

Методы оптимизации

Лабораторная работа 1

Симплекс–метод

Симплекс–таблица

$\{x_{j0}\}$	$\{b_i\}$	$\{C_{i0}\}$	x_1	x_2	\dots	x_r	\dots	x_m	x_{m+1}	\dots	x_s	\dots	x_n	b_i/a_{is}
			C_1	C_2	\dots	C_r	\dots	C_m	C_{m+1}	\dots	C_s	\dots	C_n	
x_1	b_1	C_1	1	0	\dots	0	\dots	0	$a_{1\ m+1}$	\dots	a_{1s}	\dots	a_{1n}	
x_2	b_2	C_2	0	1	\dots	0	\dots	0	$a_{2\ m+1}$	\dots	a_{2s}	\dots	a_{2n}	
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	
x_r	b_r	C_r	0	0	\dots	1	\dots	0	$a_{r\ m+1}$	\dots	a_{rs}	\dots	a_{rn}	
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	
x_m	b_m	C_m	0	0	\dots	0	\dots	1	$a_{m\ m+1}$	\dots	a_{ms}	\dots	a_{mn}	
$\Delta_j \rightarrow$			0	0	\dots	0	\dots	0	Δ_{m+1}	\dots	Δ_s	\dots	Δ_n	

- x_{j0} – базис;
- b_i – свободные члены;
- C_{i0} – коэффициенты линейной формы;
- отношение b_i/a_{is} ищется для всех $a_{is} >$

- $L = \sum_{i=1}^m C_i b_i$
- $\Delta_s = \sum_{i=1}^m C_i a_{is} - C_s$

Алгоритм симплекс-метода

Итерационный процесс состоит из трёх шагов.

Шаг 1. Найти переменную для включения в базис. Для этого вычисляем все Δ_i .

- Случай 1. В одном столбце над Δ_s все $a_{is} \leq 0 \Rightarrow$ задача не имеет решения.
- Случай 2. В одном столбце над Δ_s есть $a_{is} > 0 \Rightarrow$ возможно дальнейшее убывание линейной формы. Выбор переменной для включения в базис производится по максимальному $\Delta_s > 0$ (например, в столбце k). Таким образом, переменная x_k будет включена в базис.

Шаг 2. Найти переменную для исключения из базиса.

В столбце под новой базисной переменной для коэффициентов $a_{ik} > 0$ ищется отношение b_i/a_{ik} и выбирается минимальное (например, в строке r). Таким образом, переменная x_k заменит переменную x_r в базисе.

Шаг 3. Построить новую каноническую форму.

Решение продолжается до тех пор, пока все Δ_j не станут ≤ 0 , или пока не будут достигнуты условия для отсутствия решения задачи.

Входные данные

- Количество переменных n ($x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$).
- Количество ограничений m .
- Коэффициенты целевой функции $C = (C_1, C_2, \dots, C_n)$.
- Коэффициенты переменных в ограничениях $A = \begin{matrix} & a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ & a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{matrix}$.
- Свободные коэффициенты $B = (B_1, B_2, \dots, B_m)$.

Выходные данные

- Оптимальное решение $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.
- Оптимум целевой функции .
- (опционально, желательно к четвергу всё-таки иметь) Пошаговые симплекс-таблицы .

Требования к работе и коду

- Язык реализации – любой.
- Не запрещаются обсуждения, в команде процесс решения идёт быстрее.
- (опционально) Предусмотреть алгоритм выделения начального базиса.
- (опционально) Предусмотреть работу с ограничениями–неравенствами.
- Делать код читабельным.

