## ГРАФОВІ ЙМОВІРНІСНІ МОДЕЛІ

Обробка дослідних даних вибіркової сукупності

Сумський державний університет

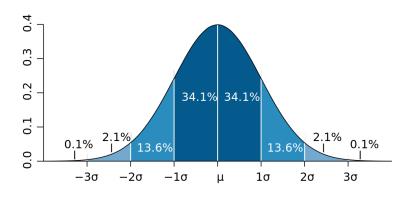
Імовірнісні основи обробки даних

#### Довірчі інтервали

Порядог обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



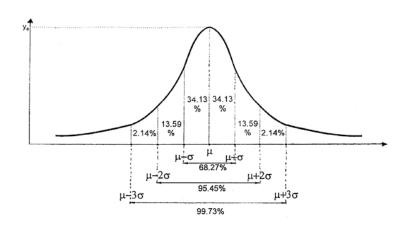
Імовірнісні основи обробки даних

#### Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



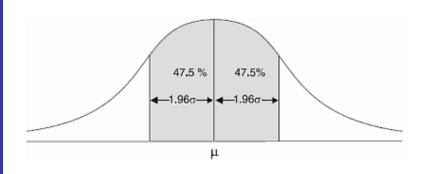
Імовірнісні основи обробки даних

#### Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



Імовірнісні основи обробки даних

#### Довірчі інтервали

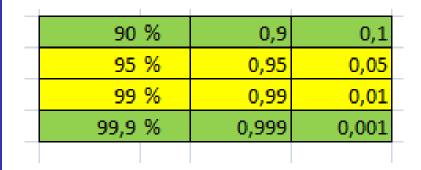
Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальник законом

#### Рівні значущості



Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Порядок обробки даних

- заре $\epsilon$ стровані значення розглянутого ознаки  $x_i$  розташувати в зростаючому порядку;
- знайти найбільше  $x_{max}$  і найменше  $x_{min}$  значення параметра;
- визначити розмах вимірювання значень параметра  $R = x_{max} x_{min}$ ;
- обчислити число інтервалів (класів) k в залежності від об'єму сукупності n

$$k = 1 + 1,44 \ln(n);$$

#### Порядок обробки даних

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Порядок обробки даних

- визначити ширину інтервалу (класу)  $h = \frac{R}{k}$
- визначити межі інтервалів (класів);
  - визначити число елементів (значень ознак), що потрапили до *i*- го інтервалу (цю величину називають дослідною частотою даного інтервалу);
- результати розрахунку звести в таблицю, яку називають інтервальним варіаційним рядом.

#### Порядок обробки даних

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Варіаційний ряд

Номер інтервалу	Ширина інтервалу X <sub>i</sub> - X <sub>i-1</sub>	Середина $\overline{X}_i$	Частота m* <sub>i</sub>		
1	X <sub>1</sub> - X <sub>0</sub>	$\overline{X}_{1}$	m* <sub>1</sub>		
2	X <sub>2</sub> - X <sub>1</sub>	$\overline{X}_2$	m* <sub>2</sub>		
k	X <sub>k</sub> - X <sub>k-1</sub>	$ar{X}_{_k}$	m* <sub>k</sub>		

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

# Основні числові характеристики для інтервального варіаційного ряду обчислюються за такими формулами

середн $\epsilon$  значення:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} x_i f_i$$

дисперсія:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 f_i$$

#### Порядок обробки даних

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

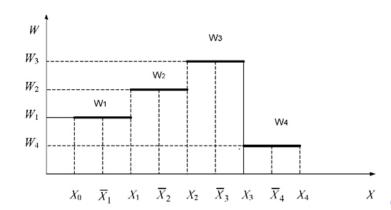
Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу Графічне зображення закону розподілу можна представити у вигляді гістограми .

Гістограма явля $\epsilon$  собою набір прямокутників, основою кожного  $\epsilon$  довжина інтервалу, а висотою — частота.



#### Порядок обробки даних

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розполілу За побудованою гістограмою признача $\epsilon$ ться теоретичний закон розподілу випадкової величини p(x), для якого визнача $\epsilon$ ться теоретична функція розподілу  $\mathcal{P}(x)$ 

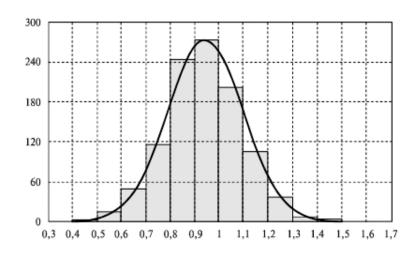
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

#### Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



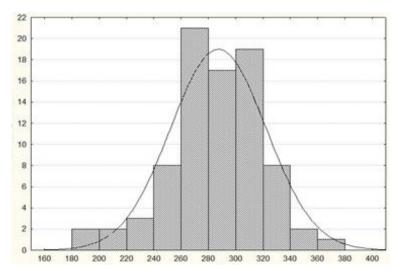
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

#### Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



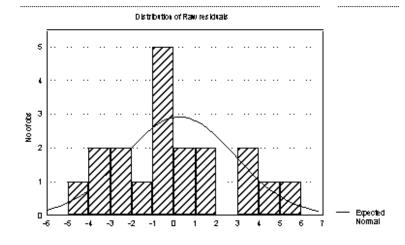
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



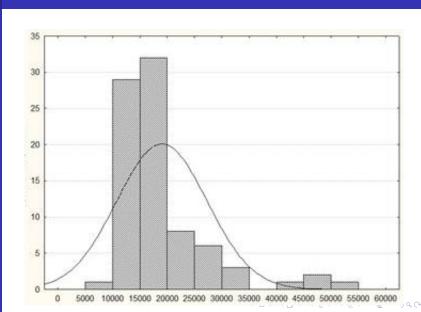
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

#### Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



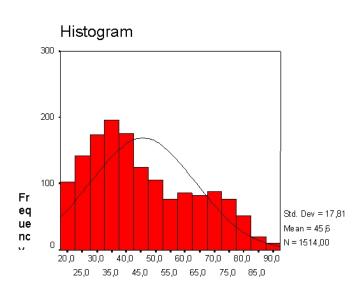
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

#### Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядою обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу При статистичній обробці дослідних даних одне з найважливіших завдань — це завдання перевірки гіпотез про приналежність даних (гістограм) до того чи іншого закону розподілу.

При висуванні та прийнятті зазначених гіпотез виникають наступні чотири випадки:

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядою обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

- $\blacksquare$  Гіпотеза H вірна і прийма $\epsilon$ ться.
- **2** Гіпотеза H вірна, але помилково відкида $\epsilon$ ться. Помилку, що виника $\epsilon$  при цьому, називають помилкою першого роду, а ймовірність її появи називають рівнем значущості і позначають  $\alpha$ .
- $\blacksquare$  Гіпотеза H не вірна і відкида $\epsilon$ ться.
- 4 Гіпотеза H не вірна, але помилково прийма $\epsilon$ ться. Помилку, що виникає при цьому, називають помилкою другого роду, а ймовірність її появи позначають  $\beta$ .

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу Розглянемо порядок статистичної перевірки правдоподібності гіпотези про належність даних до заданого виду імовірнісного закону.

Вирішення цього завдання проводиться в два етапи:

- **1** за видом гістограми або, виходячи з фізичної сутності даного явища, роблять попередн $\epsilon$  судження, тобто висува $\epsilon$ ться гіпотеза про належність дослідних даних до конкретного ймовірного закону;
- застосовуючи метод моментів, роблять перевірку правдоподібності висунутої гіпотези.

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу Для вирішення зазначеної задачі запропоновані відповідні критерії і заздалегідь, при заданому рівні значущості, підраховані і складені таблиці, в яких поміщені критичні (табличні) значення вказаних критеріїв.

Перевірка правдоподібності гіпотези про належність дослідних даних до заданого виду імовірнісного закону може проводитися за допомогою критеріїв: Пірсона, Колмогорова, Романовського, Фішера, Кохрена, Стьюдента та ін.

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

## Критерій $\chi^2$ Пірсона записується у вигляді наступної альтернативної умови

Якщо

$$\chi^2_{\rm data}>\chi^2_{\rm cr}$$

гіпотеза відкидається. Якщо

$$\chi^2_{\rm data} \leq \chi^2_{\rm cr}$$

гіпотеза про належність дослідних даних до конкретного ймовірного закону приймається.

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу  $\chi^2$ обчислю $\epsilon$ ться за формулою

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - nP_i)^2}{nP_i}$$

де r=k-s-1 – число степеней свободи;

k — число інтервалів гістограми;

s — число накладених зв'язків  $\{ar{x},\sigma^2\}$ .

Імовірнісні основи обробки даних

# Таблиця даних критерію $\chi^2$ в залежності від числа степеней свободи

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

r	0,01	0,05				
1	6,63490	3,84146				
2	9,21034	5,99146				
3	11,34487	7,81473				
4	13,2767	9,48773				
5	15,08627	11,0705				
6	16,81189	12,59159				
7	18,47531	14,06714				
8	20,09024	15,50731				
9	21,66599	16,91898				
10	23,20925	18,30704				

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Критерій Романовського

 $K_R$  обчислю $\epsilon$ ться за формулою

$$K_R = \frac{\chi_{data}^2 - r}{\sqrt{2r}}$$

де r=k-s-1 — число степеней свободи; k — число інтервалів гістограми;

s — число накладених зв'язків  $\{ar{x},\sigma^2\}$ .

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервалі

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу Якщо

 $K_R > 3$ 

гіпотеза відкидається.

Якщо

 $K_R \leq 3$ 

гіпотеза про належність дослідних даних до конкретного ймовірного закону приймається.

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом Статистичними спостереженнями встановлено, що у автомобіля KpA3-6510 лампочки покажчиків повороту перегоріли на пробігу (тис. км):

```
8,3; 18,4; 27,8; 47,1;
74; 19,7; 3; 11,8; 17,4;
14; 9,7; 34,1; 4; 31,9;
42; 7,3; 85,2; 39,6; 53;
57; 21,8; 58,4; 38,1.
```

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядог обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Початковий набір даних	Відсортовані дан
8,3	3
18,4	4
27,8	7,3
47,1	8,3
74	9,7
19,7	11,8
3	14
11,8	17,4
17,4	18,4
14	19,7
9,7	21,8
34,1	27,8
4	31,9
31,9	34,1
42	38,1
7,3	39,6
85,2	42
39,6	47,1
53	53
57	57
21,8	58,4
58,4	74
38,1	85,2

	n									
счет	23									
	розмах	(								
макс	85,2									
мин	3									
R= x	max-x r	nin								
R=	82,2									
кількіс	ть інтер	вал	iB 3	алех	кно і	від об	і'єму	/ суку	/ПНС	сті
k=1+1	,44*in n									
k=	5,515									
ширин	а інтері	залу	/							
h=R/k										
h=	14,9	≈	15							

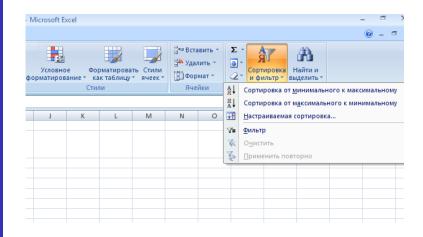
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



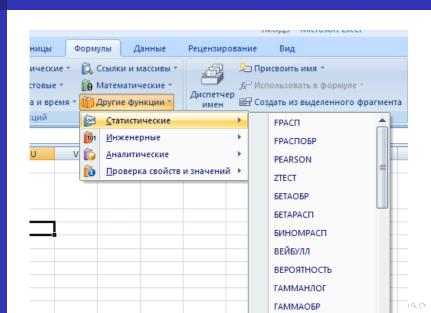
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



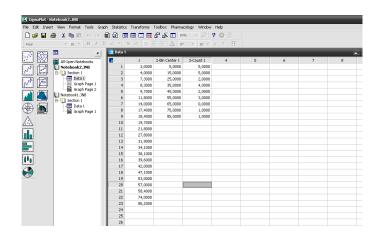
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки ланих

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



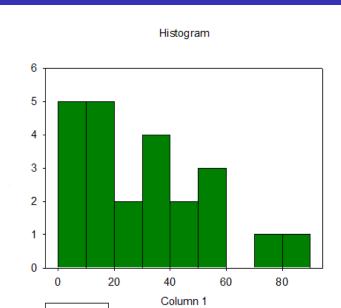
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



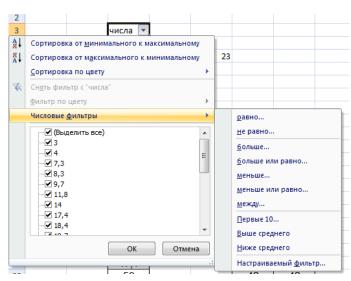
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядог обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



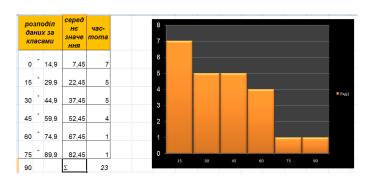
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки ланих

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

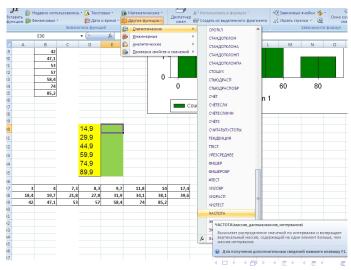
Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом

#### Функція частота



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

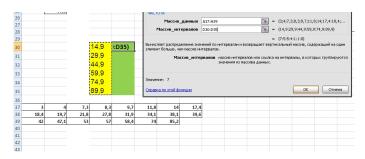
Порядо обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом

#### Функція частота



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

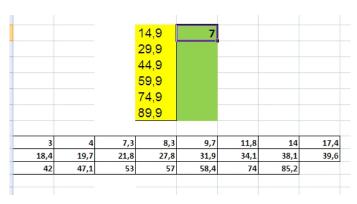
Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розполілу

#### Функція частота



Імовірнісні основи обробки даних

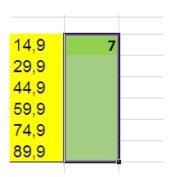
Довірчі інтервали

Порядою обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом Функція частота— функція масиву **F2** 



Функція частота – функція масиву

Імовірнісні основи обробки даних

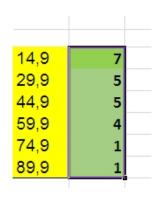
Shift+CTRL+ENTER

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

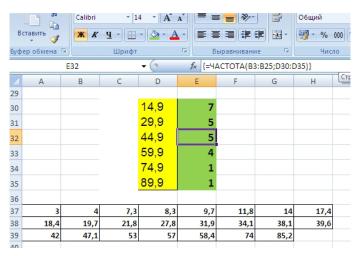
Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом

#### Функція частота



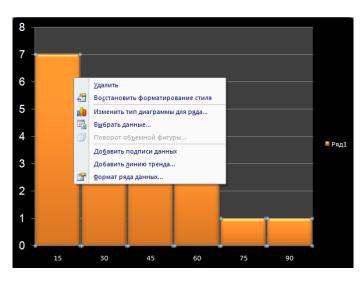
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



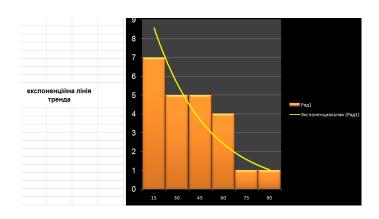
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



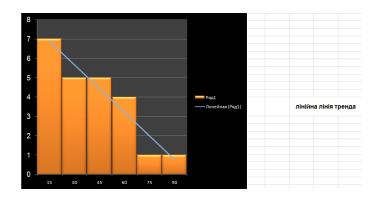
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



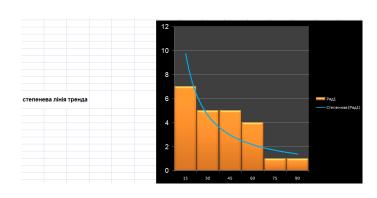
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервал*и* 

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



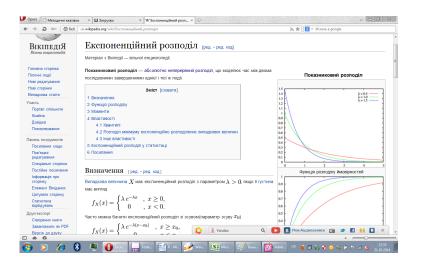
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробкі даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Параметри	$\lambda>0$ - інтенсивність або
	зворотність коефіцієнт
	масштабу
Носій функції	$x \in [0; \infty)$
Розподіл ймовірностей	$\lambda e^{-\lambda x}$
Функція розподілу	$1 - e^{-\lambda x}$
ймовірностей (cdf)	
Середнє	$\lambda^{-1}$
Медіана	$\ln(2)/\lambda$
Мода	0
Дисперсія	$\lambda^{-2}$
Коефіцієнт асиметрії	2
Коефіцієнт ексцесу	6
Ентропія	$1 - \ln(\lambda)$
Твірна функція	$(t)^{-1}$
моментів (mgf)	$\left(1-\frac{1}{\lambda}\right)$
Характеристична	$(1 it)^{-1}$
функція	$\left(1-\frac{1}{\lambda}\right)$

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядою обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу середн $\epsilon$  значення:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} x_i f_i$$

дисперсія:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 f_i$$

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

	серед нє значе ння класу	час- mom a	x_i*f_i		n	=	23
	<i>x_i</i>	f_i					
	7,45	7	52,15		X	=	30,928
	22,45	5	112,25				
	37,45	5	187,25				
L	52,45	4	209,8		λ	=	0,0323
	67,45	1	67,45				
L	82,45	1	82,45				
		Σ	711,35				

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядог обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

$$p(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$\mathcal{P}(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

x_1	x_2	(-λ*x_1)	(-λ*x_2)	exp(-λ*x_1)	exp(-λ*x_2)	P_rozr=exp( $-\lambda^*x_1$ ) - exp( $-\lambda^*x_2$ )	P_i
0	14,9	0	-0,48127	1	0,617998	0,382001964	0,40619
15	29,9	-0,485	-0,96577	0,61600512	0,38069	0,235315167	0,25021
30	44,9	-0,969	-1,45027	0,37946231	0,234507	0,144955348	0,15413
45	59,9	-1,454	-1,93477	0,23375073	0,1444575	0,089293237	0,09495
60	74,9	-1,938	-2,41927	0,14399165	0,0889866	0,055005091	0,05849
75	89,9	-2,423	-2,90377	0,08869959	0,0548162	0,033883418	0,03603
					Σ	0,940454225	1
					C=1/0,94	1,063315973	

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

серед нє значе ння класу	час- mom a f_i	x_i*f_i	P_i	n*P_i	(f_i-n*P_i)^2)/ n*P_i	
7,45	7	52,15	0,40619	9,34234	0,587279591	
22,45		112,25		5,75493		
37,45	5	187,25	0,15413	3,54507	0,597120141	
52,45	4	209,8	0,09495	2,18378	1,510527069	
67,45	1	67,45	0,05849	1,34522	0,088592483	
82,45	1	82,45	0,03603	0,82866	0,035426671	
	Σ	711,35		xi^2	2,917977602	

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - nP_i)^2}{nP_i}$$

де r = k - s - 1 — число степеней свободи; k = 6 — число інтервалів гістограми;

s=1 — число накладених зв'язків  $\{ar{x}\}.$ 

r = 6 - 1 - 1 = 4

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

$\chi^2_{data}$	$\leq$	$\chi^2_{cr}$
Λ data	_	/CC1

r	0,01	0,05
1	6,63490	3,84146
2	9,21034	5,99146
3	11,34487	7,81473
4	13,2767	9,48773
5	15,08627	11,0705
6	16,81189	12,59159
7	18,47531	14,06714
8	20,09024	15,50731
9	21,66599	16,91898
10	23,20925	18,30704
11	24 72407	10.67514

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка

Обробка даних за показовим законом розподілу

серед нє значе ння класу	час- mom a	x_i*f_i	P_i	P_kym
x_i	f_i			
7,45	7	52,15	0,40619	0,4061888
22,45	5	112,25	0,25021	0,6564032
37,45	5	187,25	0,15413	0,8105365
52,45	4	209,8	0,09495	0,9054834
67,45	1	67,45	0,05849	0,9639712
82,45	1	82,45	0,03603	1
	Σ	711,35		

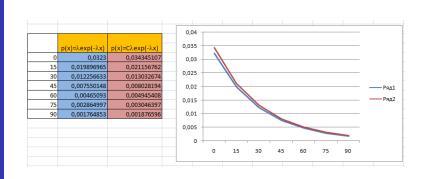
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



$$p(x) = C\lambda e^{-\lambda x}$$
$$p(x) = 1.0633 \cdot 0.0323e^{-0.0323x}$$

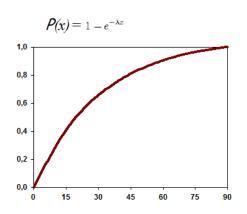
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



$$\mathcal{P}(x) = C(1 - e^{-\lambda x})$$
$$\mathcal{P}(x) = 1.0633(1 - e^{-0.0323x})$$



#### Нормальний закон розподілу

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma^2}},$$

- x випадкова величина;
- lacktriangle  $ar{x}$  середн $\epsilon$  значення розглянутої випадкової величини;
- $\sigma$  середн $\epsilon$  квадратичне відхилення, що характеризу $\epsilon$  розкид випадкової величини відносно її середнього значення.

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Розглянемо на прикладі порядок згладжування експериментальних даних нормальним законом розподілу

```
9; 18; 7; 12; 14; 6; 10; 9; 16; 6; 14; 7; 14; 6; 11; 12; 13; 7; 7; 18; 18; 8; 10; 6; 10; 8; 9;10; 10; 9; 8; 9; 16; 9; 11; 12; 14; 14; 15; 26; 9; 17; 9; 11; 9; 10; 8; 18; 16; 15; 8; 10; 17; 16; 16; 12; 19; 12; 14; 20; 19; 16; 12; 12; 11; 14; 14; 14; 17; 7; 4; 5; 6; 5; 5; 4; 7; 6; 6
```

Порядою обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Порядок обробки даних

- заре $\epsilon$ стровані значення розглянутого ознаки  $x_i$  розташувати в зростаючому порядку;
- lacktriangle знайти найбільше  $x_{max}$  і найменше  $x_{min}$  значення параметра;
- визначити розмах вимірювання значень параметра  $R = x_{max} x_{min}$ ;
- обчислити число інтервалів (класів) k в залежності від об'єму сукупності n

$$k = 1 + 1,44 \ln(n);$$

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Порядок обробки даних

- lacksquare визначити ширину інтервалу (класу)  $h=rac{R}{k}$
- визначити межі інтервалів (класів);
  - визначити число елементів (значень ознак), що потрапили до *i*- го інтервалу (цю величину називають дослідною частотою даного інтервалу);
- результати розрахунку звести в таблицю, яку називають інтервальним варіаційним рядом.

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервалі

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу 9 9 9 9 9 9 9 9 9 10 10 10 10 10 10 10 11 11 11 11 12 12 12 12 12 12 12

14 14 14 14 14 14 14 14 14

6666666

77777

88888

15 15 16 16 16 16 16 16 16 17 17 17 18 18 18 18

19 19 20

2

26

13

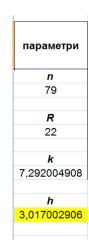
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервал*и* 

Порядок обробки даних

Оцінка

Обробка даних за показовим законом розподілу



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу 4 4 5 5 5 6 6 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9 9 9 9 9 10 10 10 10 10 10 10 11 11 11 11 12 12 12 12 12 12 12 13 14 14 14 14 14 14 14 14 15 15 16 16 16 16 16 16 17 17 17 18 18 18 18 19 19 20 26

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

класи x_1-x_2						
3	-	5,9				
6	-	8,9				
9	-	11,9				
12	-	14,9				
15	-	17,9				
18	-	20,9				
21	-	23,9				
24	-	26,9				

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу Середн $\epsilon$  значення

$$x_i = \frac{x_2 - x_1}{2}$$

Частота

 $f_i$ 

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

### Варіаційний ряд

клас	класи x_1-x_2		середнє значенн я класу х_і	частоти f_i
3	-	5,9	4,45	5
6	-	8,9	7,45	18
9	-	11,9	10,45	20
12	-	14,9	13,45	17
15	-	17,9	16,45	11
18	-	20,9	19,45	7
21	-	23,9	22,45	0
24	-	26,9	25,45	1

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

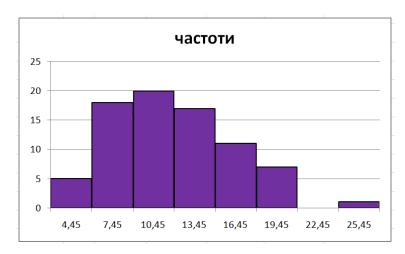
Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Гістограмма



Порядог обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

# Основні числові характеристики для інтервального варіаційного ряду обчислюються за такими формулами

середн $\epsilon$  арифметичне:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} x_i f_i$$

дисперсія:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 f_i$$

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

клас	класи х_1-х_2		середнє значенн я класу х_і	частоти f_i	x_i*f_i	(x_i-x)^2	f_i(x_i-x)^2
3	-	5,9	4,45	5	22,25	54,83496235	274,1748117
6	-	8,9	7,45	18	134,1	19,4045826	349,2824868
9	-	11,9	10,45	20	209	1,974202852	39,48405704
12	-	14,9	13,45	17	228,65	2,543823105	43,24499279
15	-	17,9	16,45	11	180,95	21,11344336	232,2478769
18	-	20,9	19,45	7	136,15	57,68306361	403,7814453
21	-	23,9	22,45	0	0	112,2526839	0
24	-	26,9	25,45	1	25,45	184,8223041	184,8223041
				Σ	936,55		1527,037975

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом ;

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Середн $\epsilon$ значення та дисперсія

		Σ	936,55	1527,037975
Х	=	11,855		
σ^2	=	19,5774		
0 2	_	13,3774		

Імовірнісні основи обробки даних

даних

Довірчі інтервали

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

	довірчі інтервали	рівень значущості
_ x "-"1,96σ	3,18277536	0,05
_ x "+"1,96σ	20,5273512	0,05
_ x "-"2,58σ	0,4395006	0,01
_ x "+"2,58σ	23,270626	0,01

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу 4 4 5 5 5 6 6 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9 9 9 9 9 9 10 10 10 10 10 10 10 11 11 11 11 12 12 12 12 12 12 12 13 14 14 14 14 14 14 14 14 15 15 16 16 16 16 16 16 17 17 17 18 18 18 18 19 19 20

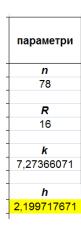
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервал*и* 

Порядог обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу Середн $\epsilon$  значення

$$x_i = \frac{x_2 - x_1}{2}$$

Частота

$$f_i$$

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі

Порядо обробки

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Варіаційний ряд

клас	класи х_1-х_2		середнє значенн я класу х_і	частот и f_i
3	-	4,9	3,95	2
5	ı	6,9	5,95	10
7	ı	8,9	7,95	11
9	-	10,9	9,95	16
11	1	12,9	11,95	11
13	1	14,9	13,95	10
15	-	16,9	15,95	8
17	-	18,9	17,95	7
19	-	20,9	19,95	3

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

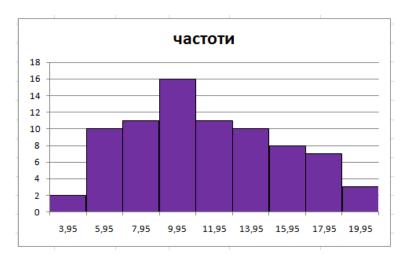
Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу

#### Гістограмма



# Основні числові характеристики для інтервального варіаційного ряду обчислюються за такими формулами

середн $\epsilon$  арифметичне:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} x_i f_i$$

дисперсія:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 f_i$$

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервалі

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

середнє значенн я класу х_і	частот и f_i	x_i*f_i	(x_i-x)^2	f_i(x_i-x)^2
3,95	2	7,9	57,2156476	114,4312952
5,95	10	59,5	30,95923734	309,5923734
7,95	11	87,45	12,70282709	139,731098
9,95	16	159,2	2,446416831	39,1426693
11,95	11	131,45	0,190006575	2,090072321
13,95	10	139,5	5,933596318	59,33596318
15,95	8	127,6	19,67718606	157,4174885
17,95	7	125,65	41,42077581	289,9454306
19,95	3	59,85	71,16436555	213,4930966
	Σ	898,1	4 🗆 Þ 4 🙃	1325,179487

Імовірнісні основи обробки даних

#### Середн $\epsilon$ значення та дисперсія

 $\Sigma$  898,1 1325,179487 X = 11,514  $\sigma^{A}2 = 17,21$ 

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

	довірчі інтервали	рівень значущості
_ x "-"1,96σ	3,3830258	0,05
_ x "+"1,96σ	19,645179	0,05
_ x "-"2,58σ	0,8109505	0,01
_ x "+"2,58σ	22,217255	0,01

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки ланих

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Обробка дослідних даних за нормальним законом розподілу За побудованою гістограмою признача $\epsilon$ ться теоретичний закон розподілу випадкової величини p(x), для якого визнача $\epsilon$ ться теоретична функція розподілу  $\mathcal{P}(x)$ 

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробкі даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

норм	альний роз	поділ			
p(x)=	0,096165	exp	(-0,02905	(x-11,514)^2)	

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

середнє значенн я класу х_і	частот и f_i	x_i*f_i	(x_i-x)^2	f_i(x_i-x)^2	p_i
3,95	2	7,9	57,2156476	114,4312952	0,01824335
5,95	10	59,5	30,95923734	309,5923734	0,039119435
7,95	11	87,45	12,70282709	139,731098	0,066487691
9,95	16	159,2	2,446416831	39,1426693	0,089567535
11,95	11	131,45	0,190006575	2,090072321	0,095635842
13,95	10	139,5	5,933596318	59,33596318	0,080937808
15,95	8	127,6	19,67718606	157,4174885	0,05429288
17,95	7	125,65	41,42077581	289,9454306	0,028866559
19,95	3	59,85	71,16436555	213,4930966	0,012164881

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядог обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Розподіл ймовірностей	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
Функція розподілу ймовірностей (cdf)	$\frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x - \mu}{\sqrt{2\sigma^2}}\right) \right]$

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} e^{-t^{2}} \, \mathrm{d}t$$

erf 
$$x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!(2n+1)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10} - \frac{x^7}{42} + \frac{x^9}{216} - \cdots \right)$$

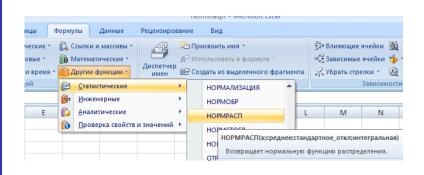
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки ланих

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

Р1_і(кум)	Р2_і(кум)	P_i=P2_i- P1_i
0,02007	0,05543	0,03536
0,05818	0,13302	0,07484
0,13827	0,2643	0,12603
0,27225	0,44116	0,16891
0,45069	0,63084	0,18015
0,63989	0,7928	0,15291
0,79962	0,9029	0,10328
0,90698	0,96249	0,05551
0,96442	0,98817	0,02375
		0,92074

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядо обробки ланих

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

	нормовочний	
	коефіцієнт	
С	=	1,086082933

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервал*и* 

Порядо обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

	p_i_norm	Р_кум
	0,0198138	0,0384039
-	0,042487	0,1196863
	0,0722111	0,2565654
	0,0972778	0,4400156
	0,1038685	0,6356735
	0,0879052	0,8017464
	0,0589666	0,9139171
	0,0313515	0,9742055
	0,0132121	1

При статистичній обробці дослідних даних одне з найважливіших завдань — це завдання перевірки гіпотез про приналежність даних (гістограм) до того чи іншого закону розподілу.

Критерій  $\chi^2$  Пірсона обчислю $\epsilon$ ться за формулою

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - nP_i)^2}{nP_i}$$

де r=k-s-1 – число степеней свободи;

k — число інтервалів гістограми;

s – число накладених зв'язків  $\{\bar{x},\sigma^2\}$ .

Імовірнісні основи обробки даних

#### Таблиця даних критерію $\chi^2$ в залежності від числа степеней свободи

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

r	0,01	0,05
1	6,63490	3,84146
2	9,21034	5,99146
3	11,34487	7,81473
4	13,2767	9,48773
5	15,08627	11,0705
6	16,81189	12,59159
7	18,47531	14,06714
8	20,09024	15,50731
9	21,66599	16,91898
10	23,20925	18,30704

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервал*и* 

Порядон обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

P_i_n orm	n*P_i_nor m	((f_i- n*P_i_norm)^2) /n*p_i
0,0384	2,995503617	0,330838342
0,08128	6,340030845	2,112824771
0,13688	10,6765645	0,009798144
0,18345	14,30912092	0,199807666
0,19566	15,26131155	1,189856854
0,16607	12,95368942	0,673497791
0,11217	8,749310337	0,064172599
0,06029	4,702500163	1,122489169
0,02579	2,011968634	0,485199403
1	χ^2	6,18848474

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтерваль

Порядон обробки

Оцінка

Обробка даних за показовим законом розподілу

		число степеней	число степеней свободи	
	r	=	9'-'2'-'1	
		=	6	
		з таблиці для р	івня значущості (	0,01
	χ^2_cr	=	16,81	
χ^2	6,188485	<	16,81	χ^2 cr

Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядон обробки ланих

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

K_p=	$(\chi^2-r)/sqrt(2r)=$	0,054410858
K_p<3		

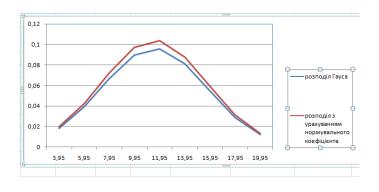
Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядок обробки даних

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу



Імовірнісні основи обробки даних

Довірчі інтервали

Порядог обробки ланих

Оцінка гіпотез

Обробка даних за показовим законом розподілу

