

Комп'ютерне моделювання задач прикладної математики

Однорідні стохастичні системи.

Лекція 3

Однорідні динамічні системи

Потенціальні системи

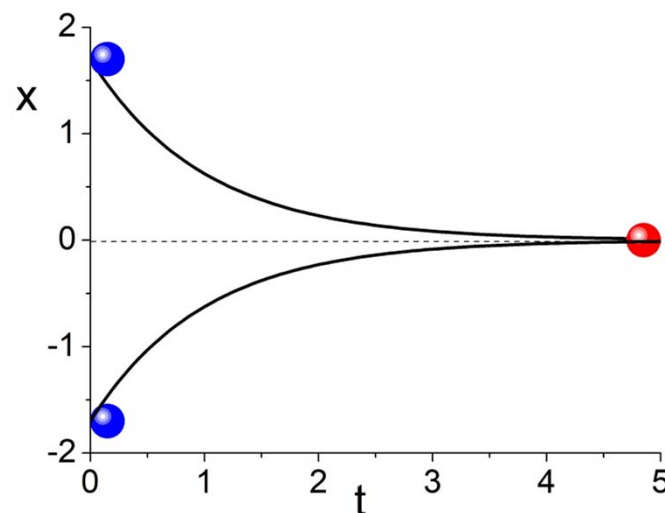
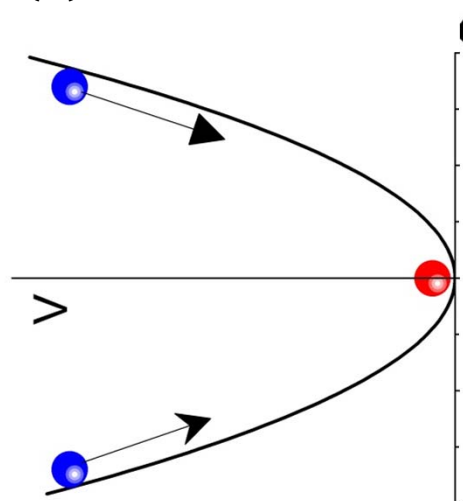
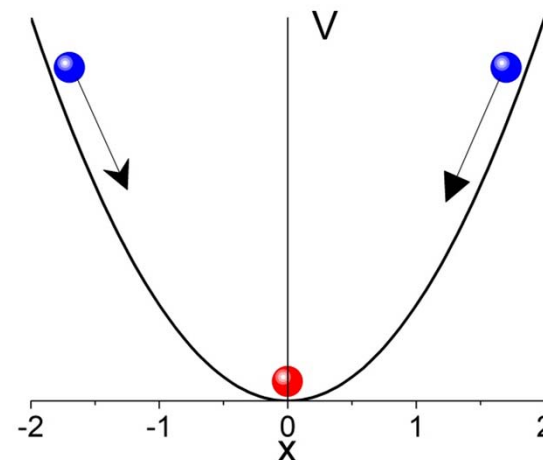
$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad f(x) = -\frac{dV}{dx}, \quad x(0) = x_0$$

Стационарні стани

$$\frac{dx}{dt} = 0 \Rightarrow f(x) = 0$$

Приклад:

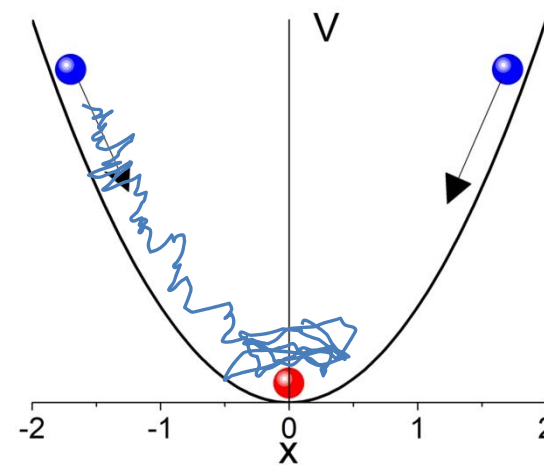
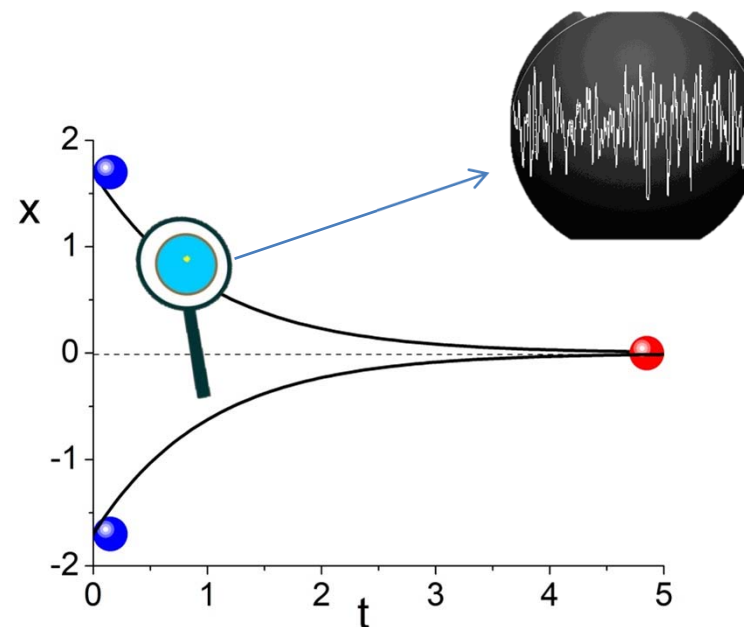
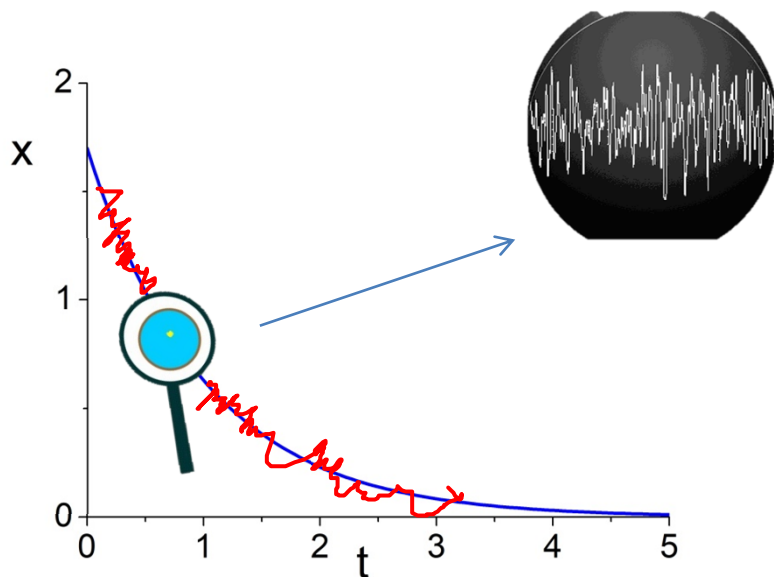
$$V(x) = x^2$$



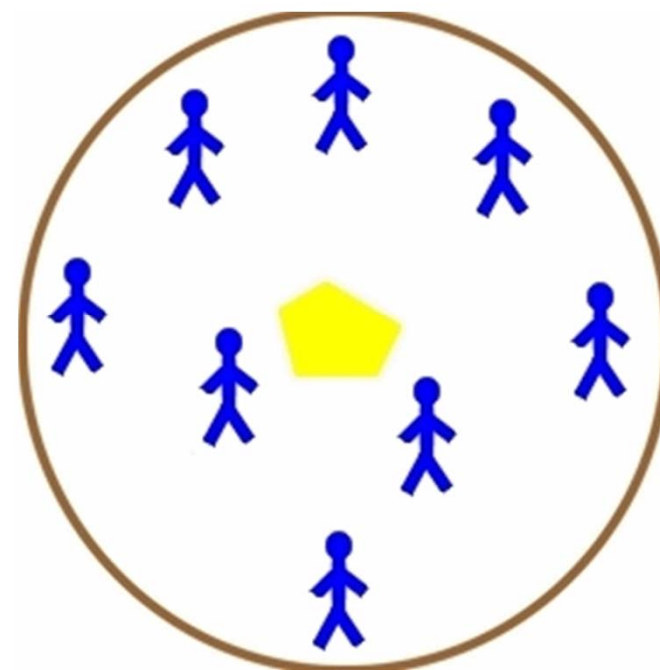
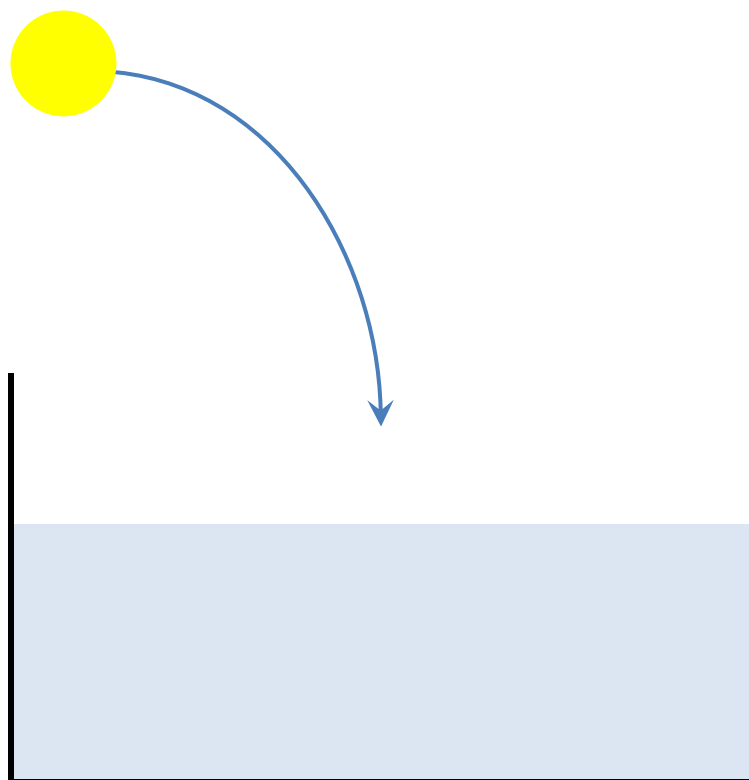
Однорідні динамічні системи

Однорідні системи

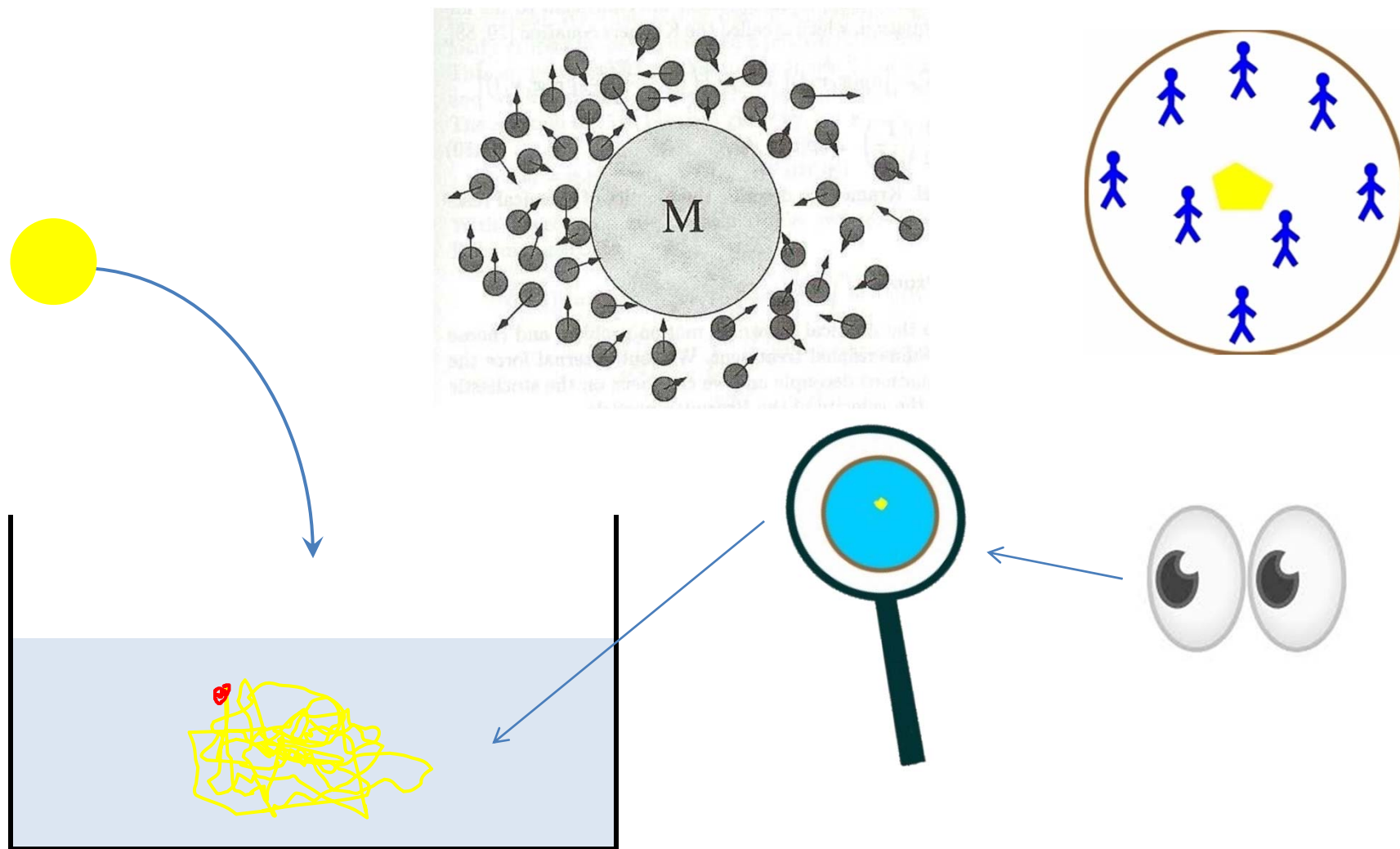
$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$



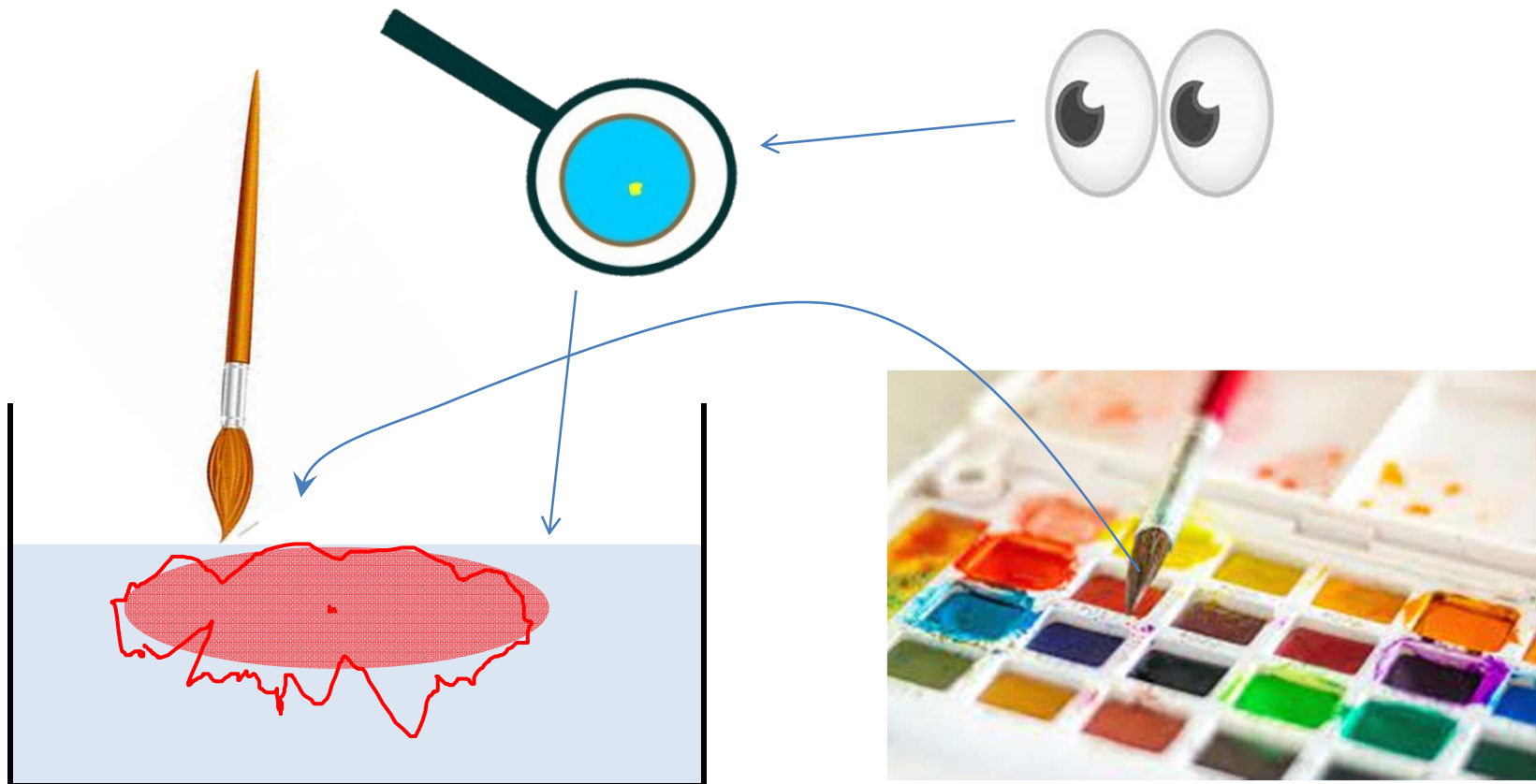
Однорідні динамічні системи



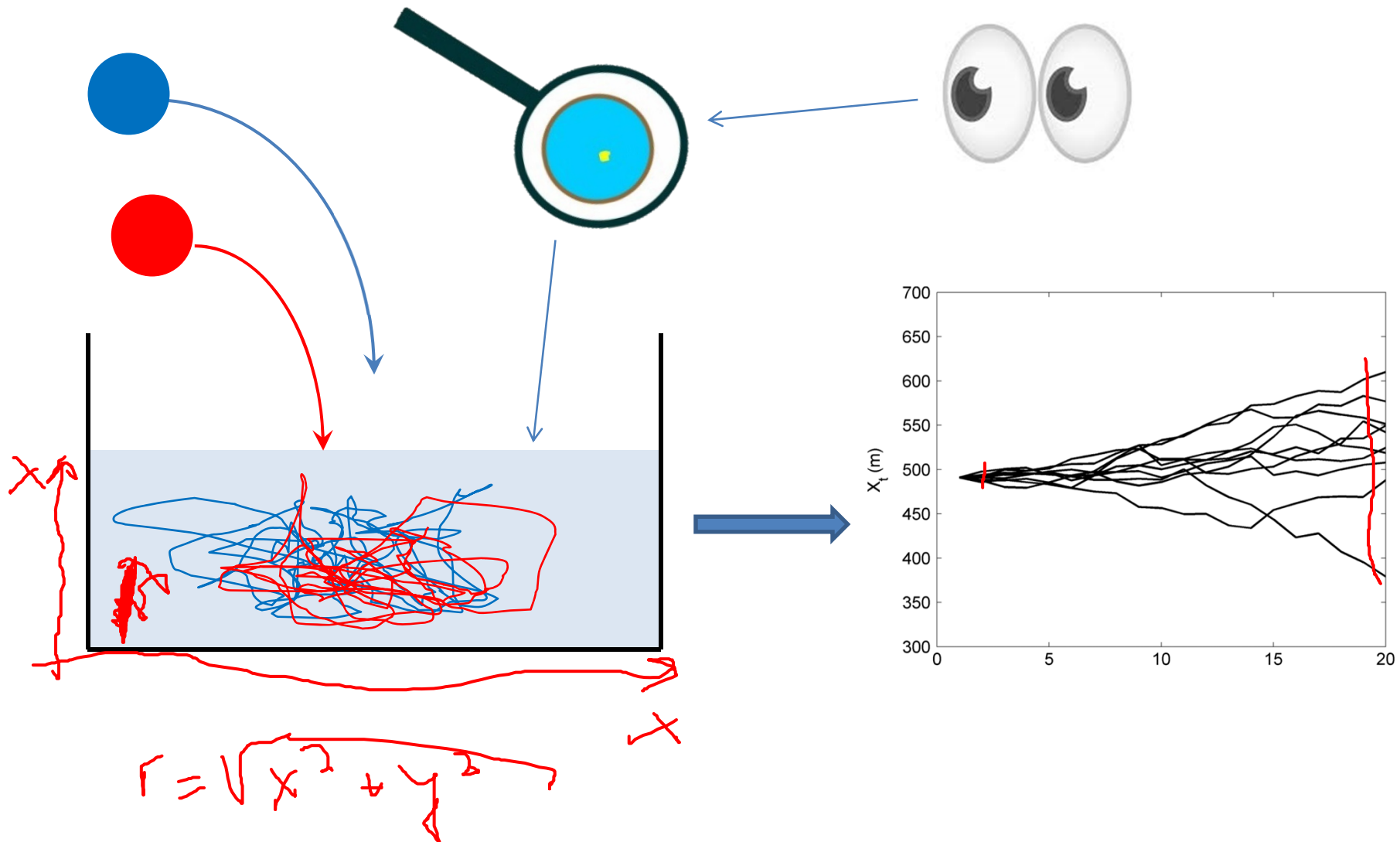
Однорідні динамічні системи



Однорідні динамічні системи



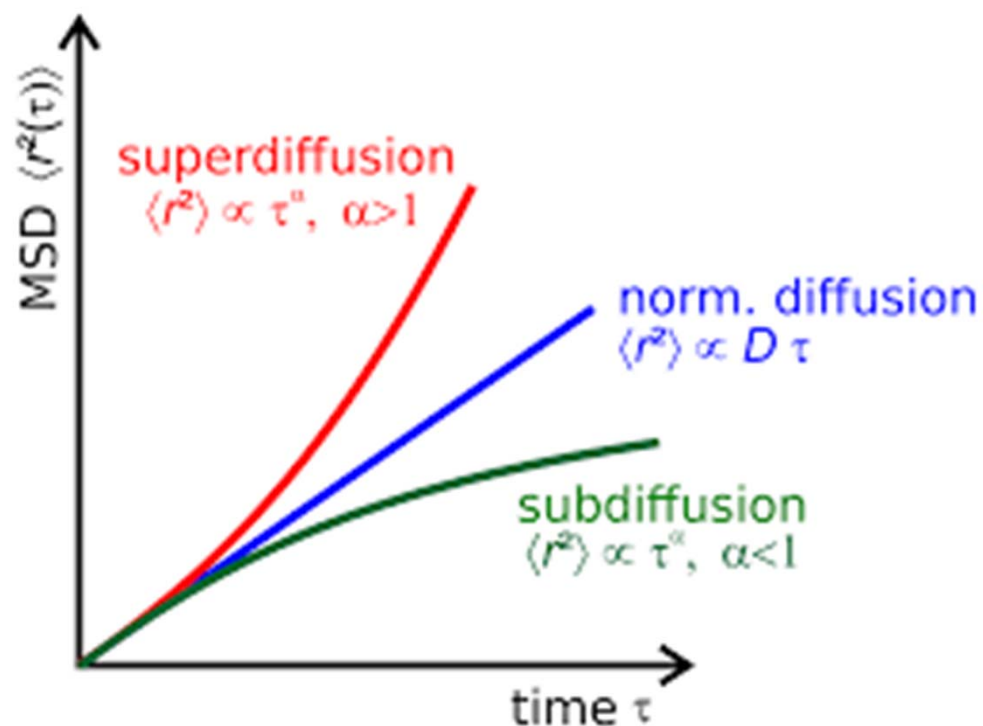
Однорідні динамічні системи



Однорідні динамічні системи

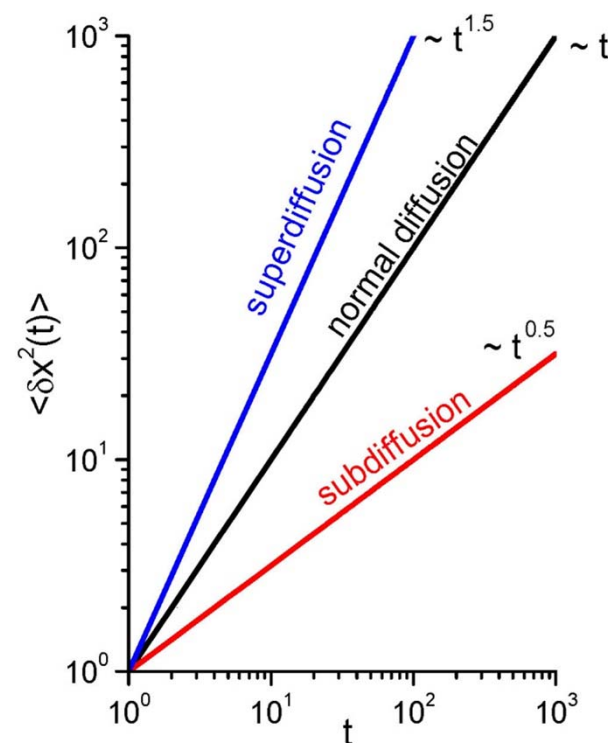
Дисперсія (MSD)

$$\langle (\delta x)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$



Anomalous diffusion

$$\langle \delta x^2(t) \rangle \sim t^\alpha$$



Рівняння Ланжевена

Langevin approach

Normal diffusion case

The original Langevin equation^a
describing Brownian motion

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\gamma \frac{dx}{dt} + f(x) + \xi(t).$$

Term $\xi(t)$ is a Gaussian white noise with

$$\langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = 2\gamma k_B T \delta(t - t')$$

according to fluctuation-dissipation relation^b.



^aP.Langevin. “On the Theory of Brownian Motion”. C.R.Acad.Sci. (Paris) 146, 530 (1908)

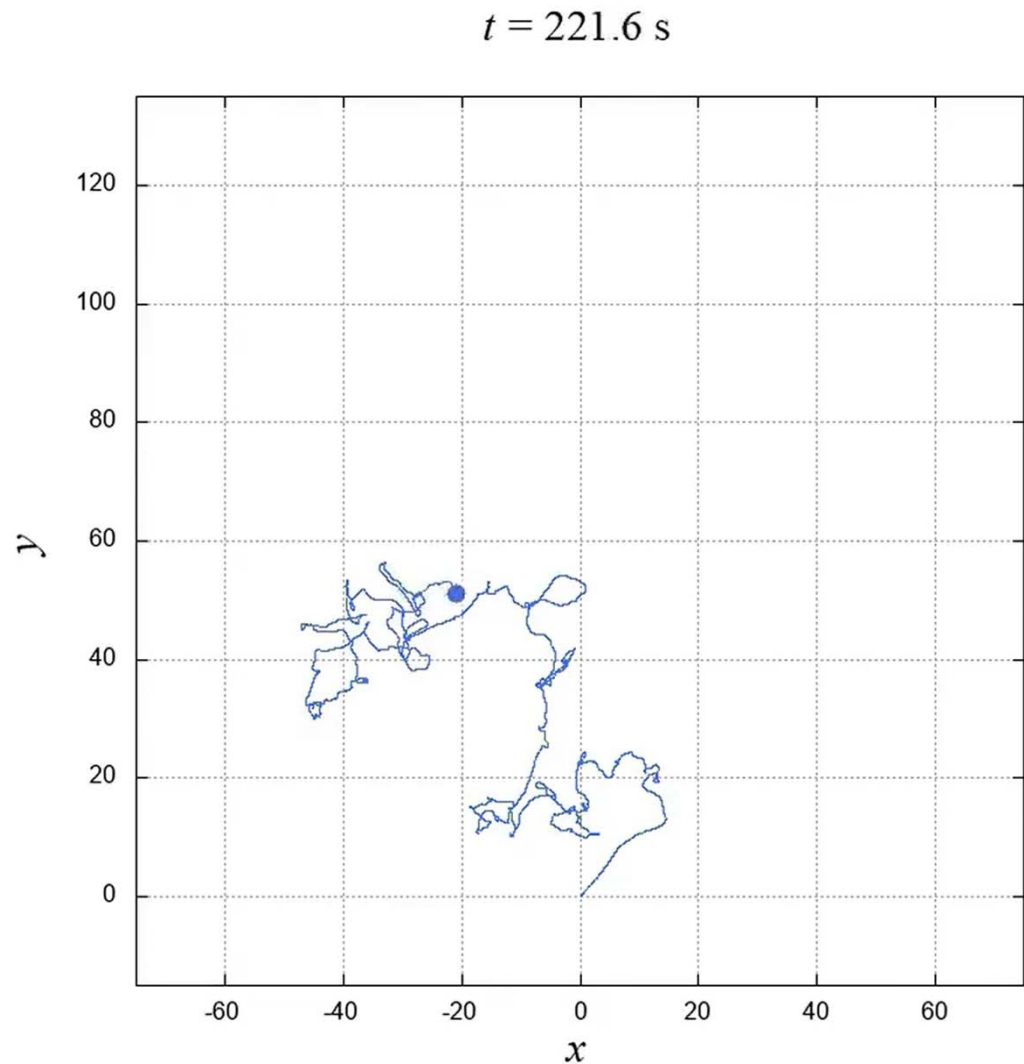
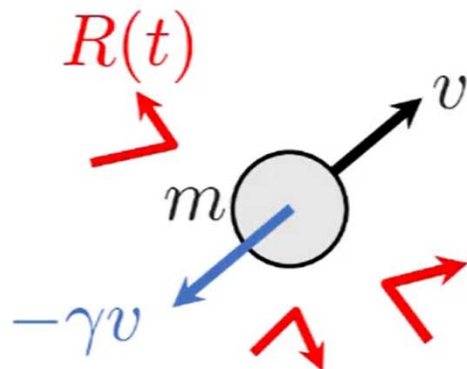
Рівняння Ланжевена

Langevin equation

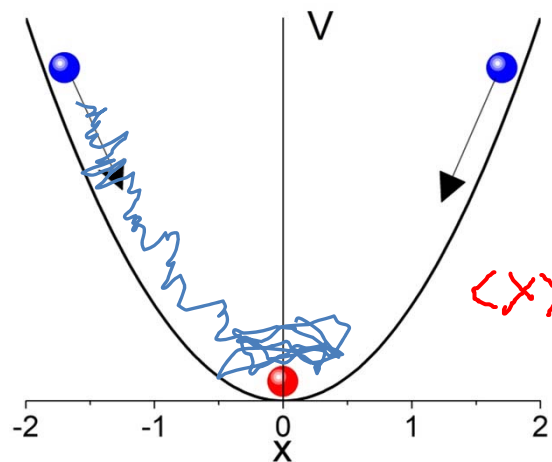
$$m \frac{dv}{dt} = \boxed{-\gamma v} + \boxed{R(t)}$$

Friction force Random force

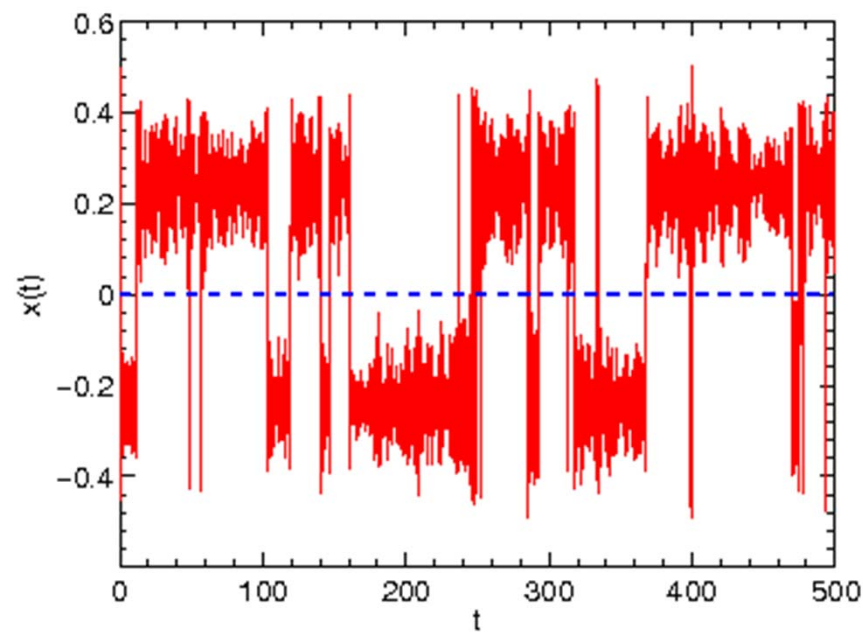
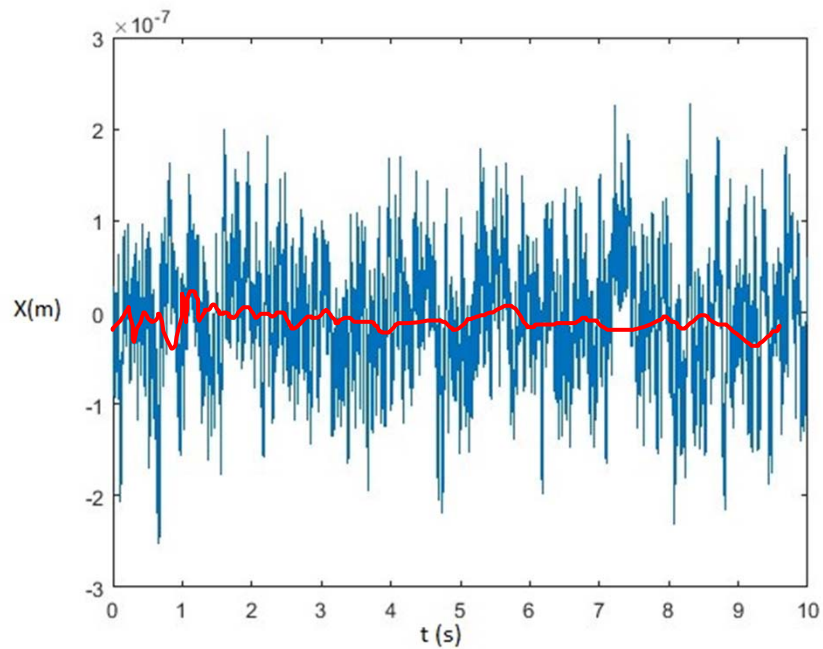
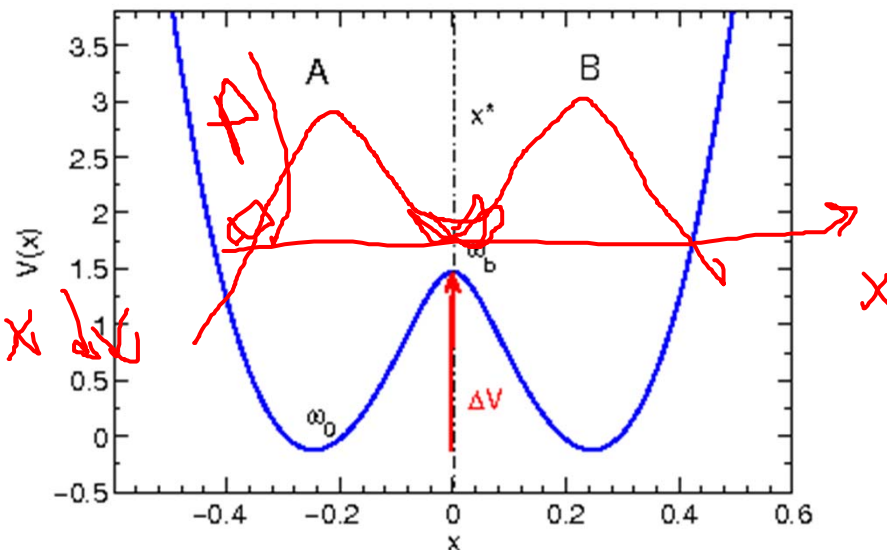
white Gaussian noise /



Рівняння Ланжевена

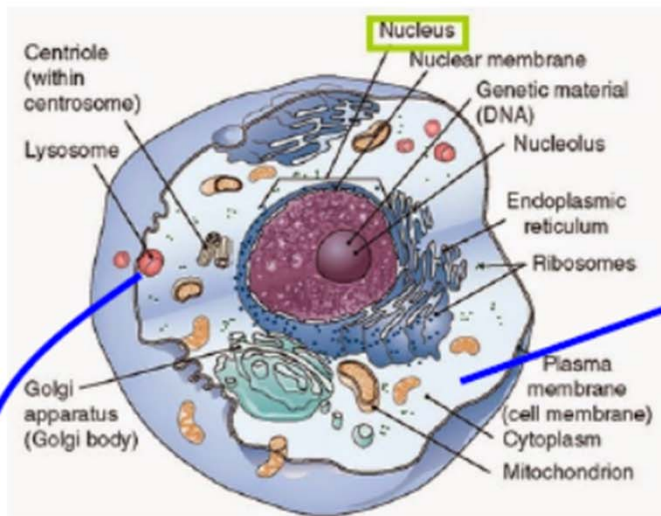


$$\langle x \rangle = \int p(x) x dx$$

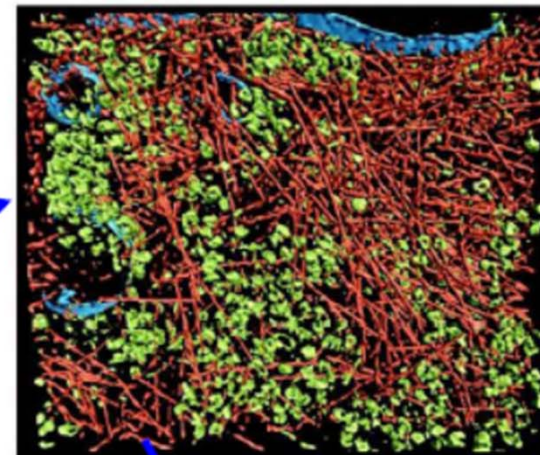


Жива клітина

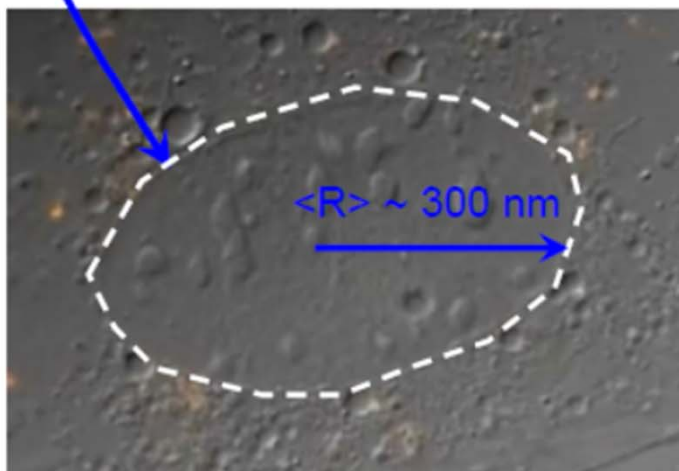
Living Cell



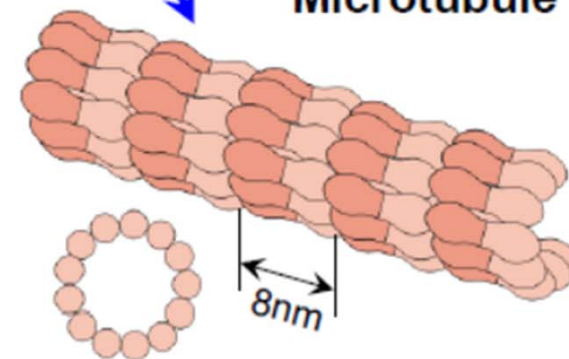
Cytoskeleton



Endosome



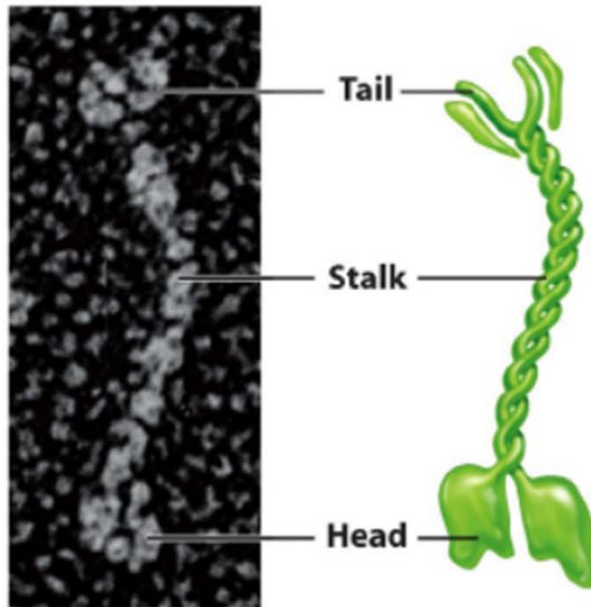
Microtubule



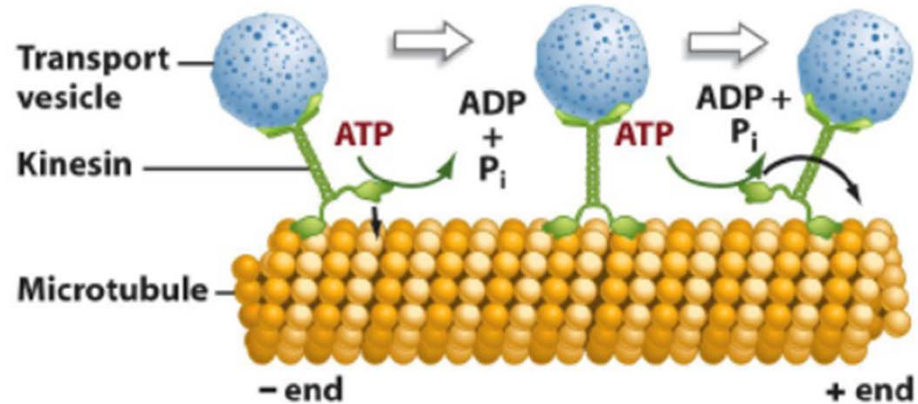
Construction of Microtubules
from α & β Tubulins

Жива клітина

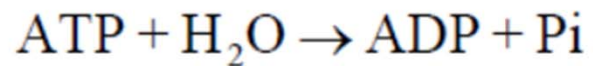
Structure of kinesin



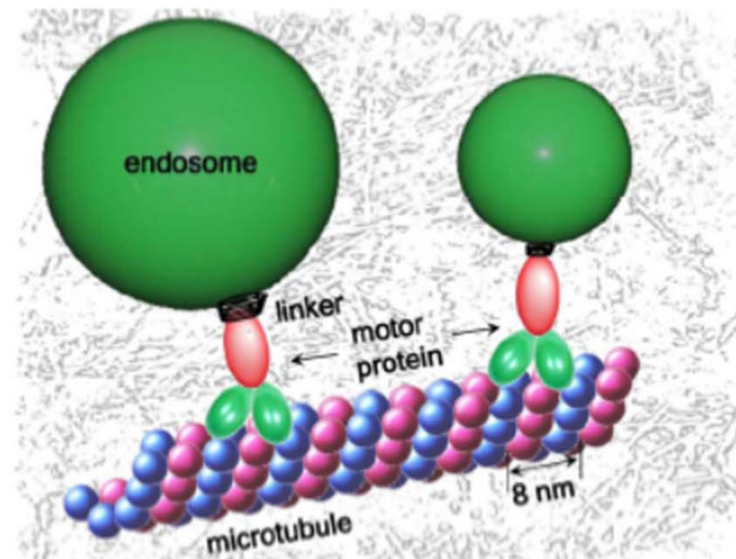
Kinesin "walks" along a microtubule track.



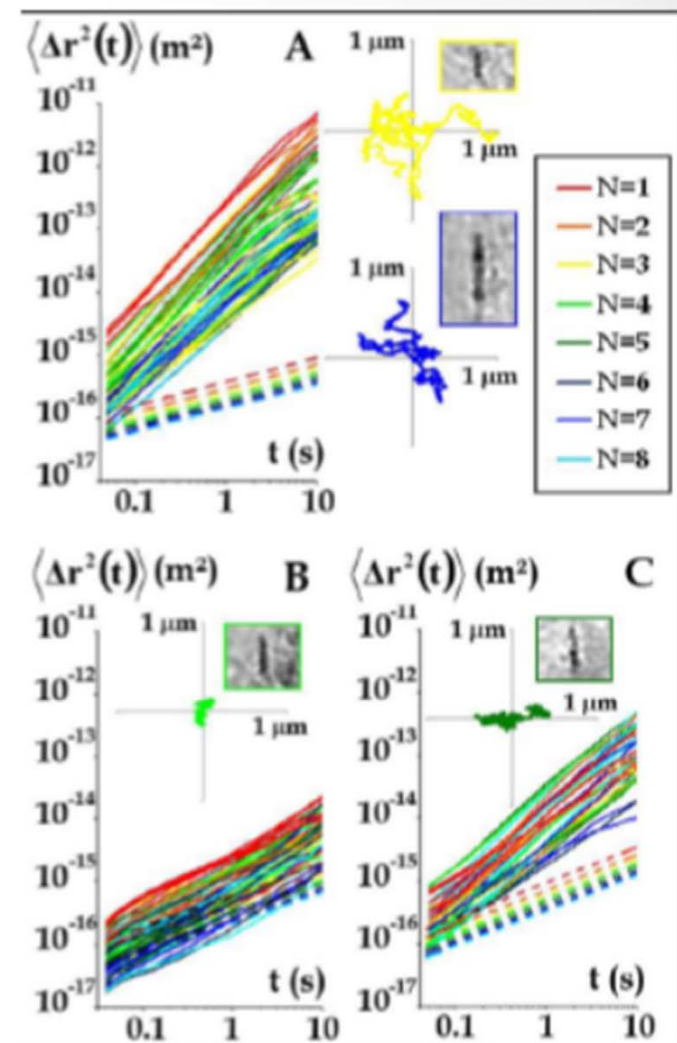
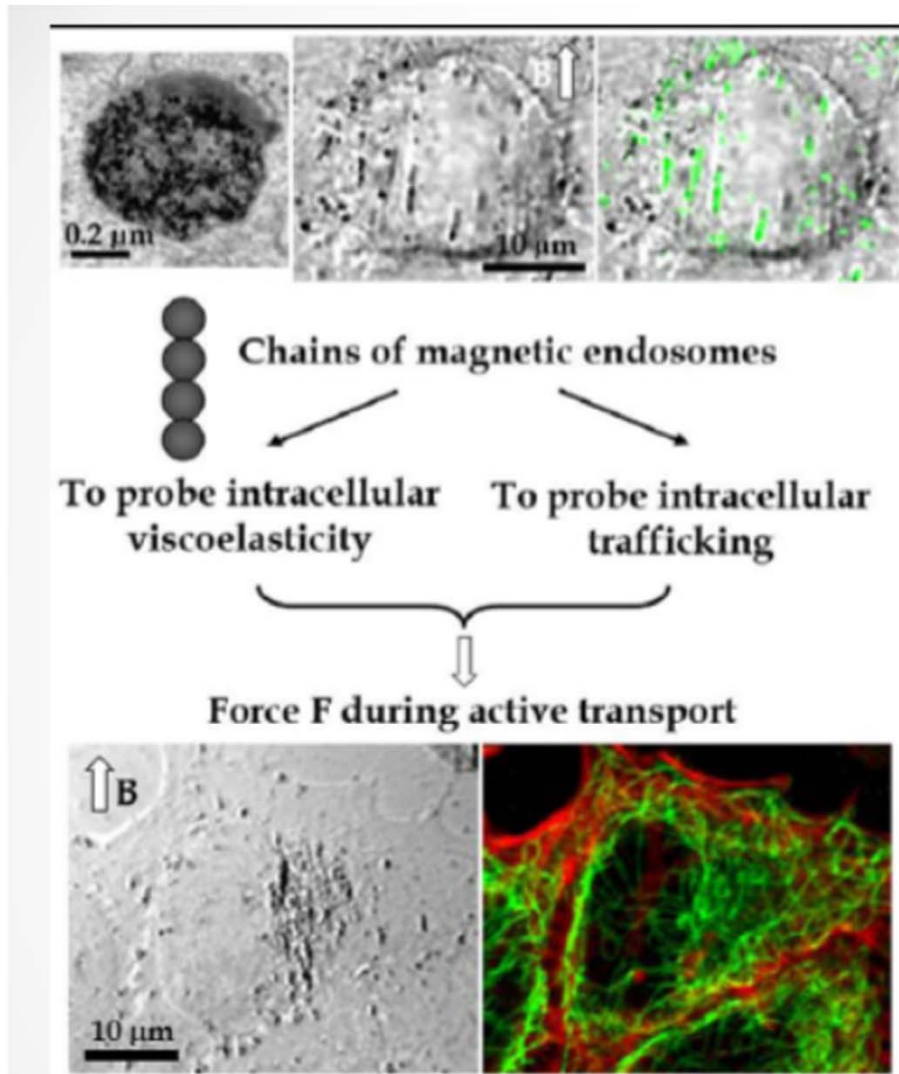
Amount of energy
released from hydrolysis of ATP



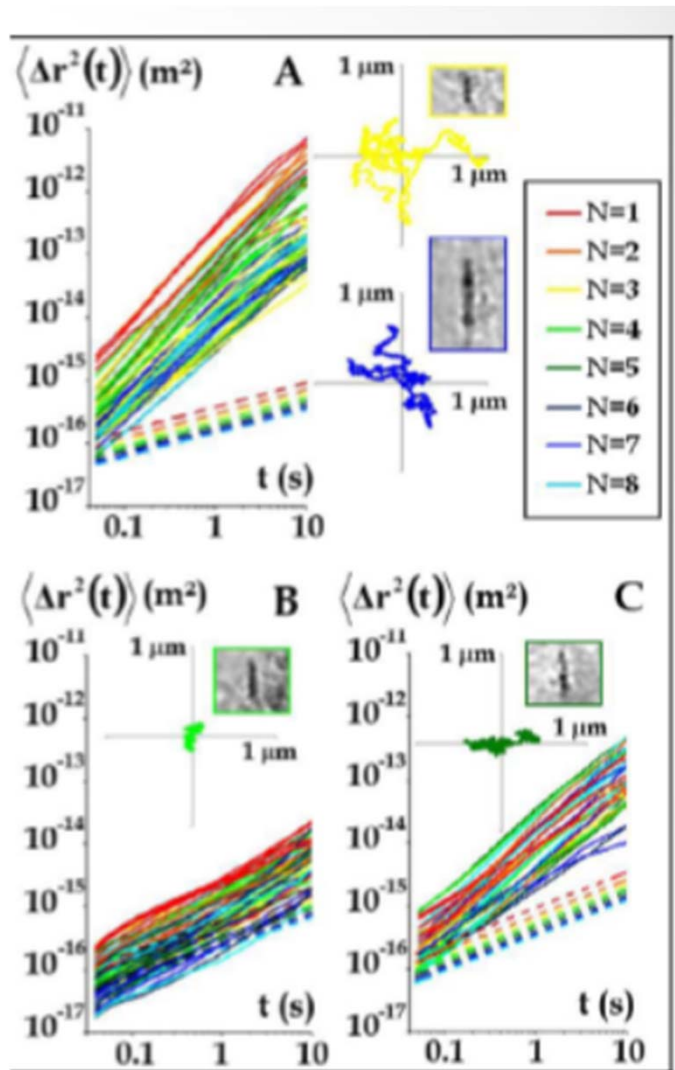
$$\Delta G = -30.5 \text{ kJ/mol}$$



Жива клітина

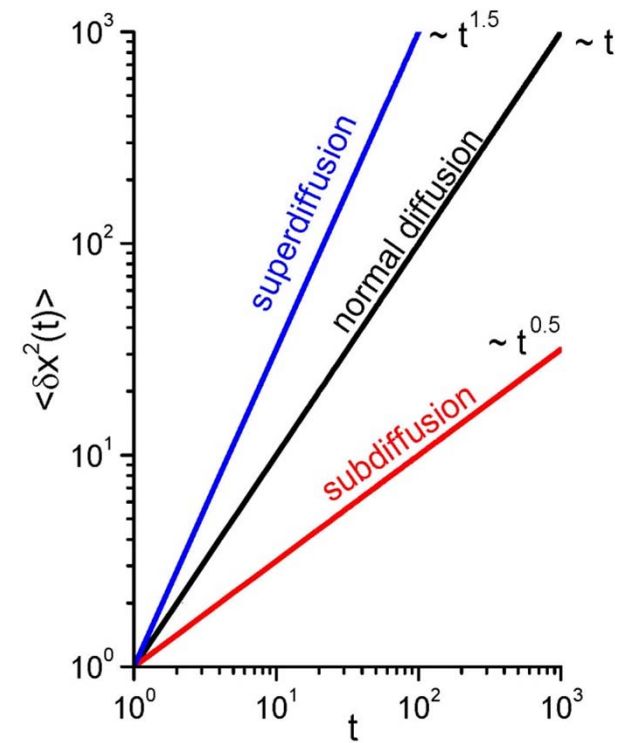


Жива клітина



Anomalous diffusion

$$\langle \delta x^2(t) \rangle \sim t^\alpha$$



Дякую за увагу