

Лекція 6

Метрики якості. Бібліотека scikit-learn

§31 Об'єднання точності й повноти

У деяких задачах є обмеження на одну із цих метрик, тоді як за другою метрикою буде проводитись оптимізація.

Але в деяких випадках потрібно максимізувати й точність, і повноту одночасно. Встає питання про об'єднання цих двох метрик.

Нагадую, що **precision** (точність spaцьовування класифікатора 1)

$$precision(a, X) = \frac{TP}{TP + FP}.$$

recall (повнота визначення об'єктів класу 1)

$$recall(a, X) = \frac{TP}{TP + FN}.$$

	$y = 1$	$y = -1$
$a(x) = 1$	True Positive (TP)	False Positive (FP)
$a(x) = -1$	False Negative (FN)	True Negative (TN)

Арифметичне середнє

Єдина метрика може бути отримана як арифметичне середнє точності й повноти:

$$A = \frac{1}{2}(\text{precision} + \text{recall})$$

Нехай є алгоритм, точність якого дорівнює 10%, а повнота — 100%:

$$\text{precision} = 0.1 \quad \text{recall} = 1.$$

Це може бути **випадок, коли у вибірці всього 10% об'єктів класу +1**, а алгоритм є константним і завжди повертає +1.

Очевидно, що цей **алгоритм некорисний**, але уведена вище метрика для нього дорівнює **$A = 0.55$** .

У свою чергу **інший**, набагато більше кращий алгоритм, з $\text{precision} = 0.55$ і $\text{recall} = 0.55$ також характеризується **$A = 0.55$** .

Ситуація, коли константний і корисний алгоритми можуть характеризуються однаково, є не припустимим, тому варто шукати інший спосіб побудови єдиної метрики.

Мінімум

Щоб константний і розумний алгоритми не характеризувались однаковим значенням, можна розглядати:

$$M = \min(\text{precision}, \text{recall}).$$

Даний підхід вирішує вищезгадану проблему, наприклад:

$$\text{precision} = 0.5, \quad \text{recall} = 1 \quad \implies \quad M = 0.5$$

Але є інший нюанс: два алгоритми, для яких точності однакові, але відрізняються значенням повноти, будуть мати однакове значення M :

$$\text{precision} = 0.4, \quad \text{recall} = 0.5 \quad \implies \quad M = 0.4,$$

$$\text{precision} = 0.4, \quad \text{recall} = 0.9 \quad \implies \quad M = 0.4.$$

Таке теж неприпустимо, тому що другий алгоритм істотно краще першого.

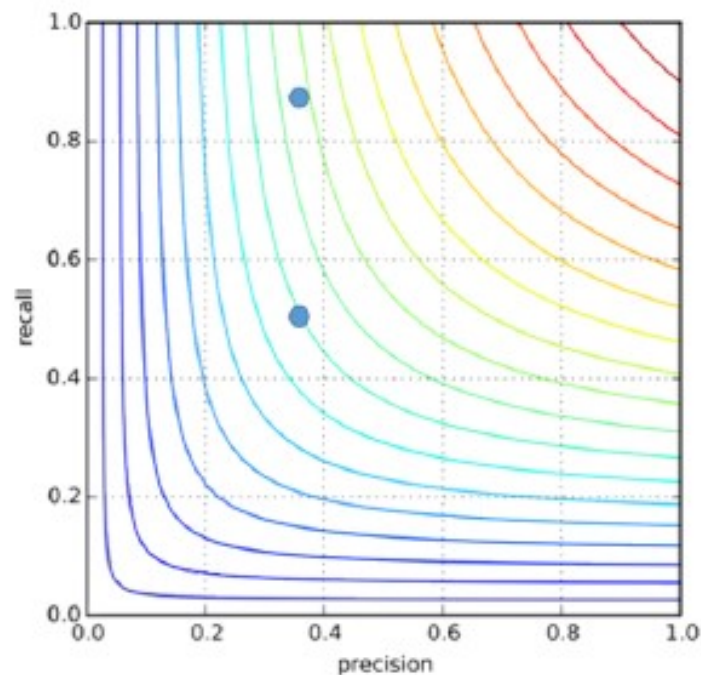
F-міра

Гармонійне середнє, або F-міри:

$$F = \frac{2 \cdot \text{precision} \cdot \text{recall}}{\text{precision} + \text{recall}}$$

- › precision = 0.4
- › recall = 0.5
- › $F = 0.44$

- › precision = 0.4
- › recall = 0.9
- › $F = 0.55$



Якщо необхідно віддати перевагу точності або повноті, варто використовувати розширену F-міру, у якій є параметр β :

$$F = (1 + \beta^2) \frac{\text{precision} \cdot \text{recall}}{\beta^2 \cdot \text{precision} + \text{recall}}$$

Наприклад, при $\beta = 0.5$ важливіше виявляється повнота, а у випадку $\beta = 2$, навпаки, важливіше виявляється точність.

§32 Якість оцінок належності до класу

Оцінка належності

Багато алгоритмів бінарної класифікації улаштовані в такий спосіб: спочатку обчислюється деяке дійсне число $b(x)$, що порівнюється з порогом t .

$$a(x) = [b(x) > t],$$

де $b(x)$ — оцінка належності класу +1. (оцінка впевненості, що x належить класу +1).

У випадку лінійного класифікатора $a(x) = [\langle w, x \rangle > t]$ оцінка належності класу +1 має вигляд $b(x) = \langle w, x \rangle$.

Часто буває необхідно **оцінити якість саме оцінки належності**, а поріг вибирається пізніше з міркувань на точність або повноту.

Оцінка належності в задачі кредитного скорінгу

Нехай розглядається задача кредитного скорінгу й була побудована деяка функція $b(x)$, що оцінює ймовірність повернення кредиту клієнтом x . Далі класифікатор будується в такий спосіб:

$$a(x) = [b(x) > 0.5]$$

При цьому отримуємо, що точність (precision) дорівнює 10%, а повнота (recall) - 70%. Це дуже поганий алгоритм, тому що 90% клієнтів, яким буде виданий кредит, не повернуть його.

При цьому не зрозуміло, у чому справа: був погано обраний поріг або алгоритм не підходить для рішення цієї задачі.

Саме для цього необхідно вимірювати якість самих оцінок $b(x)$.

PR-крива

Перший спосіб оцінки належності класу заснований на використанні кривої точності-повноти. Кожній точці на цій кривій буде відповідати класифікатор з деяким значенням порога.

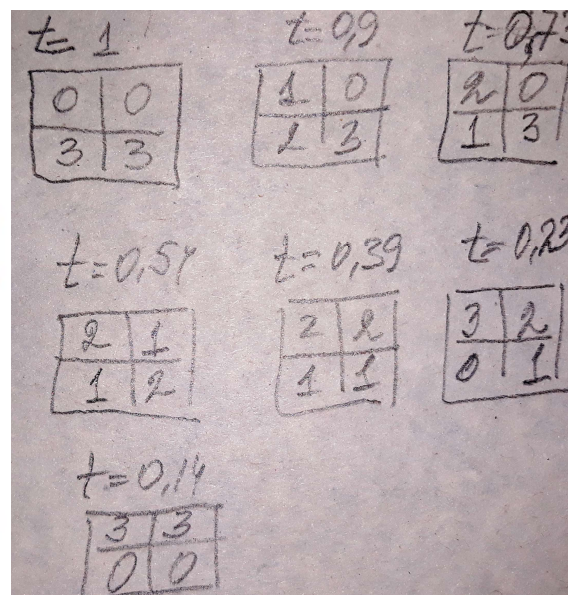
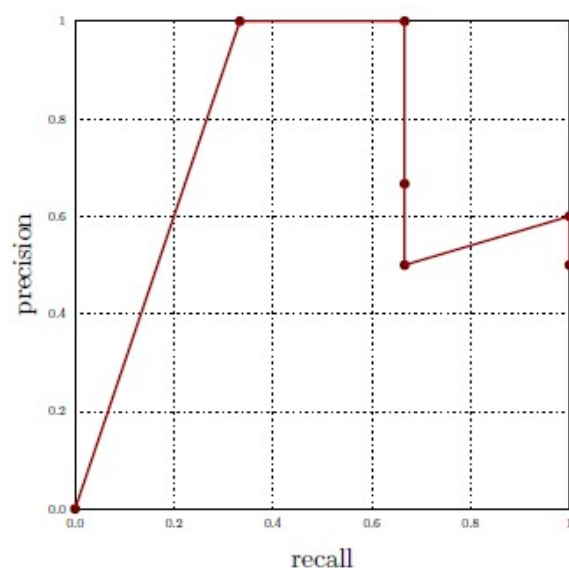


Рис. 4.5: Крива повноти-точності

Для прикладу наведена побудова PR-кривої для вибірки з 6 об'єктів, три з яких відносяться до класу $y=1$ і три — до класу $y=0$.

$b(x)$	0.14	0.23	0.39	0.54	0.73	0.90
y	0	1	0	0	1	1

- При досить великому порозі жоден об'єкт не буде віднесений до класу 1. У цьому випадку й точність і повнота рівні 0.
- При такому порозі, що рівно один об'єкт віднесений до класу 1, точність буде 100% (оскільки цей об'єкт дійсно з 1 класу), а повнота — $1/3$ (оскільки всього 3 об'єкти 1 класу).
- При подальшому зменшенні порога вже два об'єкти віднесені до класу 1, точність також залишається 100%, а повнота стає $2/3$.
- При такому порозі, що вже три об'єкти будуть віднесені до класу 1, точність стає рівної $2/3$, а повнота залишається такий же.
- При такому порозі, що чотири об'єкти віднесені до класу 1, точність зменшиться до 0.5, а повнота знову не зміниться.
- При подальшому зменшенні порога вже 5 об'єктів будуть віднесені до 1 класу, повнота стане рівної 100%, а точність — $3/5$.

У реальних задачах із числом об'єктів порядку декількох тисяч або десятків тисяч, крива точності- повноти виглядає приблизно так.

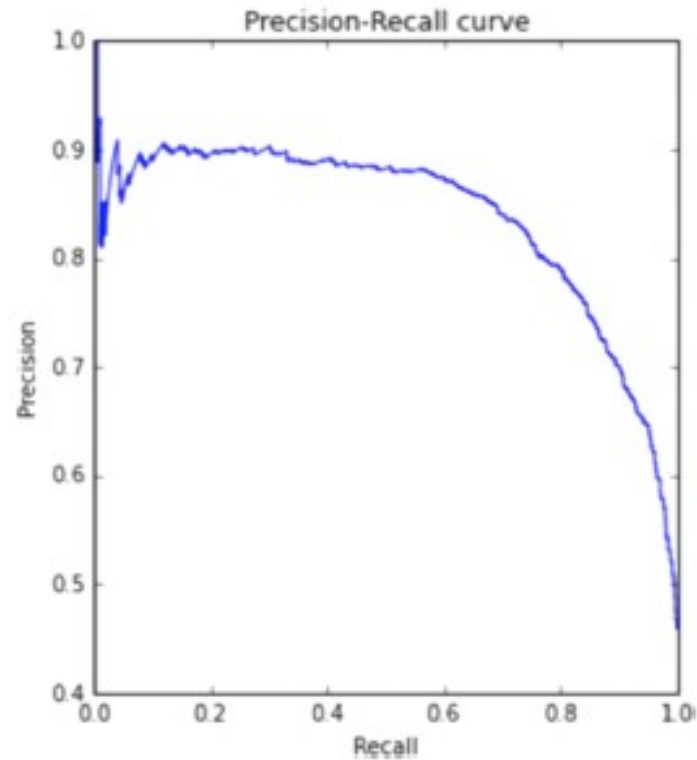


Рис. 4.6: Крива точності-повноти в реальних задачах з десятками тисяч об'єктів

Слід зазначити, що починається PR-крива завжди із точки $(0, 0)$, а закінчується точкою $(1, r)$, де r — частка об'єктів класу 1.

У випадку ідеального класифікатора, тобто якщо існує такий поріг, що й точність, і повнота дорівнюють 100%, крива буде проходити через точку $(1, 1)$. Таким чином, чим ближче крива пройде до цієї точки, тим краще оцінки.

Площа під цією кривою може бути гарною мірою якості оцінок належності до класу 1. Така метрика **називається AUC-PRC**, або площа під PR-кривою.

ROC-крива

Інший спосіб виміряти якість оцінок належності до класу 1 — ROC-крива, що будується в осях False Positive Rate (X) і True Positive Rate (Y):

$$FPR = \frac{FP}{FP + TN}, \quad TPR = \frac{TP}{TP + FN}$$

ROC-крива будується аналогічно PR-кривій: поступово розглядаються випадки різних значень порогів і відзначаються точки на графіку. Для згаданої вище вибірки ROC-крива має такий вигляд:

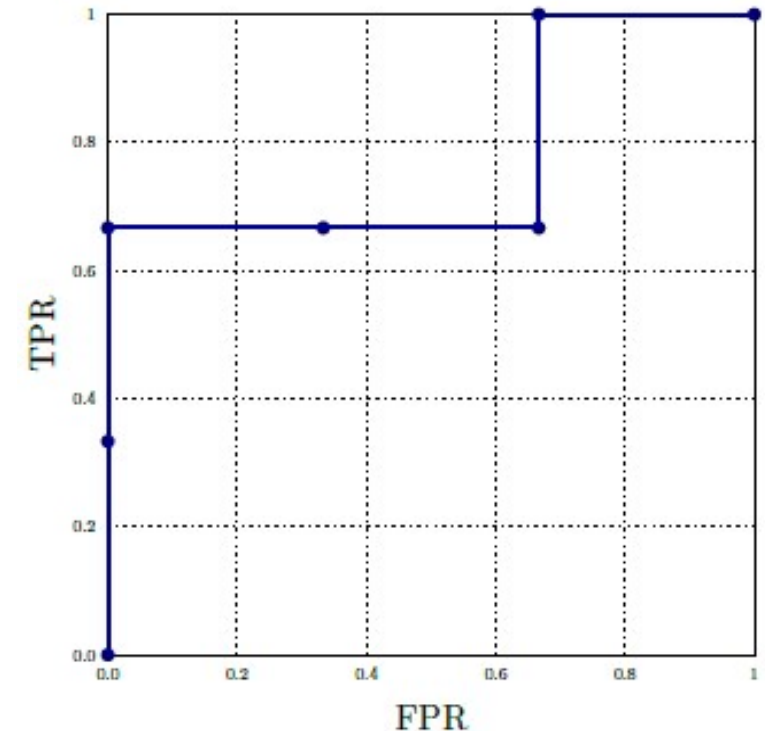


Рис. 4.7: ROC-крива

	$y = 1$	$y = -1$
$a(x) = 1$	True Positive (TP)	False Positive (FP)
$a(x) = -1$	False Negative (FN)	True Negative (TN)

$t=1$	$t=0,9$	$t=0,73$												
<table><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td></tr></table>	0	0	3	3	<table><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1	0	2	3	<table><tr><td>2</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td></tr></table>	2	0	1	3
0	0													
3	3													
1	0													
2	3													
2	0													
1	3													
$t=0,54$	$t=0,39$	$t=0,23$												
<table><tr><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td></tr></table>	2	1	1	2	<table><tr><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr></table>	2	2	1	1	<table><tr><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table>	3	2	0	1
2	1													
1	2													
2	2													
1	1													
3	2													
0	1													
$t=0,14$														
<table><tr><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr></table>	3	3	0	0										
3	3													
0	0													

У випадку з великою вибіркою ROC-крива виглядає в так:

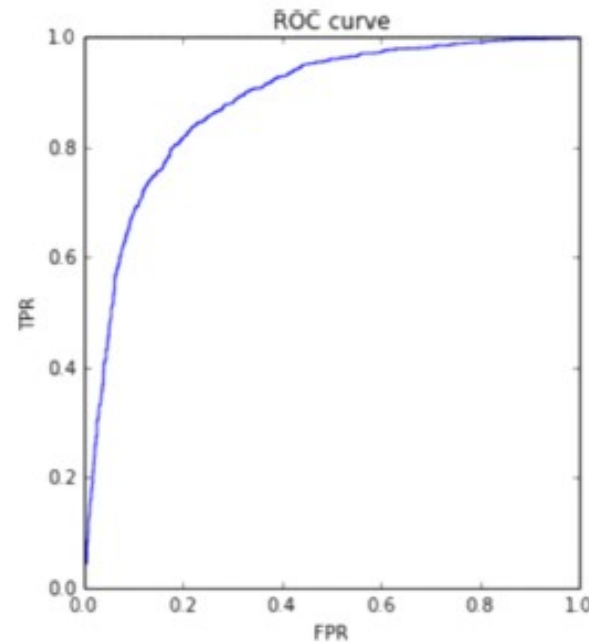


Рис. 4.8: Крива ROC у реальних задачах з десятками тисяч об'єктів

Крива стартує із точки $(0, 0)$ і приходить у точку $(1, 1)$. При цьому, якщо існує ідеальний класифікатор, крива повинна пройти через точку $(0, 1)$. Чим ближче крива до цієї точки, тим краще будуть оцінки, а площа під кривою буде характеризувати якість оцінок належності до першого класу. Така метрика називається AUC-ROC, або площа під ROC-кривою.

Особливості AUC-ROC

Як було вказано вище, ROC-крива будується в осях FPR і TPR, які нормуються на розміри класів:

$$FPR = \frac{FP}{FP + TN}, \quad TPR = \frac{TP}{TP + FN}.$$

Отже, при **зміні балансу класів** величина AUC-ROC і **незмінних властивостях об'єктів** вибірки **площа** під ROC-кривою **не зміниться**.

У випадку ідеального алгоритму $AUC\ ROC = 1$, а у випадку найгіршого $AUC\ ROC = 1/2$.

Значення AUC ROC має **зміст імовірності** того, що якщо були обрані випадковий позитивний і випадковий негативний об'єкти вибірки, **позитивний об'єкт одержить оцінку належності до класу 1 з імовірністю AUC_ROC**

$AUC=0,7$ можна інтерпретувати як те, що моделі вдасться вірно розпізнати клас об'єкту імовірністю 0,7.

Особливості AUC-PRC

PR-Крива будується в осях precision і recall:

$$precision = \frac{TP}{TP + FP}, \quad recall = \frac{TP}{TP + FN},$$

а отже змінюється при зміні балансу класів.

§33 Вбудовані датасети. Sklearn.datasets

Див. JNotebook «2_1Вбудовані_датасети_Sklearn_datasets.ipynb»