Розділ 2

Прийняття рішень в умовах визначеності

Лекція 3.Багатокритеріальна оптимізація. Експертне визначення вагів критеріїв. Excel –реалізація задач.

Зміст лекції:

- 1. Експертне визначення вагів критеріїв
- 2. Excel -реалізація задач. багатокритеріальної оптимізації





Багатокритеріальні задачі прийняття рішень. Повторення.

Задачі, в яких оптимізацію проводять за кількома параметрами, називають задачами **багатопараметричної або** векторної оптимізації.

Багатопараметрична оптимізація являє собою спробу знайти певний компроміс між тими параметрами, за якими вимагається оптимізувати рішення.



Експертне визначення вагів критеріїв

Важливим елементом при такій оптимізації є призначення коефіцієнтів ваги кожного критерія.

Поширений метод — *визначення* коефіцієнтів ваги—

за допомогою експертів

який представляє собою, по суті, звичайне обговорення, з тією лише різницею, що свою думку експерти висловлюють не словами, а цифрами.

Експертне визначення вагів критеріїв

и експертних оцінок широко поширені в спорті, наприклад, в фігурному катанні, гімнастиці.





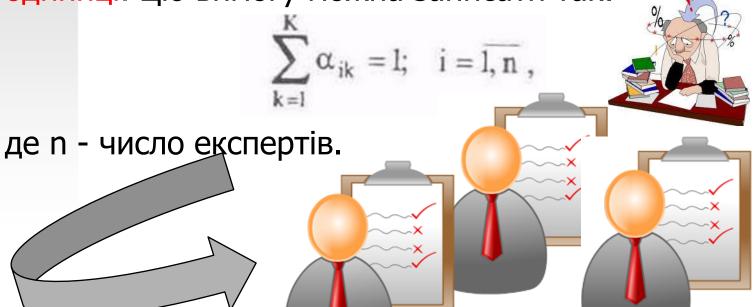


Широко використовується аналіз колективної думки фахівців і при прийнятті оптимальних рішень. Запропоновано досить багато методів

Обробки експертних оцінок. Розглянемо основні

Безпосереднє призначення коефіцієнтів ваги

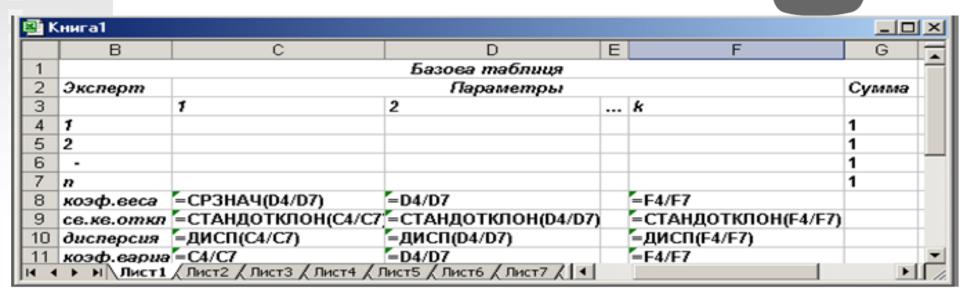
Кожен експерт оцінює порівняльну важливість параметрів, що входитимуть в цільову функцію. Кожен і-ий експерт для кожного k-го параметра повинен призначити коефіцієнт ваги a_{ik} таким чином, щоб сума всіх коефіцієнтів ваги, призначених одним експертом для різних параметрів, дорівнювала одиниці. Цю вимогу можна записати так:



Безпосереднє призначення коефіцієнтів ваги

Алгоритм

- 1. Визначити число параметрів К, які будуть включені в цільову функцію.
- 2. Підготувати таблицю за формою, (будемо називати базовою).





Безпосереднє призначення вагів

- **Алгоритм.** Ввести функції Excel, що визначають середнє значення, середньоквадратичне відхилення, дисперсію, як це показано в осередках C8: F10.
 - > В клітинки С11-F11 ввести формули для визначення коефіцієнта варіабильности. Після цих робіт таблиця підготовлена до введення результатів експертизи.

®ĸ	(нига1						×
	В	С	D	Е	F	G	
1			Базова таблиця				
2	Эксперт		Параметры			Сумма	
3		1	2		k		
4	1					1	
5	2					1	
6						1	
7	n					1	
8	коэф.веса	=CP3HA4(D4/D7)	=D4/D7		=F4/F7		
9	се.ке.откп	-СТАНДОТКЛОН(С4/С7)	=СТАНДОТКЛОН(D4/D7)		–СТАНДОТКЛОН(F4/F7)		
10	дисперсия	=ДИСП(С4/С7)	-ДИСП(D4/D7)		=ДИСП(F4/F7)		
11	коэф.еариа	-C4/C7	-D4/D7		=F4/F7		┰
jie ∙	→ Ы Лист1	√Лист2 √Лист3 √Лист4 √Л	1ист5 / Лист6 / Лист7 / 【◀			Þ	1/2



Безпосереднє призначення вагів



Алгоритм

Значення коефіцієнта варіабильности показує величину розкиду експертних оцінок.

При v≤0,2 оцінки експертів можна вважати узгодженими.

У разі v > 0,2 доцільно провести з експертами змістовне обговорення важливості оцінюваних параметрів, після чого повторити експертизу. При збереженні величини розкиду доцільно враховувати імовірнісний характер експертних оцінок за методами,

∰ K⊦	ига1						<u> </u> ×				
	В	С	D	Е	F	G					
1	Базоеа таблиця										
2 :	Эксперт	рт Параметры									
3		1	2		k						
4	1					1					
5 :	2					1					
ŝ	-					1					
7 .	n					1					
В .	коэф.веса	=CP3HA4(D4/D7)	=D4/D7		=F4/F7						
9 (се.ке.откл	=СТАНДОТКЛОН(С4/С7)	-CTAHДОТКЛОН(D4/D7)		=СТАНДОТКЛОН(F4/F7)		0				
0	дисперсия	=ДИСП(С4/С7)	-ДИСП(D4/D7)		=ДИСП(F4/F7)						
	коэф.еариа	=C4/C7	=D4/D7		=F4/F7						
4	▶ H \Лист1	Дист2 Дист3 Дист4 Д	1ист5 / Лист6 / Лист7 / 【◀			>	Ц				



Безпосереднє призначення вагів



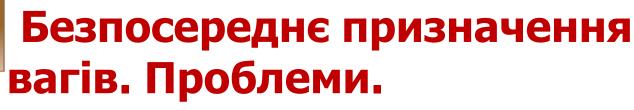
Алгоритм

3 Значення коефіцієнтів ваги, призначувані кожним експертом, ввести в комірки

На екрані: результат експертизи. В кл. В11:D11 знаходяться усереднені значення коефіцієнтів ваги.

Приклад заповнення таблиці (число параметрів три: A, Б, В і число експертів n=8.)

E K	нига1					×
	Α	В	С	E		
2	Експерт	Г	Тарпаметры	ol.	Сумма	
3		A	Б	В		
4	1	0,5	0,2	0,3	1,0	
5	2	0,5	0,3	0,2	1,0	
6	3	0,2	0,4	0,4	1,0	
7	4	0,2	0,3	0,5	1,0	
8	5	0,4	0,2	0,4	1,0	
9	6	0,3	0,4	0,3	1,0	
10	7	0,3	0,3	0,4	1,0	
11	8	0,5	0,2	0,3	1,0	
12	коэф.веса	0,36	0,29	0,35		-
I4 4	▶ № Лис	т1 Длист2	√ЛистЗ ДЛ	4	P	





Як Показує досвід, задоволення експертами вимоги

$$\sum_{k=1}^{K} \alpha_k = 1$$

при K> 3, викликає утруднення. Для того щоб уникнути виконання цієї вимоги, можна коефіцієнти ваги визначати та іншими методами,

E K	(нига1					×
	A	В	С	D	E	_
2	Експерт	Г	Тарпаметры	əl	Сумма	
3		A	Б	В		
4	1	0,5	0,2	0,3	1,0	
5	2	0,5	0,3	0,2	1,0	
6	3	0,2	0,4	0,4	1,0	
7	4	0,2	0,3	0,5	1,0	
8	5	0,4	0,2	0,4	1,0	
9	6	0,3	0,4	0,3	1,0	
10	7	0,3	0,3	0.4	1,0	
11	8	0,5	0,2	0,3	1,0	
12	коэф.веса	0,36	0,29	0,35	l i	-
14 4	▶ № Лис	т1 ДЛИСТ2	(ЛистЗ ДЛ	4		//



Оцінка важливості параметрів в балах



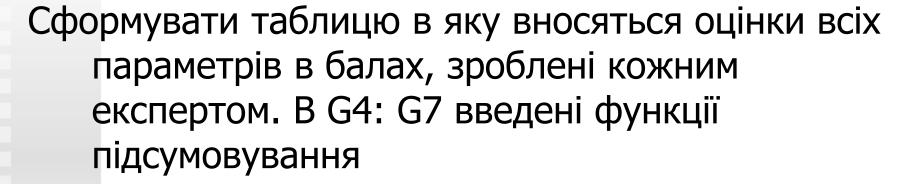
При оцінці важливості параметрів в балах кожен експерт оцінює параметри за десятибальною системою.

При цьому оцінка, що призначається кожним експертом кожному параметру, не пов'язана з оцінками, які він же призначає іншим параметрам.

Наприклад, всім параметрам можна призначати однакову оцінку.



Визначення коефіцієнтів ваги оцінки важливості параметрів в балах



44000	A	8	C	B	E	F	6
3				Оце	нка в	бал	ınax
4		Эксперт		Парал			Сумма
5			1	2	,,	k	
8		1					C9MM(C6:F6)
7		2					C9MM(C7:F7)
8							
8		n					C9MM(C9:F9)



Визначення коефіцієнтів ваги оцінки важливості параметрів в балах

Скласти базову табл., ввести зазначені функції

25:327	1A	B	C	D.	E	Part of the Part of the City
12				Базовая таблиц	a	
12 13 14 15 16 17		Эксперт		Параметры		
14			1	2		k
15	Y	1	C6/\$G\$6	D6/\$G6		F6/\$G6
36		2	C7/\$G\$7	D7/\$G7		F6/\$G7
37		Sec.				
38		n	C9/\$G\$9	D9/\$G9	1	F9/\$G9
19		коэф.веса	CP3HA4(J4:J7)	СРЗНЯЧ(К4:К7)		CP3H44(M4:M7)

параметрів в балах до значень коефіцієнтів ваги, сума яких для всіх параметрів дорівнює одиниці у кожного експерта.



Оцінка важливості параметрів в балах



Приклад вхідних оцінок у балах

100000	A B	C	D	E	F	G
57.50						
2			Оценк	а в балі	xen	
3	Эксперт	1	Параг	иетры		Сумма
4		А	Б	В	Г	
5	1	6	7	5	7	25
6	2	10	8	4	9	31
7	3	5	7	6	8	26
8	4	7	9	5	7	28
3	5	8	6	4	6	24

а результат визначення експертних оцінок

	A 8	C	D	TOP ENDS	5
11					
\$2			Базовая	таблица	
13	Эксперт		Пара	метры	
14		A	Б	В	Г
15	1	0.24	0.28	0.20	0.28
16	2	0.32	0.26	0.13	0.29
17	3	0.19	0.27	0.23	0.31
18	4	0.25	0.32	0.18	0.25
18	5	0.33	0.25	0.17	0.25
20	козф.веса	0.27	0.28	0.18	0.28

Якщо при k> 3 одночасна оцінка всіх параметрів викликає труднощі, їх можна оцінювати методом парних порівнянь..

Визначити число оцінюваних параметрів k і число експертів n. приймемо k=5; n=4. Для кожного експерта скласти окрему таблицю

STORY	8	C	D	E	F	6	H
1			Таблица для	каждого эк	сперта		
2			The state of the s		7)		1
3			П	араметры			
4	Параметры	А	Б	В	Г	Д	
5	А	X					C9MM(C5:G5)
6	5	ECNU(D5=1;0;1)	×				CHMM(C6:G6)
7	В	ECNI/(E5=1;0;1)	ECNU(E6=1;0;1)	X			C9MM(C7:G7)
8	Г	ECПИ(F5=1;0;1)	ECNU(F6=1;0;1)	ECЛИ(F7=1,0;1)	X		C9MM(C8:G8)
8	Д	ECЛИ(G5=1;0;1)	ECNI/(G6=1;0;1)	ECЛИ(G7=1;0;1)	ECNU(G8=1,0;1)	X	C9MM(C9:G9)
98							C9MM(H5:H9)

В цій таблиці експерт повинен ввести оцінку парних порівнянь, яка полягає в наступному. Якщо k-ий параметр важливіше j-ro, то в комірці, що належить k-ой рядку і j-му стовпцю, вказується 1, в іншому випадку - 0. Приклад заповнення такої таблиці першим експертом

	B	C	B	E	F	G	3-1
12			Табли	ца для	1-ro 3k	сперт	a
13							
14			Па	араметр	эы		Сумма
25	Параметры	А	Б	В	Г	Д	
16	А	×		1	1	8	2
17	Б	1	×	8	3	8	2
18	В	0	1	×	8	8	1
13	Г	0	0	1	×	1	2
20	Д	1	1	1	0	×	3
21					1		10

з якої видно, що за оцінкою цього експерта параметр А менш важливий, ніж параметр Б (D16 = 0) і Д (G16 = 0), але більш важливий, ніж В (E16 = 1) і Γ (F16 = 1).

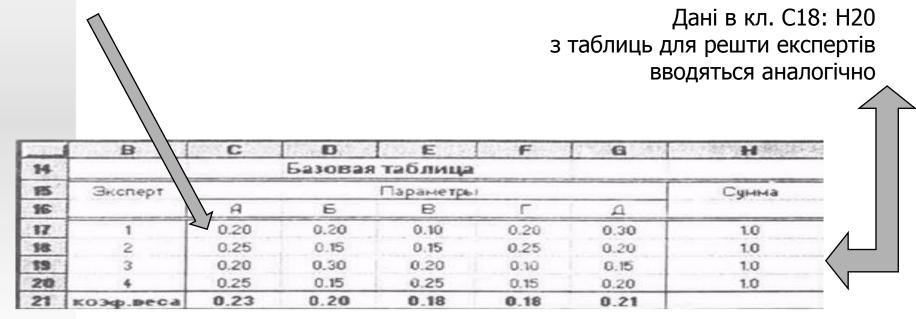
Скласти базову таблицю, в клітки якої введені формули для 1-го експерта.

	A	Ð	C	D	E	F	G
2				Базовая	таблица	N-select	THE PROPERTY OF
3	Э	ксперт		- 1	Параметры	ol	
4			A	Б	В	Г	Д
5		1	H16/\$H21	H17/\$H21	H18/\$H21	H19/\$H21	H20/\$H21
8		2			1		
7		3					
8		4					
9	KOS	ф.веса					
18	При	мечание	Указанны	е адреса і	находятся	в табл. на	рис 7.1.8

Адреси з табл попередн. Слайду

Базова таблиця, є формою для введення результатів експертизи. Приклад заповнення таблиці для 1-го експерта

В кл С17: Н17.





В кл. C21-G21 -кінцеві результаты експертизи

2.Excel –реалізація задач. багатокритеріальної оптимізації

Можливою реалізацією багатопараметричної оптимізації є узагальнена цільова функція Роб

$$F_{\text{ob}} = \sum_{k=1}^{S} \alpha_k \; \frac{F_k}{F_k^{\text{норм}}} \rightarrow \text{max} \; , \label{eq:fob}$$

де

 F_k - k-та цільова функція, $F_k^{\text{норм}}$ - нормуюче значення k-ої цільової функції, s — кількість цільових функцій, α k- коефіцієнт ваги k-ой цільової функції.

Перед складовими цільової функції, які максимізуються, ставиться знак "+", перед тими, що мінімізуються - "-".

Можливою реалізацією багатопараметричної оптимізації є узагальнена цільова функція Роб

$$F_{\text{of}} = \sum_{k=1}^{S} \alpha_k \; \frac{F_k}{F_k^{\text{норм}}} \rightarrow \text{max} \; ,$$

де

 F_k - k-та цільова функція, $F_k^{\text{норм}}$ - нормуюче значення k-ої цільової функції, s — кількість цільових функцій, α k- коефіцієнт ваги k-ой цільової функції.

Перед складовими цільової функції, які максимізуються, ставиться знак "+", перед тими, що мінімізуються - "-".

Для формування узагальненої цільової

функції

$$F_{ob} = \sum_{k=1}^{S} \alpha_k \frac{F_k}{F_k^{\text{Hopm}}} \rightarrow \text{max},$$



необхідно знати α k и $F_k^{\text{норм}}$ Значення $F_k^{\text{норм}}$ приймаються:

- при максимізації k-ой складової цільової функції: $F_k^{Hopm} = F_k^{max}$,
- при її мінімізації $F_k^{\text{норм}} = F_k^{\text{min}}$.

Підприємство виробляє 4 види продукції

Відомі

1.витрати

- Фінансів
- Сировини
- Трудових ресурсів

на одиницю продукції кожного виду. 2.Прибуток

від реалізації одиниці продукції кожного виду



3. макс допустимі витрати

Фінансів

- Сировини

Трудових ресурсів



Теорія Прийняття рішень © ЄА. Лавров, 2014-2019



Підприємство виробляє 4 види продукції
Відомі 1.витрати
- Фінансів
- Сировини
- Трудових ресурсів
на одиницю продукції кожного виду.
2.Прибуток
від реалізації одиниці продукції кожного виду

3. макс допустимі витрати
- Фінансів
- Сировини
- Трудових ресурсів



Необхідно Знайти

кількість продукції кожного виду

таку, що забезбечує

- Максимум <u>прибутку</u>
- Мінімум *фінансових витрат*







кількість продукції кожного виду таку, що забезбечує

Максимум <u>прибутку</u>
 Мінімум фінансових витрат

ЗАВДАННЯ

Записати в конспект формальну постановку Задачі.

Узагальнена цільова функція. Метод Адитивної згортки. приклад 1.Підготовка до ⁷⁰ Адитивної згортки ⁷⁰ Для формування узагальненої цільової функції $F_{od} = \sum_{k=1}^{S} \alpha_k \frac{F_k}{F_k^{hopm}} \rightarrow \max$, (S=2)

необхідно знати α k и $F_k^{\text{ норм}}$

Послідовність дій

- 1.Реалізувати процедуру експ. оцінювання $\alpha 1$ та $\alpha 2$.
- 2. Вирішити 1-окритеріальну задачу максимізації прибутку (визначається макс. можливе знач. Прибутку). пошук рішення
- 3. Вирішити 1-окритеріальну задачу мінімізації фінансових витрат (визначається мін. можливе знач. Фінансових витрат). -пошук рішення





Узагальнена цільова функція. Метод Адитивної згортки. приклад 1.Підготовка до "Адитивної згортки" Для формування узагальненої цільової функції $F_{od} = \sum_{k=1}^{S} \alpha_k \frac{F_k}{F_k^{HopM}} \rightarrow \max$, (S=2)

необхідно знати α k и F_k норм

Послідовність дій

- 1.1.Реалізувати процедуру експ. оцінювання $\alpha 1$ та $\alpha 2$.
- 1.2. Вирішити 1-окритеріальну задачу максимізації прибутку (визначається макс. можливе знач. Прибутку). пошук рішення
- 1.3. Вирішити 1-окритеріальну задачу мінімізації фінансових витрат (визначається мін. можливе знач. Фінансових витрат). -пошук рішення

Узагальнена цільова функція. — учення приклад регод Адитивної згортки. Приклад

2. Сформувати узагальнену цільову функцію

2.1. Знайти рішення 1-окритеріальної задачі.

-пошук рішення



Результат – опт. Значення кількості продукції кожного виду.







31/100

1.Заповнити таблицю з умовами задачі.

35731	A	8	C	B	E	F	G	H	1	
1				Пере	ненные	9				Коэф.веса
2	имя	прод1	прод2	прод3	прод4	ЦФ			a,-	0.75
3	значение	0	0	0	0	финансы	напр		σ _q =	0.25
4	нижн. гр.	1	1	1	1	0	нин			
Б	верхн.гр.					прибыпь				Обобщ.ЦФ
8	коэф.в ЦФ	60	70	120	130	0	макс			0.00
7				Огран	ичени	я				
8	вид					певая часть	знак	правая часть		
3	трудовые	1	1	1	1	0	<=	16		
18	сырье	6	5	4	3	0	<=	110		
11	финансы	4	6	10	13	0	<=	100		

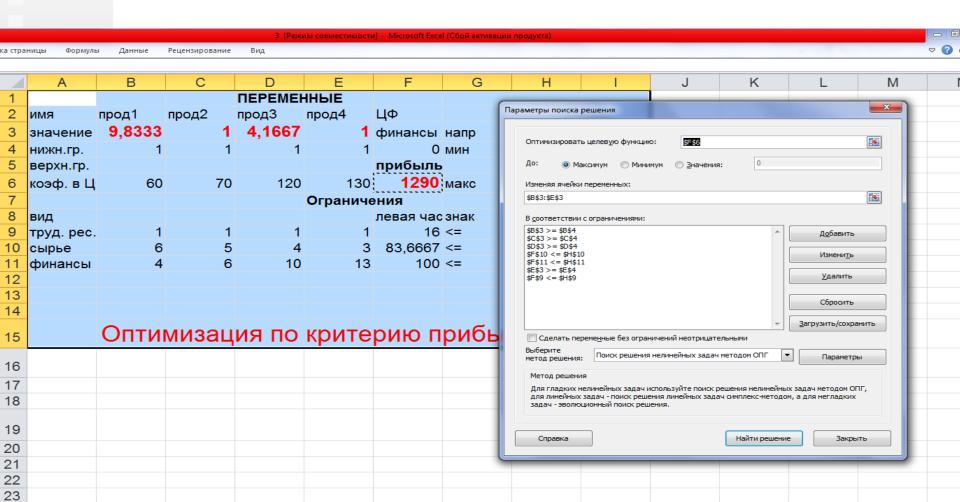
- 2. Визначити, які складові цільові функції входитимуть в узагальнені. приймаємо: **ЦФ1 - максимізація прибутку**, **ЦФ2 - мінімізація** використовуваних фінансів

4. Вирішити задачу при максимізації прибутку. На екрані: результат вирішення задачі F6 = maxЦФ1 = **1290**

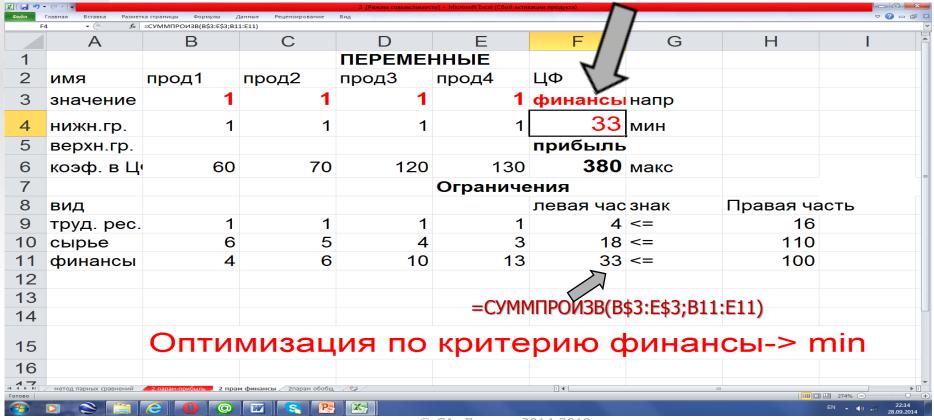
Формула в F6 = **СУММПРОИЗВ(В\$3:E\$3;В6:E6)**

H 2					иости] - Microsoft Excel (Сбой а	ктивации продукта)				
Файл		тка страницы Формулы =СУММПРОИЗВ(В\$3:E\$3;	Данные Рецензирование В6:E6)	Вид					♡ (?) □	. #
	Α	В	С	D	Е	F	G	Н	I	
1				ПЕРЕМЕН	НЫЕ		=CVMMI	произв(г	\$3:E\$3;B9) <u>-</u> [
2	имя	прод1	прод2	прод3	прод4	ЦФ	O 5 1 11 11		401240/03	
3	значение	9,8333	1	4,1667	1	финансы	напр			
4	нижн.гр.	1	1	1	1	0	мин			
5	верхн.гр.					прибыль				
6	коэф. в Ц	60	70	120	130	1290	макс			
7					Ограниче	ения				
8	вид					левая час	знак	Правая ча	асть	
9	труд. рес.	1	1	1	1	16	<=	16		
10	сырье	6	5	4	3	83,66667	<=	110		
11	финансы	4	6	10	13	100	<=	100		
12										
13						CVMMDD	ONSB/B	+2.E42.D	10.E10)	
14					_	CYMMINIT	ONSD(D	\$3:E\$3;B	TO'ETO)	
15		Оптимизация по критерию прибыль-> тах								
16					_		_			
17 1 D D	метод парных сравнений	2 парам-прибыль 2 п	рам финансы / 2парам обоб	5щ / 😉 /		114		1111		

Інструмент "ПОШУК Рішення"



- 6. Ввести в комірку F4 значення ЦФ2, які дорівнюють лівій частині в обмеженні з фінансів (F11).



8. Провести експертизу і визначити коефіцієнти ваги.

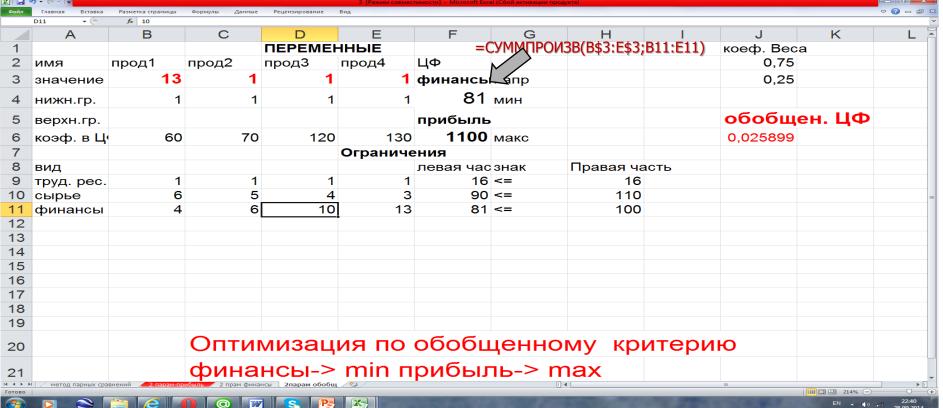
Хай, наприклад,

$$\alpha 1 = 0.75;$$
 $\alpha 2 = 0.25.$

$$\alpha 2 = 0,25.$$



- 9. Ввести ваги в комірки Ј2: Ј3.
- 10. Сформулювати узагальнену цільову функцію $J6 = U\Phi \circ G = J2 * F6 / 1290 J3 * F4 / 33.$
- 11. Вирішити задачу по узагальненій цільовій функції



Результати рішення за трьома цільовими функціями наведені в таблиці

Best	AB	C	В	E
2	Величина	Приб-> макс	Обобщ. ЦФ а, =0.75; а;=0.25	Фин-> мин
4	Прибыль	1290	1100	380
5	Использ. ф	100	81	33
6	Прод1	9.8	13.0	1.0
7	Прод2	1.0	1.0	1.0
8	Прод3	4.2	1.0	1.0
9	Прод4	1.0	1.0	1.0

З цієї таблиці видно:

При вирішенні по узагальненій цільовій функції величини прибутку і використовуваних фінансів мають проміжні значення в порівнянні з рішенням за складовими функціями.

Таке положення не поширюється на значення змінних.