

МОДА, МЕДІАНА, СЕРЕДНЄ ЗНАЧЕННЯ ВИБІРКИ

Математична статистика – розділ математики, присвячений математичним методам систематизації, обробки та дослідження статистичних даних для наукових і практичних висновків. Її широко застосовують соціально-економічні дисципліни та інші галузі, а саме: астрономія (розподіл і рух зірок у небесному просторі), фізика (термодинаміка), біологія (закони спадковості), гідрологія (прогноз погоди), індустрія (контроль якості виробів) і таке інше.

Глибоке вивчення сучасної математичної статистики неможливо без допомоги теорії ймовірностей.

Статистика виникла з практичних потреб людини, її господарської діяльності, необхідністю обліку земельних угідь, майна, кількості населення, вивчення його занять, вікового складу тощо. Цікаво, що в Англії в XVII ст. людей, які займалися цими питаннями, називали “політичними арифметиками”.

Математична статистика виникла у XVII ст. і створювалась паралельно з теорією ймовірностей. Дальший розвиток математична статистика (друга половина XIX і початок XX століть) одержала в працях П.Л.Чебишева, А.А.Маркова, О.М.Ляпунова, а також К.Гаусса, А.Кете, Ф.Гальтона, К.Персона.

В XX столітті найбільш суттєвий внесок у розвиток математичної статистики зробили В.І.Романовський, Є.Є.Слуцький, А.М.Колмогоров, М.В.Смирнов, Стюдент, Ф.Фішер, Е.Пірсон, Ю.Непман та інші.

Найпоширенішим серед видів статистичних спостережень є вибіркове спостереження. У процесі вибіркового спостереження вивчається лише частина сукупності, відібрана спеціальним методом, яка називається вибіркою. Всю сукупність, з якої роблять вибірку називають генеральною сукупністю. Число об’єктів генеральної сукупності і вибірки називають відповідно обсягом генеральної сукупності і обсягом вибірки.

Приклад 1. Якщо із 1000 деталей відібрано для обстеження 100 деталей, то обсяг генеральної сукупності $N = 1000$, а обсяг вибірки $n = 100$.

Приклад 2. Якщо із усіх 20 млн працюючих в Україні об’єктом дослідження економісти вибрали 1000 чоловік, то обсяг генеральної сукупності $N = 20$ млн чоловік, а обсяг вибірки $n = 1000$ чоловік.

Вибірka характеризується центральними тенденціями: середнім значенням, модою і медіаною. Дамо означення кожній з них. **Середнім значенням вибірки називається середнє арифметичне всіх її значень:**

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \text{ або } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

(\sum – знак суми – “сигма” велика).

Мода вибірки – те її значення, яке трапляється найчастіше. Позначається M_o .

Медіана вибірки – це число, яке “поділяє” “навпіл” упорядковану сукупність усіх значень вибірки, тобто середня величина змінюваної ознаки, яка міститься в середині ряду, розміщеного в порядку зростання або спадання ознаки. Позначається M_e .

Приклад 1. Нехай дано вибірку 2, 3, 4, 4, 6, 6, 6, 7, 7, 8. Знайдемо центральні тенденції вибірки.

1. Розв’язання

Мода даної вибірки $M_o = 6$, бо число 6 зустрічається найчастіше.

Середнє значення вибірки:

$$\bar{x} = \frac{2+3+4+4+6+6+6+7+7+8}{10} = \frac{53}{10} = 5,3.$$

Медіана даної вибірки $M_e = 6$, бо вибірка має парне число значень і її медіана дорівнює півсумі двох її середніх значень:

$$M_e = \frac{6+6}{2} = 6.$$

Приклад 2. Знайти центральні тенденції вибірки: 12, 17, 11, 13, 14, 15, 15, 16, 13, 13.

Розв’язання

Упорядкуємо дану вибірку:

11, 12, 13, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 17.

Мода даної вибірки: $M_o = 13$.

Середнє значення:

$$\bar{x} = \frac{11+12+13+13+13+14+15+15+16+17}{10} = \frac{139}{10} = 13,9.$$

$$\text{Медіана даної вибірки: } M_e = \frac{13+14}{2} = \frac{27}{2} = 13,5.$$