2,34	0,4903	2,80	0,4974
1,70	0,4554	1,94	0,4738	2,36	0,4909	2,82	0,4976
1,71	0,4564	1,95	0,4744	2,38	0,4913	2,84	0,4977
1,72	0,4573	1,96	0,4750	2,40	0,4918	2,86	0,4979
1,73	0,4582	1,97	0,4756	2,42	0,4922	2,88	0,4980
1,74	0,4591	1,98	0,4761	2,44	0,4926	2,90	0,4981
1,75	0,4599	1,99	0,4767	2,46	0,4930	2,92	0,4982
1,76	0,4608	2,00	0,4772	2,48	0,4934	2,94	0,4984
1,77	0,4616	2,02	0,4783	2,50	0,4938	2,96	0,4985
1,78	0,4625	2,04	0,4793	2,52	0,4941	2,98	0,4986
1,79	0,4633	2,06	0,4803	2,54	0,4944	3,00	0,4986
1,80	0,4641	2,08	0,4812	2,56	0,4948	3,20	0,4993
1,81	0,4648	2,10	0,4821	2,58	0,4951	3,40	0,4996
1,82	0,4656	2,12	0,4830	2,60	0,4953	3,60	0,4998
1,83	0,4664	2,14	0,4838	2,62	0,4956	3,80	0,4999
1,84	0,4671	2,16	0,4846	2,64	0,4958	4,00	0,4999
1,85	0,4678	2,18	0,4854	2,66	0,4961	4,25	0,4999
1,86	0,4686	2,20	0,4861	2,68	0,4963	4,50	0,4999
1,87	0,4693	2,22	0,4868	2,70	0,4965	5,00	0,4999
1,88	0,4699	2,24	0,4874	2,72	0,4967	∞	0,5
1,89	0,4706	2,26	0,4881	2,74	0,4969		
1,90	0,4713	2,28	0,4887	2,76	0,4971		
1,91	0,4719	2,30	0,4893				

Таблиця А.3. – Таблиця значень функції $t_\gamma = t(\gamma, n)$,

n \ γ	0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	8,61
6	2,57	4,03	6,86
7	2,45	3,71	5,96
8	2,37	3,50	5,41
9	2,31	3,36	5,04
10	2,26	3,25	4,78
11	2,23	3,17	4,59
12	2,20	3,11	4,44
13	2,18	3,06	4,32
14	2,16	3,01	4,22
15	2,15	2,98	4,14
16	2,13	2,95	4,07
17	2,12	2,92	4,02
18	2,11	2,90	3,97
19	2,10	2,88	3,92

n \ γ	0,95	0,99	*0,999*
20	2,093	2,861	3,883
25	2,064	2,797	3,745
30	2,045	2,756	3,659
35	2,032	2,720	3,600
40	2,023	2,708	3,558
45	2,016	2,692	3,527
50	2,009	2,679	3,502
60	2,001	2,662	3,464
70	1,996	2,649	3,439
80	1,991	2,640	3,418
90	1,987	2,633	3,403
100	1,984	2,627	3,392
120	1,980	2,617	3,374
∞	1,960	2,576	3,291

Таблиця А.4 – Таблиця значень функції $q_{\gamma} = q(\gamma, n)$

n \ γ	0,95	0,99	0,999	n \ γ	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

Таблиця А.5 – Критичні точки розподілу χ^2

Кількість ступенів вільності	Рівень значущості α			Кількість ступенів вільності	Рівень значущості α		
	0,01	0,025	***0,05***		0,01	0,025	0,05
1	6,6	5,0	3,8	16	32,0	28,8	26,3
2	9,2	7,4	6,0	17	33,4	30,2	27,6
3	11,3	9,3	7,8	18	34,8	31,5	28,9
4	13,3	11,1	9,5	19	36,2	32,9	30,1
5	15,1	12,8	11,1	20	37,6	34,2	31,4
6	16,8	14,4	12,6	21	38,9	35,5	32,7
7	18,5	16,0	14,1	22	40,3	36,8	33,9
8	20,1	17,5	15,5	23	41,6	38,1	35,2
9	21,7	19,0	16,9	24	43,0	39,4	36,4
10	23,2	20,5	18,3	25	44,3	40,6	37,7
11	24,7	21,9	19,7	26	45,6	41,9	38,9
12	26,2	23,3	21,0	27	47,0	43,2	40,1
				28	48,3	44,5	41,3
13	27,7	24,7	22,4	29	49,6	45,7	42,6
14	29,1	26,1	23,7	30	50,9	47,0	43,8
15	30,6	27,5	25,0				

Сумський державний університет

Кафедра
Прикладної математики та моделювання складних систем

ЗВІТ

Завдання 20

Дисципліна
Теорія ймовірностей та математична статистика

Варіант 8

Виконавець: студентка групи ПМ-81
Пороскун Олена Олегівна

Викладач: Гончаров Олександр Андрійович

Суми, Сумська область

2020

Завдання 20 (таблиця 6.8). Для заданої двовимірної вибірки виконати такі завдання:

а) обчислити числові характеристики

S_x, S_y, S_{xx}, S_{yy}, S_{xy}, $\bar{x}$, $\bar{y}$, D_x, D_y;

б) обчислити коефіцієнти рівняння лінійної регресії;

в) обчислити вибірковий коефіцієнт кореляції, оцінити тісноту лінійного зв'язку між факторами

г) для X_{min}, X, X_{max} знайти передбачення «у»;

д) для X_{min}, X, X_{max} знайти інтервали довіри лінії регресії з надійністю γ;

е) побудувати на одному рисунку кореляційне поле, лінію регресії і область довіри.

В таблиці 6.8 число «k» дорівнює остачі від ділення номера варіанта на 5, а число «n» приймає значення з набору для цього варіанта (табл. 6.4). Отже, в початковий числовий масив треба включити пари чисел «x» і «y», які записані в стовпці «k» в тих клітинах (відокремлених товстими горизонтальними лініями), номер «n» яких належить набору даного варіанта.

Таблиця 6.8

k →	0		1		2		3		4	
n ↓	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	35	30	58	13	83	28	65	15	75	28
	31	38	29	32	86	29	86	39	77	34
	1	73	2	54	80	25	76	28	99	63
	36	28	29	34	90	34	86	37	96	58
2	6	63	31	31	61	14	86	37	65	18
	43	25	37	25	75	24	81	32	95	58
	27	42	21	39	76	23	63	15	65	21
	3	69	55	11	70	19	96	44	62	16
3	1	70	0	61	86	33	99	50	92	53
	6	63	49	23	92	38	84	37	77	33
	33	34	56	20	98	41	77	27	78	35
	46	47	26	34	79	23	62	19	96	55

Продовження таблиці 6.8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	10	58	38	26	78	25	76	27	82	40
	49	16	14	40	65	18	78	29	71	23
	45	24	33	31	71	17	87	40	82	38
	46	21	21	36	64	16	72	24	75	28
5	17	52	40	27	63	16	92	46	85	40
	4	71	7	52	96	45	80	31	64	17
	17	50	4	53	66	17	85	36	92	51
	34	32	24	38	91	36	91	48	60	16
6	2	76	57	17	74	22	61	19	66	24
	4	70	43	24	95	43	60	18	96	61
	39	28	51	17	85	29	92	42	91	54
	4	70	7	49	85	31	89	43	68	24
7	9	61	55	22	70	20	66	23	88	49
	16	54	45	25	61	12	71	26	64	21
	35	28	46	21	82	26	64	18	88	45
	9	65	35	26	83	26	74	24	87	45
8	3	73	34	30	93	39	68	20	96	59
	18	52	28	31	86	29	87	42	81	33
	45	15	17	40	86	29	75	27	65	20
	3	74	16	38	88	38	73	25	69	25

Таблиця 6.4

Варіант	1	2	3	4	5	6
набір	3 4 5 6 8	1 2 3 6 8	2 3 5 7 8	2 3 4 6 8	1 2 5 6 8	1 4 5 6 7

Продовження таблиці 6.4

Варіант	7	8	9	10	11	12
набір	1 3 5 6 8	3 5 6 7 8	1 2 3 4 7	1 3 4 7 8	1 3 4 6 7	2 3 6 7 8

Продовження таблиці 6.4

Варіант	13	14	15	16	17	18
набір	2 3 4 5 6	1 4 5 7 8	1 2 3 4 5	2 5 6 7 8	1 2 4 5 8	1 2 4 6 7

Продовження таблиці 6.4

Варіант	19	20	21	22	23	24
набір	1 4 5 6 8	1 3 5 7 8	1 2 4 5 7	2 3 4 5 7	1 2 5 6 7	3 4 5 7 8

Продовження таблиці 6.4

Варіант	25	26	27	28	29	30
набір	2 3 4 5 8	1 2 3 4 6	1 2 4 6 8	1 3 4 5 7	1 4 6 7 8	1 3 4 6 8

а) *Формули для знаходження числових характеристик:*

$$S_x = \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad S_y = \sum_{i=1}^{n} y_i \qquad S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 \quad S_{yy} = \sum_{i=1}^{n} {y_i}^2 \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i$$

$$n = \textit{обсяг величин } X\ (\textit{ та } У)$$

$$\bar{x} = \frac{S_x}{n} \qquad \bar{y} = \frac{S_y}{n}$$

$$D_x = \frac{S_{xx}}{n} - \overline{x}^{\,2} \qquad D_y = \frac{S_{yy}}{n} - \overline{y}^{\,2}$$

б) *Коефіцієнти рівняння лінійної регресії:*

$$k = \frac{\frac{S_{xy}}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{D_x} = \ 0{,}89 \qquad b = \ \bar{y} - k \cdot \bar{x} \ = -38{,}3$$

Рівняння лінійної регресії: $y(x) = kx + b$

$$y = 0{,}89\ x - 38{,}3$$

в) *Вибірковий коефіцієнт кореляції обчислюється за формулою:*

$$r = k \cdot \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} = 0{,}97$$

Можна оцінити тісноту лінійного зв'язку між факторами за шкалою:

| r | < 0,6 – слабка

0,6 ≤ | r | ≤ 0,9 – середня

| r | > 0,9 – сильна.

Висновок: між факторами X і У спостерігається лінійний зв'язок з сильним рівнем тісноти, так як | r | = 0,97 > 0,9.

г) для Xmin, X, Xmax знайти передбачення «у»

$$y(x) = kx + b$$

$$y(x_{min}) = y(60) = 15{,}4$$

$$y(\overline{x}) = y(77{,}5) = 31$$

$$y(x_{max}) = y(99) = 50{,}3$$

д) *для X_{min}, X, X_{max} знайти інтервали довіри лінії регресії з надійністю γ = 0.999;*

$$S_y = \sqrt{\frac{n}{n-1} D_y} = 10{,}9$$

Використовуючи таблицю А.3, знаходимо t_γ = 3,883. Тепер можна записати формулу для обчислення ширини інтервалу довіри

$$\delta(x) = \frac{t_y \cdot S_y}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{(x - \overline{x})^2}{D}}$$

$$\frac{t_y \cdot S_y}{\sqrt{n}} = 9{,}5$$

$$\delta(x_{min}) = \delta(60) = 17{,}18$$

$$\delta(\overline{x}) = \delta(77{,}5) = 9{,}5$$

$$\delta(x_{max}) = \delta(99) = 19{,}9$$

Отже, *отримаємо інтервали довіри для передбачень «у» в заданих точках*

$$y_x - \delta_x \le y \le y_x + \delta_x;$$

x = 60: -1,79 $\le$ y $\le$ 32,57,

x = 77,5: 21,55 $\le$ y $\le$ 40,55,

x = 99: 30,30 $\le$ y $\le$ 70,28.

***е)** побудувати на одному рисунку кореляційне поле, лінію регресії і область довіри*

Завдання 20 Пороскун О. ПМ-81

Пороскун О. ПМ-81

Завдання 20

x	y
99	50
84	37
77	27
62	19
92	46
80	31
85	36
91	48
61	19
60	18
92	42
89	43
66	23
71	26
64	18
74	24
68	20
87	42
75	27
73	25

Для заданої двовимірної вибірки виконати такі завдання:
а) обчислити числові характеристики Sx, Sy, Sxx, Syy, Sxy, $\overline{x}$, $\overline{y}$, Dx, Dy;
б) обчислити коефіцієнти рівняння лінійної регресії;
в) обчислити вибірковий коефіцієнт кореляції, оцінити тісноту лінійного зв'язку між факторами
г) для Xmin, X, Xmax знайти передбачення «у»;
д) для Xmin, X, Xmax знайти інтервали довіри лінії регресії з надійністю γ;
е) побудувати на одному рисунку кореляційне поле, лінію регресії і область довіри.

а) обчислити числові характеристики

Sx	1550
Sy	621
Sxx	122822
Syy	21557
Sxy	50541
$\overline{x}$	77,5
$\overline{y}$	31,05
Dx	134,85
Dy	113,7475
n	20

б) обчислити коефіцієнти рівняння лінійної регресії

y = kx + b

k = 0,89	b = -38,30	y = 0,89 x - 38,3

в) обчислити вибірковий коефіцієнт кореляції, оцінити тісноту лінійного зв'язку між факторами

r = 0,97

Висновок: між факторами X і У спостерігається лінійний зв'язок з сильним рівнем тісноти, так як |r| = 0,97> 0,9.

$$S_x = \sum_{i=1}^{n} x_i \quad S_y = \sum_{i=1}^{n} y_i \quad \bar{x} = \frac{S_x}{n} \quad \bar{y} = \frac{S_y}{n}$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \quad S_{yy} = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i$$

$$D_x = \frac{S_{xx}}{n} - \bar{x}^2$$

$$D_y = \frac{S_{yy}}{n} - \bar{y}^2$$

$$k = \frac{\frac{S_{xy}}{n} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{D_x}$$

$$b = \bar{y} - k\cdot\bar{x}$$

$$r = k \cdot \sqrt{\frac{D_x}{D_y}}$$

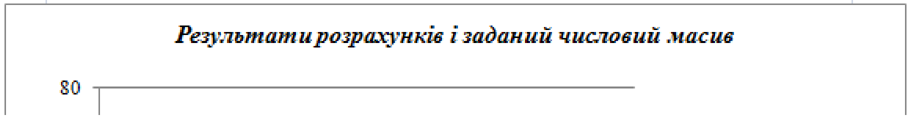
Лінія регресії
y(x) = kx + b

x	y(x)
99	50,29
84	36,87
77	30,60

г) для Xmin, X, Xmax знайти передбачення «у»;
y = kx + b

X min	60	*y(X min)*	15,39
$\overline{x}$	77,5	*y(X)*	31,05
X max	99	*y(X max)*	50,28999

е) побудувати на одному рисунку кореляційне поле, лінію регресії і область довіри



Завдання 20 Пороскун О. ПМ-81

73	25

Лінія регресії $y(x) = kx + b$	
x	y(x)
99	50,29
84	36,87
77	30,60
62	17,18
92	44,03
80	33,29
85	37,76
91	43,13
61	16,28
60	15,39
92	44,03
89	41,34
66	20,76
71	25,23
64	18,97
74	27,92
68	22,55
87	39,55
75	28,81
73	27,02

г) для Xmin, X, Xmax знайти передбачення «у»;

$y = kx + b$

X min	60	*y(X min)*	15,39
$\overline{x}$	77,5	*y(X)*	31,05
X max	99	*y(X max)*	50,28999

д) для Xmin, X, Xmax знайти інтервали довіри лінії регресії з надійністю γ ;

Sy = 10,94231 $$S_y = \sqrt{\frac{n}{n-1} D_y}$$

Використовуючи таблицю А.3, знаходимо tγ = 3,883. Тепер можна записати формулу для обчислення ширини інтервалу довіри:

$$\delta(x) = \frac{t_y \cdot S_y}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{(x-\overline{x})^2}{D}},$$

tγ = 3,883

$$\frac{t_y \cdot S_y}{\sqrt{n}} = 9{,}50$$

X min	60	δ(Xmin)	17,18
$\overline{x}$	77,5	δ(X)	9,50
X max	99	δ(Xmax)	19,99

Отже, *отримаємо інтервали довіри для передбачень «у» в заданих точках*

yx − δx ≤ y ≤ yx + δx;

X min	60	-1,79 ≤ y ≤ 32,57
$\overline{x}$	77,5	21,55 ≤ y ≤ 40,55
X max	99	30,30 ≤ y ≤ 70,28

е) побудувати на одному рисунку кореляційне поле, лінію регресії і область довіри

Завдання 20 Пороскун О. ПМ-81 (формули)

x	y
99	50
84	37
77	27
62	19
92	46
80	31
85	36
91	48
61	19
60	18
92	42
89	43
66	23
71	26
64	18
74	24
68	20
87	42
75	27
73	25

Пороскун О. ПМ-81

Завдання 20

Для заданої двовимірної вибірки виконати такі завдання:

а) обчислити числові характеристики Sx, Sy, Sxx, Syy, Sxy, $\bar{x}$, $\bar{y}$, Dx, Dy;

б) обчислити коефіцієнти рівняння лінійної регресії;

в) обчислити вибірковий коефіцієнт кореляції, оцінити тісноту лінійного зв'язку між факторами

г) для Xmin, X, Xmax знайти передбачення «y»;

д) для Xmin, X, Xmax знайти інтервали довіри лінії регресії з надійністю γ ;

е) побудувати на одному рисунку кореляційне поле, лінію регресії і область довіри.

$$S_x=\sum_{i=1}^{n}x_i \qquad S_y=\sum_{i=1}^{n}y_i \qquad \bar{x}=\frac{S_x}{n} \qquad \bar{y}=\frac{S_y}{n}$$

$$S_{xx}=\sum_{i=1}^{n}{x_i}^2 \qquad S_{yy}=\sum_{i=1}^{n}{y_i}^2 \qquad S_{xy}=\sum_{i=1}^{n}x_i\cdot y_i$$

M11 | f_x =B5^2+B6^2+B7^2+B8^2+B9^2+B10^2+B11^2+B12^2+B13^2+B14^2+B15^2+B16^2+B17^2+B18^2+B19^2+B20^2+B21^2+B22^2+B23^2+B24^2

Завдання 20 Пороскун О. ПМ-81 (формули)

	K	L	M	N
7–8		***а) обчислити числові характеристики***		
9		Sx	=СУММ(B5:B24)	
10		Sy	=СУММ(C5:C24)	
11		Sxx	=B5^2+B6^2+B7^2+B8^2+B9^2+B1(	
12		Syy	=СУММКВ(C5:C24)	
13		Sxy	=B5*C5+B6*C6+B7*C7+B8*C8+B9*C9	
14		$\overline{x}$	=СРЗНАЧ(B5:B24)	
15		$\overline{y}$	=СРЗНАЧ(C5:C24)	
16		Dx	=M11/M18-M14^2	
17		Dy	=M12/M18-M15^2	
18		n	=СЧЁТ(B5:B24)	

б) обчислити коефіцієнти рівняння лінійної регресії

y = kx + b

k = =((M13/M18)-M14*M15)/M16	b = =M15-P11*M14	y = 0,89 x - 38,3

в) обчислити вибірковий коефіцієнт кореляції, оцінити тісноту лінійного зв'язку між факторами

r = =P11*КОРЕНЬ(M16/M17)

Висновок: між факторами X і У спостерігається лінійний зв'язок з сильним рівнем тісноти, так як | r | = 0,97> 0,9.

M13 | f_x =B5*C5+B6*C6+B7*C7+B8*C8+B9*C9+B10*C10+B11*C11+B12*C12+B13*C13+B14*C14+B15*C15+B16*C16+B17*C17+B18*C18+B19*C19+B20*C20+B21*C21+B22*C22+B23*C23+B24*C24

Завдання 20 Пороскун О. ПМ-81 (формули)

	K	L	M	N
7–8		***а) обчислити числові характеристики***		
9		Sx	=СУММ(B5:B24)	
10		Sy	=СУММ(C5:C24)	
11		Sxx	=B5^2+B6^2+B7^2+B8^2+B9^2+B10^2-	
12		Syy	=СУММКВ(C5:C24)	
13		Sxy	=B5*C5+B6*C6+B7*C7+B8*C8+B	
14		$\overline{x}$	=СРЗНАЧ(B5:B24)	
15		$\overline{y}$	=СРЗНАЧ(C5:C24)	
16		Dx	=M11/M18-M14^2	
17		Dy	=M12/M18-M15^2	
18		n	=СЧЁТ(B5:B24)	

б) обчислити коефіцієнти рівняння лінійної регресії

y = kx + b

k = =((M13/M18)-M14*M15)/M16	b = =M15-P11*M14	y = 0,89 x - 38,3

в) обчислити вибірковий коефіцієнт кореляції, оцінити тісноту лінійного зв'язку між факторами

r = =P11*КОРЕНЬ(M16/M17)

Висновок: між факторами X і У спостерігається лінійний зв'язок з сильним рівнем тісноти, так як | r | = 0,97> 0,9.

Лінія регресії y(x) = kx + b	
x	y(x)
99	=$P$11*$B29+$R$11
84	=$P$11*$B30+$R$11
77	=$P$11*$B31+$R$11
62	=$P$11*$B32+$R$11
92	=$P$11*$B33+$R$11
80	=$P$11*$B34+$R$11
85	=$P$11*$B35+$R$11
91	=$P$11*$B36+$R$11
61	=$P$11*$B37+$R$11
60	=$P$11*$B38+$R$11
92	=$P$11*$B39+$R$11
89	=$P$11*$B40+$R$11
66	=$P$11*$B41+$R$11
71	=$P$11*$B42+$R$11
64	=$P$11*$B43+$R$11
74	=$P$11*$B44+$R$11
68	=$P$11*$B45+$R$11
87	=$P$11*$B46+$R$11
75	=$P$11*$B47+$R$11
73	=$P$11*$B48+$R$11

г) для Xmin, X, Xmax знайти передбачення «y»;

y = kx + b

X min	=МИН($B$5:$B$24)	*y(X min)*	=$P$11*$G28+$R$11
$\overline{x}$	=СРЗНАЧ($B$5:$B$24)	*y(X)*	=$P$11*$G29+$R$11
X max	=МАКС($B$5:$B$24)	*y(X max)*	=$P$11*$G30+$R$11

д) для Xmin, X, Xmax знайти інтервали довіри лінії регресії з надійністю ;

Sy = =КОРЕНЬ((M18/(M18-1))*M17)

$$S_y = \sqrt{\frac{n}{n-1} D_y}$$

Використовуючи таблицю А.3, знаходимо tγ = 3,883. Тепер можна записати формулу для обчислення ширини інтервалу довіри:

$$\delta(x) = \frac{t_y \cdot S_y}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{(x-\overline{x})^2}{D}},$$

tγ = 3,883

$\frac{t_y \cdot S_y}{\sqrt{n}}$ = =(J42*F36)/КОРЕНЬ(M18)

X min	=МИН($B$5:$B$24)	δ(Xmin)	=$F$44*КОРЕНЬ(1+((($G46-$G$47)^2))/$M$16)
$\overline{x}$	=СРЗНАЧ($B$5:$B$24)	δ(X)	=$F$44*КОРЕНЬ(1+((($G47-$G$47)^2))/$M$16)
X max	=МАКС($B$5:$B$24)	δ(Xmax)	=$F$44*КОРЕНЬ(1+((($G48-$G$47)^2))/$M$16)

Отже, *отримаємо інтервали довіри для передбачень «y» в заданих точках*

yx – δx ≤ y ≤ yx + δx;

X min	=МИН($B$5:$B$24)	=$I28-$I46	≤ y ≤	=$I28+$I46
$\overline{x}$	=СРЗНАЧ($B$5:$B$24)	=$I29-$I47	≤ y ≤	=$I29+$I47
X max	=МАКС($B$5:$B$24)	=$I30-$I48	≤ y ≤	=$I30+$I48