Неперервні розподіли випадкових величин ГРАФОВІ ЙМОВІРНІСНІ МОДЕЛІ

Сумський державний університет

Неперервні розподіли випадкових величин

Найважливіший окремий випадок застосування ймовірності – ймовірність отримання в результаті випробування або

– ймовірність отримання в результаті випробування або спостереження того чи іншого числового значення деякої вимірюваної (спостережуваної) величини.

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл Парето

Розподіл Стьюлента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний

Експоненційний

Найважливіший окремий випадок застосування ймовірності — ймовірність отримання в результаті випробування або спостереження того чи іншого числового значення деякої вимірюваної (спостережуваної) величини.

Передбачається, що до проведення випробування (спостереження) точне значення цієї величини невідомо, тобто є явна невизначеність, пов'язана з неможливістю врахування всіх факторів, що впливають на результат.

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розполі

Парето Розполіл

Стьюдента Неперервни

розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний -----

Експоненційний

Найважливіший окремий випадок застосування ймовірності – ймовірність отримання в результаті випробування або спостереження того чи іншого числового значення деякої

Передбачається, що до проведення випробування (спостереження) точне значення цієї величини невідомо, тобто є явна невизначеність, пов'язана з неможливістю врахування всіх факторів, що впливають на результат.

Такі величини називають випадковими.

вимірюваної (спостережуваної) величини.

Неперервні розподіли випадкових величин

Імовірнісну міру називають в даному випадку розподілом випадкової величини.

Логнормальний

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

Експоненційний розполіл Імовірнісну міру називають в даному випадку **розподілом** випадкової величини.

Досить задати імовірнісну міру для інтервалів виду

$$(-\infty;x)$$

оскільки довільний інтервал можна представити як об'єднання або перетинання таких інтервалів.

Експоненційний

Логнормальний

Імовірнісну міру називають в даному випадку **розподілом** випадкової величини.

Досить задати імовірнісну міру для інтервалів виду

$$(-\infty;x)$$

оскільки довільний інтервал можна представити як об'єднання або перетинання таких інтервалів.

При цьому кожному інтервалу поставлена у відповідність певна ймовірність

$$F(x) = P(X < x)$$

тобто деяка функція можливих значень х.

Неперервні розподіли випадкових величин

Таку функцію називають інтегральною, кумулятивною або просто функцією розподілу випадкової величини.

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

Розподіл Коші

Логнормальний розподіл

Експоненційний розполіл Таку функцію називають інтегральною, кумулятивною або просто функцією розподілу випадкової величини.

Якщо випадкова величина є безперервною вводиться також аналітично часто більш зручна функція — густина розподілу — похідна функції розподілу:

$$f(x) = F'(x).$$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподі.

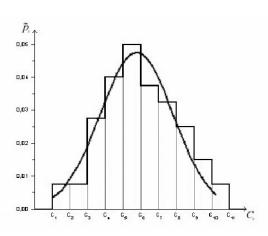
Розподіл Стьюлента

Неперервний рівномірний

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

Експоненційний розподіл



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розполія

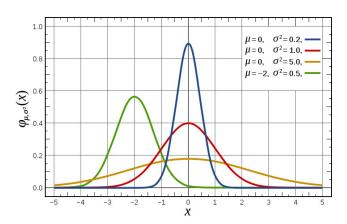
Розподіл

Неперервний рівномірний

Розподіл Кош і

Логнормальний

Експоненційний розполіл



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Логнормальний

Експоненційний



Йоганн Карл Фрідріх Гаусс (30 квітня 1777, Брауншвейг — 23 лютого 1855, Геттінген) – німецький математик, астроном, геодезист та фізик.

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розполіл

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

Експоненційний розполіл



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл

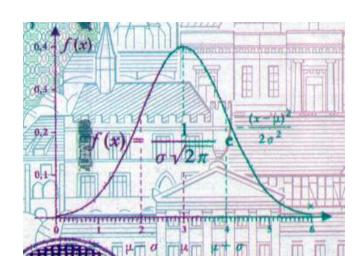
Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Кош і

Логнормальний розполіл

Експоненційний розподіл



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Логнормальний

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулл

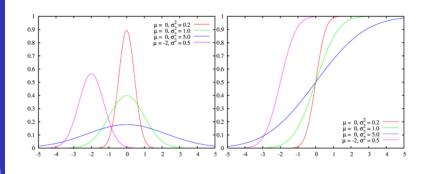
Розподіл

Розподіл

Неперервний рівномірний

Розподіл Коші

Логнормальний



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розполіл

Розподіл

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розподіл

Експоненційний розполіл

I .	
Параметри	$\mu \in \mathbf{R}$ — математичне сподівання $\sigma^2 > 0$ — дисперсія
Носій функції	$x \in \mathbf{R}$
Розподіл ймовірностей	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
Функція розподілу ймовірностей (cdf)	$\frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x - \mu}{\sqrt{2\sigma^2}}\right) \right]$
Середнє	μ
Медіана	μ
Мода	μ
Дисперсія	σ^2
Коефіцієнт асиметрії	0
Коефіцієнт ексцесу	0
Ентропія	$\frac{1}{2}\ln(2\pi e\sigma^2)$
Твірна функція моментів (mgf)	$\exp\{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2\}$ $\exp\{i\mu t - \frac{1}{2}\sigma^2 t^2\}$
Характеристична функція	$\exp\{i\mu t - \frac{1}{2}\sigma^2 t^2\}$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл

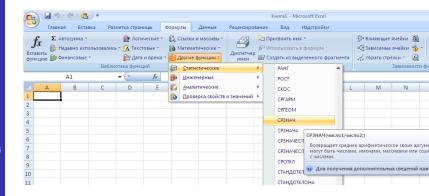
Розподіл

Неперервний рівномірний розподіл

Розподі

Логнормальний розподіл

Експоненційний розполіл



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

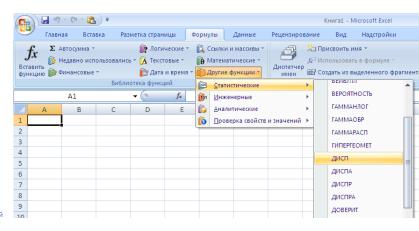
Розподіл

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розпод

Логнормальний



Неперервні розподіли випадкових величин

- Розподіл Гаусса
- Вейбулл
- Розподіл
- Неперервний рівномірний
- Розподіл
- Логнормальний
- Експоненційний -----

- Неперервний рівномірний розподіл
- Розподіл Коші
- Логнормальний розподіл
- Експоненційний розподіл
- Розподіл Лапласа
- Логістичний розподіл
- Розподіл Леві

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Парето

Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розподіл Експоненційний

розподіл



Валодді Вейбулл(1887 - 1979) — шведський інженер і математик.Світову популярність йому принесли дослідження в галузі втоми матеріалів, теорії ймовірностей і статистики,

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розподіл

Експоненційний

В теорії імовірностей і статистиці розподіл Вейбулла — двопараметрична сім'я абсолютно неперервних розподілів.

$$f(x; \lambda, k) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-(x/\lambda)^k} & x \ge 0\\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

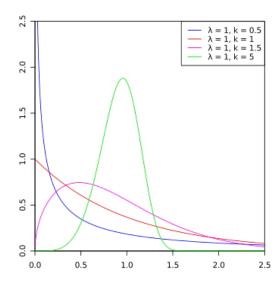
k>0 — визнача ϵ форму графіку $\lambda>0$ — шкалу розподілу.

$$f(x) = \lambda \cdot k \cdot (\lambda \cdot x)^{k-1} e^{-(\lambda \cdot x)^k}$$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Вейбулла

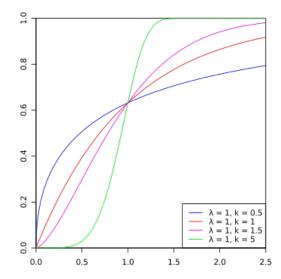
Логнормальний



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Вейбулла

Логнормальний



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розподіл Експоненційний

Розподіл Вейбулла використовується:

- В аналізі виживання
- У надійності техніки та аналізі відмов
- У промисловому будівництві представля є час виготовлення та постачання замовлення
- У теорії екстремальних значень
- В прогнозуванні погоди для опису розподілу швидкості вітру
- В системах інженерних комунікацій
- В радіолокаційних системах для моделювання рівня прийнятого сигналу

Неперервні розподіли випадкових величин

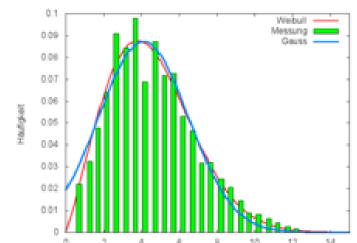
Розподіл

Вейбулла

Логнормальний

Експоненційний

Графік показу ϵ приклад серії вимірів швидкості вітру (зелений). Нормальний розподіл – синя крива. Розподіл Вейбулла – червона $(\lambda = 5,1; k = 2)$



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний

Експоненційний : Розподіл Вейбулла вперше був застосований Розіном і Раммлером (1933) для опису розподілу частинок за розмірами у процессі переробки мінеральної сировини.

$$f(x; P_{80}, m) = \begin{cases} 1 - e^{\ln(0.2) \left(\frac{x}{P_{80}}\right)^m} & x \ge 0, \\ 0 & x < 0, \end{cases}$$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Парето

Логнормальний

Експоненційний



Вільфредо Парето (1848 – 1923) – італійський економіст і соціолог.

Довів, що 80% власності в Італії належить 20% її населення. Звідси сформулював принцип Парето (також відомий як правило Парето, правило 80 - 20 і принцип малої кількості причин)

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл Парето

Розподіл Стьюдента

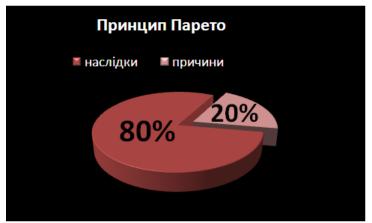
Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний

Експоненційний

Для багатьох явищ 80 % наслідків спричинені 20 % причин.



Наприклад, 20% злочинців скоюють 80% злочинів, 20% відсотків водіїв створюють 80% аварій, 20% покупців дають 80% прибутків

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Парето в теорії імовірностей — це двопараметрична сім'я абсолютно неперервних розподілів.

Розподіл Гаусса

Вейбулл

Розподіл Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

Експоненційний розполіл

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{kx_m^k}{x^{k+1}}, & x \ge x_m \\ 0, & x < x_m \end{cases}$$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

Розподіл Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

24	26	73	84	102	115
132	159	207	240	241	254
268	272	282	300	302	329
346	359	367	375	378	384
452	475	495	503	531	543
563	594	609	671	687	691
716	757	821	829	885	893
966	1053	1081	1083	1150	1205
1262	1270	1351	1385	1498	1546
1565	1635	1671	1706	1820	1829
1855	1873	1914	2030	2066	2240
2413	2421	2521	2586	2727	2787
2850	2989	3110	3166	3383	3443
3512	3515	3531	4068	4527	5006
5065	5481	6046	7003	7245	7477
8738	9197	16370	17605	25318	58524

СРЗНАЧ	2990
дисп	47006365,41

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Парето

Логнормальний

Параметри	$x_{ m m} > 0$ масштаб (дійсне) $k > 0$ параметр форми (дійсне)
Носій функції	$x \in [x_{\mathrm{m}}; +\infty)$
Розподіл ймовірностей	$\frac{k x_{\rm m}^k}{x^{k+1}}$
Функція розподілу ймовірностей (cdf)	$1 - \left(\frac{x_{\mathbf{m}}}{x}\right)^k$
Середнє	$rac{kx_{ m m}}{k-1}$ для $k>1$
Медіана	$x_{\rm m}\sqrt[k]{2}$
Мода	$x_{ m m}$
Дисперсія	$rac{x_{ m m}^2 k}{(k-1)^2 (k-2)}$ для $k>2$
Коефіцієнт асиметрії	$\left rac{2(1+k)}{k-3}\sqrt{rac{k-2}{k}} ight _{для}$ $k>3$
Коефіцієнт ексцесу	$\frac{6(k^3+k^2-6k-2)}{k(k-3)(k-4)}$ для $k>4$
Ентропія	$\ln\left(\frac{k}{r}\right) - \frac{1}{k} - 1$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл

Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний

Експоненційний розподіл

 $f_Y(x) = \frac{2,48}{4409} \left(\frac{4409}{4409 + x} \right)^{(2,48+1)}$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

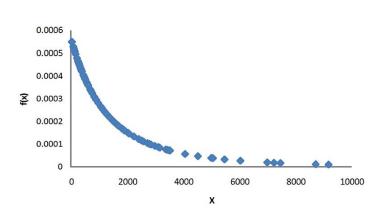
Розподіл Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

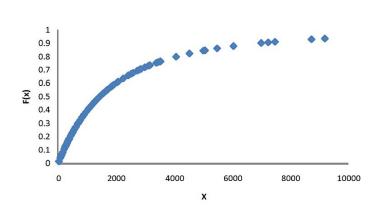
Розподіл Парето

Розподіл

Неперервний рівномірний розполіл

Розподіл Коші

Логнормальний



Розподіл Стьюдента

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

Розподіл

Стьюдента Неперервни рівномірний

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

Експоненційний розподіл



Вільям Сілі Госсет (13 червня 1876 Кентербері— 16 жовтня 1937 Беконсфільд)— хімік, статистик, більш відомий під псевдонімом Стьюдент завдяки роботам з дослідження т. зв. розподілу Стьюдента.

Розподіл Стьюдента

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

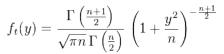
Розподіл

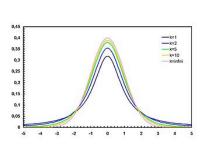
Розподіл Стьюдента

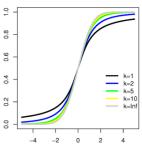
Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний







Неперервний рівномірний розподіл

Неперервні розподіли випадкових величин

Рівномірний неперервний розподіл характеризується тим, що ймовірність будь-якого інтервала залежить тільки від його довжини.

Розподіл Гаусса

Вейбулл

Розподіл

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розподіл Експоненційний

Коші Логнормальни

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases}.$$

$$F_X(x) \equiv \mathbb{P}(X \le x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \le x < b \\ 1, & x \ge b \end{cases}.$$

Неперервний рівномірний розподіл

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

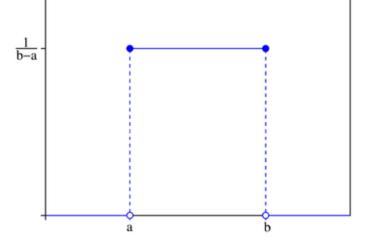
Веибулла

Розподіл

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний



Неперервний рівномірний розподіл

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулла

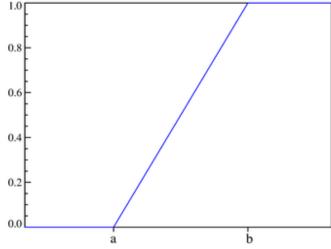
Парето

Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші





Неперервні розподіли випадкових величин

Розподі. Гаусса

Вейбулл

Розподіл Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розподіл Експоненційний

Декілька назв:

- розподіл Коші
- розподіл Коші-Лоренца,
- функція Лоренца
- 💶 крива Лоренца
- лоренціан
- розподіл Брейта-Вігнера

Моменти та кумулянти відсутні. Часто зустрічається в фізиці, зокрема у квантовій механіці.

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розполіл

Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розподіл

Експоненційний розподіл

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi \gamma \left[1 + \left(\frac{x - x_0}{\gamma}\right)^2\right]} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\gamma}{(x - x_0)^2 + \gamma^2}\right]$$

$$F_X(x) = \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{x - x_0}{\gamma}\right) + \frac{1}{2}$$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

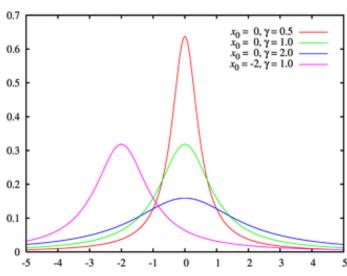
Розподіл

Розподіл Стьюлента

Неперервний рівномірний розполіл

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

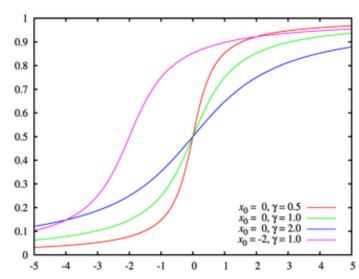


Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Коші

Логнормальний





Неперервні розподіли випадкових величин

Логнормальний розподіл – двопараметричне сімейство абсолютно неперервних розподілів.

Розподі. Гаусса

Вейбулл

Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальн розподіл

Експоненційний

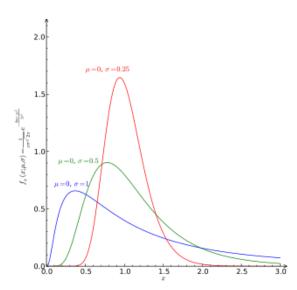
Якщо випадкова величина має логнормальний розподіл, то її логарифм має нормальний розподіл.

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \mu)^2/2\sigma^2}, & x > 0\\ 0, & x \le 0 \end{cases}$$

Неперервні розподіли випадкових величин

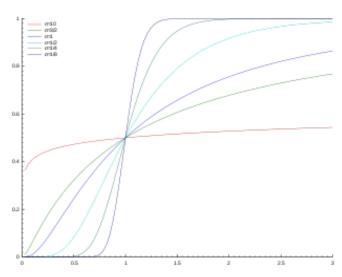
Логнормальні розподіл





Неперервні розподіли випадкових величин

Логнормальні розподіл



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

Розподіл Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальн розподіл

- Крива логнормального розподілу завжди додатня і ма ϵ правобічну асиметрію
- Нормальний розподіл використовується для ві'ємних та додатніх величин, а логнормальний тільки для додатніх (активи, зростання цін в економіці)

Експоненційний розподіл

Неперервні розподіли випадкових величин

Експоненційний розподіл – абсолютно неперервний розподіл, що моделює час між двома послідовними завершеннями однієї і тієї ж події.

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

. Розподіл

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розподіл

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} &, x \ge 0, \\ 0 &, x < 0. \end{cases}$$

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-x_0)} &, x \ge x_0, \\ 0 &, x < x_0. \end{cases}$$

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{(x-x_0)}{\lambda}} &, x \ge x_0, \\ 0 &, x < x_0. \end{cases}$$

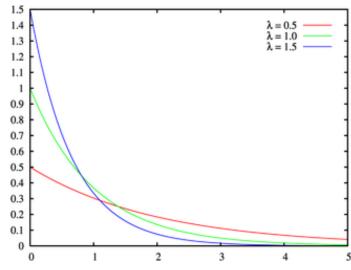
Експоненційний розподіл

Неперервні розподіли випадкових величин

Логнормальний

Експоненційні





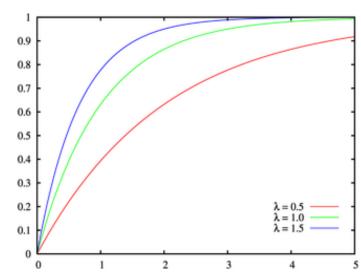
Експоненційний розподіл

Неперервні розподіли випадкових величин

Логнормальний

Експоненційні

розподіл



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Лапласа належить до сім'ї неперервних розподілів.

Гаусса Розподіл

Розподіл Вейбулла

Парето Розполіл

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнор мальний

Експоненційний

Названо на честь французького математика $\Pi'\epsilon$ ра-Симона Лапласа.

Інколи вживають назву подвійний експоненційний розподіл, оскільки графік густини розподілу Лапласа виглядає як симетрично продовжена густина експоненційного розподілу.

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулл

Розподіл

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

Експоненційний розполіл

$$f(x) = \frac{\alpha}{2} e^{-\alpha|x-\beta|}$$

$$f(x|\mu,b) = \frac{1}{2b} \exp\left(-\frac{|x-\mu|}{b}\right) = \frac{1}{2b} \begin{cases} \exp\left(-\frac{\mu-x}{b}\right) & \text{if } x < \mu \\ \exp\left(-\frac{x-\mu}{b}\right) & \text{if } x \ge \mu \end{cases}$$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

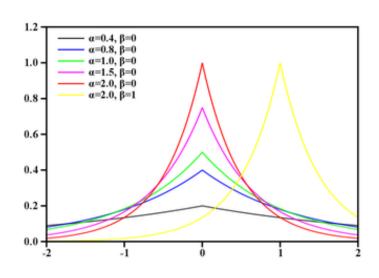
Розподіл

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розполіл

Розподіл Коші

Логнормальний



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

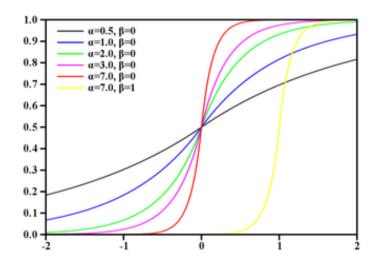
. Розподіл

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний



Логістичний розподіл

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл Парето

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний розполіл

Експоненційний

Логістичний розподіл – неперервний ймовірнісний розподіл. Логістичний розподіл за формою нагадує нормальний розподіл, проте має більший коефіцієнт ексцесу.

$$f(x; \mu, s) = \frac{e^{-(x-\mu)/s}}{s (1 + e^{-(x-\mu)/s})^2}$$

Логістичний розподіл

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулла

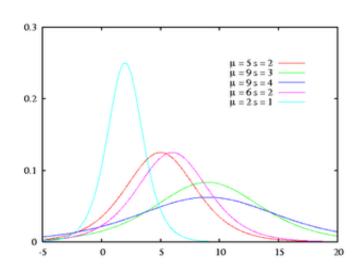
Розподіл

Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний



Логістичний розподіл

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

Розподіл

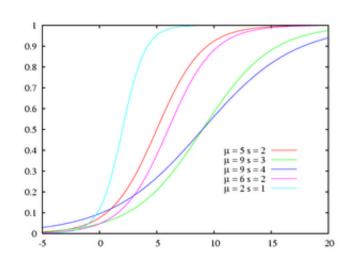
Розподіл Стьюдента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний

Експоненційний розполіл



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл Парето

Розподіл Стьюлента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний

Експоненційний

В теорії ймовірностей і математичній статистиці, розподіл Леві— неперервний розподіл ймовірностей для невід'ємної випадкової величини, названий на честь французького математика Поля Леві.

$$f(x;\mu,c) = \sqrt{\frac{c}{2\pi}} \frac{e^{-\frac{c}{2(x-\mu)}}}{(x-\mu)^{3/2}}$$

Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Веибулла

Розподіл

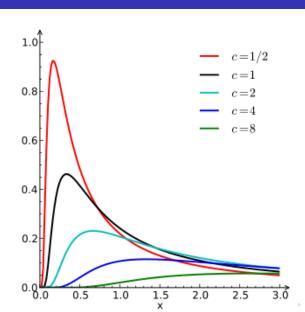
Неперервний рівномірний розполіл

Розподіл Коші

Логнормальний

Експоненційний

озподіл І



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Вейбулл

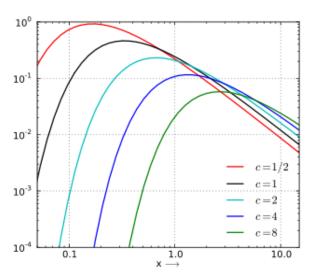
. Розподіл

Розподіл Стьюлента

Неперервний рівномірний розподіл

Розподіл Коші

Логнормальний



Неперервні розподіли випадкових величин

Розподіл Гаусса

Розподіл Вейбулла

Розподіл

Розподіл Стьюлента

Неперервний рівномірний розполіл

Розподіл Коші

Логнормальний

. ... Експоненційний

=кспоненціини розподіл



