Калькулятор симплекс-метода

Количество переменных: 4

Количество ограничений: 3

Целевая функция:

2 x_1 + -3 x_2 + 3 x_3 + 1 x_4 → min

Ограничения:

2 x_1 + 1 x_2 + -1 x_3 + 1 x_4 = 24

1 x_1 + 2 x_2 + 2 x_3 + 0 x_4 ≤ 22

1 x_1 + -1 x_2 + 1 x_3 + 0 x_4 ≥ 10

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

В виде дробей

С решением

Метод искусственного базиса

Очистить Решить В двойственную

Введённые данные

$2 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + x_4 \to \min$
$2 \cdot x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 24$
$x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 \leq 22$
$x_1 - x_2 + x_3 \geq 10$

Ответ

$x_1 = \frac{34}{3}, x_2 = \frac{4}{3}, x_3 = 0, x_4 = 0, F = \frac{56}{3}$

Решение методом искусственного базиса

Для каждого ограничения с неравенством **добавляем дополнительные переменные** x_5 и x_6.
Столбец 4 является частью единичной матрицы. Переменная x_4 входит в начальный базис
Ограничение 2 содержит неравенство, базисной будет добавленная дополнительная переменная x_5
Ограничение 3 содержит неравенство с ≥. Базисная переменная для этого ограничения будет определена позднее.

Начальная симплекс-таблица

C	2	-3	3	1	0	0	0
базис	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**x_4**	**x_5**	**x_6**	**b**
x_4	2	1	-1	1	0	0	24
x_5	1	2	2	0	1	0	22

базисной.
В целевую функцию добавляем искусственные пременные с коэффициентом M, где M — очень большое число.

Таблица с искусственными переменными

C	2	-3	3	1	0	0	M	0
базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	u_1	**b**
x_4	2	1	-1	1	0	0	0	24
x_5	1	2	2	0	1	0	0	22
u_1	1	-1	1	0	0	-1	1	10

Перепишем условие задачи с учётом добавленных искусственных переменных:
$F = 2x_1 -3x_2 + 3x_3 + 1x_4 + Mu_1 \to \min$
$2 \cdot x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 24$
$x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + x_5 = 22$
$x_1 - x_2 + x_3 - x_6 + u_1 = 10$

Выразим искусственные переменные через базовые и дополнительные:
$u_1 = 10 - x_1 + x_2 - x_3 + x_6$

Вычисляем дельты: $\Delta_i = C_4 \cdot a_{1i} + C_5 \cdot a_{2i} + C_7 \cdot a_{3i} - C_i$
▾Подробный расчёт дельт
$\Delta_1 = C_4 \cdot a_{11} + C_5 \cdot a_{21} + C_7 \cdot a_{31} - C_1 = 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + M \cdot 1 - 2 = M$
$\Delta_2 = C_4 \cdot a_{12} + C_5 \cdot a_{22} + C_7 \cdot a_{32} - C_2 = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + M \cdot (-1) - -3 = 4 - M$
$\Delta_3 = C_4 \cdot a_{13} + C_5 \cdot a_{23} + C_7 \cdot a_{33} - C_3 = 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 2 + M \cdot 1 - 3 = -4 + M$
$\Delta_4 = C_4 \cdot a_{14} + C_5 \cdot a_{24} + C_7 \cdot a_{34} - C_4 = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + M \cdot 0 - 1 = 0$
$\Delta_5 = C_4 \cdot a_{15} + C_5 \cdot a_{25} + C_7 \cdot a_{35} - C_5 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + M \cdot 0 - 0 = 0$
$\Delta_6 = C_4 \cdot a_{16} + C_5 \cdot a_{26} + C_7 \cdot a_{36} - C_6 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + M \cdot (-1) - 0 = -M$
$\Delta_7 = C_4 \cdot a_{17} + C_5 \cdot a_{27} + C_7 \cdot a_{37} - C_7 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + M \cdot 1 - M = 0$
$\Delta_b = C_4 \cdot b_1 + C_5 \cdot b_2 + C_7 \cdot b_3 - C_8 = 1 \cdot 24 + 0 \cdot 22 + M \cdot 10 - 0 = 24 + 10M$

Симплекс-таблица с дельтами

C	2	-3	3	1	0	0	M	0
базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	u_1	**b**
x_4	2	1	-1	1	0	0	0	24
x_5	1	2	2	0	1	0	0	22
u_1	1	-1	1	0	0	-1	1	10
Δ	M	4 - M	-4 + M	0	0	-M	0	24 + 10M

Текущий план X: [0, 0, 0, 24, 22, 0, 10]
Целевая функция F: $2 \cdot 0 + -3 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 24 + 0 \cdot 22 + 0 \cdot 0 + M \cdot 10 = 24 + 10M$
Проверяем план на оптимальность: план **не оптимален**, так как $\Delta_1 = M$ положительна.
▾Критерий оптимальности
План оптимален, если в таблице отсутствуют положительные дельты.

Итерация 1

соответствующие значения столбца 1
В найденном столбце ищем строку с наименьшим значением Q: Q_{min} = 10, строка 3.
На пересечении найденных строки и столбца находится *разрешающий элемент*: 1
В качестве базисной переменной u_1 берём x_1.

C	2	-3	3	1	0	0	M	0	
базис	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**x_4**	**x_5**	**x_6**	**u_1**	**b**	**Q**
x_4	2	1	-1	1	0	0	0	24	24 / 2 = 12
x_5	1	2	2	0	1	0	0	22	22 / 1 = 22
x_1	1	-1	1	0	0	-1	1	10	10 / 1 = 10
Δ	M	4 - M	-4 + M	0	0	-M	0	24 + 10M	

Из строк 1, 2 вычитаем строку 3, умноженную на соответствующий элемент в столбце 1.
Вычисляем новые дельты: $\Delta_i = C_4 \cdot a_{1i} + C_5 \cdot a_{2i} + C_1 \cdot a_{3i} - C_i$
▾Подробный расчёт дельт
$\Delta_1 = C_4 \cdot a_{11} + C_5 \cdot a_{21} + C_1 \cdot a_{31} - C_1 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 2 = 0$
$\Delta_2 = C_4 \cdot a_{12} + C_5 \cdot a_{22} + C_1 \cdot a_{32} - C_2 = 1 \cdot 3 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) - -3 = 4$
$\Delta_3 = C_4 \cdot a_{13} + C_5 \cdot a_{23} + C_1 \cdot a_{33} - C_3 = 1 \cdot (-3) + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 3 = -4$
$\Delta_4 = C_4 \cdot a_{14} + C_5 \cdot a_{24} + C_1 \cdot a_{34} - C_4 = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 1 = 0$
$\Delta_5 = C_4 \cdot a_{15} + C_5 \cdot a_{25} + C_1 \cdot a_{35} - C_5 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 0 = 0$
$\Delta_6 = C_4 \cdot a_{16} + C_5 \cdot a_{26} + C_1 \cdot a_{36} - C_6 = 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) - 0 = 0$
$\Delta_7 = C_4 \cdot a_{17} + C_5 \cdot a_{27} + C_1 \cdot a_{37} - C_7 = 1 \cdot (-2) + 0 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 - M = -M$
$\Delta_b = C_4 \cdot b_1 + C_5 \cdot b_2 + C_1 \cdot b_3 - C_8 = 1 \cdot 4 + 0 \cdot 12 + 2 \cdot 10 - 0 = 24$

Симплекс-таблица с обновлёнными дельтами

C	2	-3	3	1	0	0	M	0	
базис	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**x_4**	**x_5**	**x_6**	**u_1**	**b**	**Q**
x_4	0	3	-3	1	0	2	-2	4	12
x_5	0	3	1	0	1	1	-1	12	22
x_1	1	-1	1	0	0	-1	1	10	10
Δ	0	4	-4	0	0	0	-M	24	

Текущий план X: [10, 0, 0, 4, 12, 0, 0]
Целевая функция F: $2 \cdot 10 + -3 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 12 + 0 \cdot 0 + M \cdot 0 = 24$
Проверяем план на оптимальность: план **не оптимален**, так как $\Delta_2 = 4$ положительна.
▾Критерий оптимальности
План оптимален, если в таблице отсутствуют положительные дельты.

Итерация 2

Определяем *разрешающий столбец* - столбец, в котором находится максимальная дельта: 2, Δ_2: 4
Находим симплекс-отношения Q, путём деления коэффициентов b на соответствующие значения столбца 2
В найденном столбце ищем строку с наименьшим значением Q: $Q_{min} = \frac{4}{3}$, строка 1.
На пересечении найденных строки и столбца находится *разрешающий*

C	2	-3	3	1	0	0	M	0	
базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	u_1	**b**	**Q**
x_2	0	3	-3	1	0	2	-2	4	$4 / 3 = \frac{4}{3}$
x_5	0	3	1	0	1	1	-1	12	12 / 3 = 4
x_1	1	-1	1	0	0	-1	1	10	-
Δ	0	4	-4	0	0	0	-M	24	

Делим строку 1 на 3. Из строк 2, 3 вычитаем строку 1, умноженную на соответствующий элемент в столбце 2.

Вычисляем новые дельты: $\Delta_i = C_2 \cdot a_{1i} + C_5 \cdot a_{2i} + C_1 \cdot a_{3i} - C_i$

▾Подробный расчёт дельт

$\Delta_1 = C_2 \cdot a_{11} + C_5 \cdot a_{21} + C_1 \cdot a_{31} - C_1 = -3 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 2 = 0$

$\Delta_2 = C_2 \cdot a_{12} + C_5 \cdot a_{22} + C_1 \cdot a_{32} - C_2 = -3 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - -3 = 0$

$\Delta_3 = C_2 \cdot a_{13} + C_5 \cdot a_{23} + C_1 \cdot a_{33} - C_3 = -3 \cdot (-1) + 0 \cdot 4 + 2 \cdot 0 - 3 = 0$

$\Delta_4 = C_2 \cdot a_{14} + C_5 \cdot a_{24} + C_1 \cdot a_{34} - C_4 = -3 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot (-1) + 2 \cdot \frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$

$\Delta_5 = C_2 \cdot a_{15} + C_5 \cdot a_{25} + C_1 \cdot a_{35} - C_5 = -3 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 0 = 0$

$\Delta_6 = C_2 \cdot a_{16} + C_5 \cdot a_{26} + C_1 \cdot a_{36} - C_6 = -3 \cdot \frac{2}{3} + 0 \cdot (-1) + 2 \cdot (-\frac{1}{3}) - 0 = -\frac{8}{3}$

$\Delta_7 = C_2 \cdot a_{17} + C_5 \cdot a_{27} + C_1 \cdot a_{37} - C_7 = -3 \cdot (-\frac{2}{3}) + 0 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{1}{3} - M = \frac{8}{3} - M$

$\Delta_b = C_2 \cdot b_1 + C_5 \cdot b_2 + C_1 \cdot b_3 - C_8 = -3 \cdot \frac{4}{3} + 0 \cdot 8 + 2 \cdot \frac{34}{3} - 0 = \frac{56}{3}$

Симплекс-таблица с обновлёнными дельтами

C	2	-3	3	1	0	0	M	0	
базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	u_1	**b**	**Q**
x_2	0	1	-1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$
x_5	0	0	4	-1	1	-1	1	8	4
x_1	1	0	0	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{34}{3}$	-
Δ	0	0	0	$-\frac{4}{3}$	0	$-\frac{8}{3}$	$\frac{8}{3} - M$	$\frac{56}{3}$	

Текущий план X: $[\frac{34}{3}, \frac{4}{3}, 0, 0, 8, 0, 0]$

Целевая функция F: $2 \cdot \frac{34}{3} + -3 \cdot \frac{4}{3} + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 0 + M \cdot 0 = \frac{56}{3}$

Проверяем план на оптимальность: положительные дельты отсутствуют, следовательно **план оптимален**.

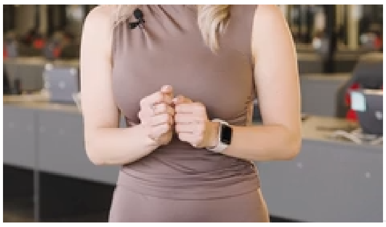
▾Критерий оптимальности

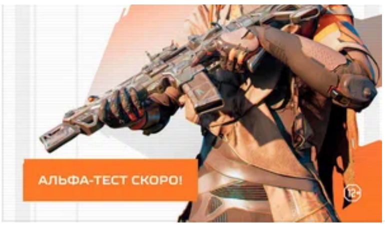
План оптимален, если в таблице отсутствуют положительные дельты.

Ответ: $x_1 = \frac{34}{3}$, $x_2 = \frac{4}{3}$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $F = \frac{56}{3}$

Как пользоваться калькулятором

- Задайте количество переменных и ограничений
- Введите коэффициенты целевой функции
- Введите коэффициенты ограничений и выберите условия (≤, = или ≥)
- Выберите тип решения
- Нажмите кнопку "Решить"


направл
в Алабу
Что тебя ждёт



онлайн-
шутера
NCORE
Плейтест

Что умеет калькулятор симплекс-метода

- Решает основную задачу линейного программирования
- Позволяет получить решение с помощью основного симплекс-метода и метода искусственного базиса
- Работает с произвольным количеством переменных и ограничений

Что такое симплекс-метод

Задача линейного программирования — это задача поиска неотрицательных значений параметров, на которых заданная линейная функция достигает своего максимума или минимума при заданных линейных ограничениях.

Симплекс-метод — алгоритм решения оптимизационной задачи линейного программирования путём перебора вершин выпуклого многогранника в многомерном пространстве. Алгоритм является универсальным методом, которым можно решить любую задачу линейного программирования.

Если вам тоже ничего не понятно из этого определения, то вы на верном пути. Чаще всего статьи про симплекс-метод очень сильно углубляются в дебри теории задачи линейного программирования, из-за чего очень легко потерять суть и так ничего и не понять. Мы постараемся описать алгоритм симплекс-метода так, чтобы показать, что в нём нет ничего страшного и на самом деле он весьма простой. Но сначала нам всё-таки потребуется ввести несколько определений.

Целевая функция — функция, максимум (или минимум) которой нужно найти. Представляет собой сумму произведений коэффициентов на значения переменных: $F = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \ldots + c_n \cdot x_n$

Ограничение — условие вида $a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \ldots + a_n \cdot x_n$ v b, где вместо v ставится один из знаков: ≤, = или ≥

План — произвольный набор значений переменных $x_1 \ldots x_n$.

Алгоритм решения основной задачи ЛП симплекс-методом

Пусть в задаче есть m ограничений, а целевая функция заивисит от n основных переменных. Первым делом необходимо привести все ограничения к **каноническому виду** — виду, в котором все условия задаются равенствами. Для этого предварительно все неравенства с ≥ умножаются на -1, для получения неравенств с ≤.

Чтобы привести ограничения с неравенствами к каноническому виду, для каждого ограничения вводят переменную, называемую **дополнительной** с коэффициентом 1. В ответе эти переменные учитываться не будут, однако сильно упростят начальные вычисления. При этом дополнительные переменные являются базисными, а потому могут быть использованы для формирования начального опорного решения.

▾ Пример 1

$4 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 \geq 160$

Меняем знаки у ограничений с ≥, путём умножения на -1 и добавляем дополнительные переменные к ограничениям с неравенством:

$2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3 + \mathbf{x_4} = 240$

$4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 200$

$-4 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - 8 \cdot x_3 + \mathbf{x_5} = -160$

Формирование начального базиса

После того как задача приведена к каноническому виду, необходимо найти начальный базис для формирования первого опорного решения. Если в процессе приведения были добавлены дополнительные переменные, то они становятся базисными.

Иначе необходимо выделить среди коэффициентов ограничений столбец, который участвует в формировании единичной матрицы в заданной строке (например, если требуется определить вторую базисную переменную, то необходимо искать столбец, в котором второе число равно 1, а остальные равны нулю). Если такой столбец найден, то переменная, соответствующая этому столбцу, становится базисной.

В противном случае можно поискать столбец, в котором все значения кроме числа в заданной строке равны нулю, и, если он будет найден, то разделить все значения строки на число, стоящее на пересечении этих строки и столбца, тем самым образовав столбец, участвующий в формировании единичной матрицы.

▾ Пример 2

$9 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 + 2 \cdot x_5 \to \max$

$x_1 - 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 \leq 6$

$x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 + x_4 = 24$

$2 \cdot x_1 + x_2 - 4 \cdot x_3 + 2 \cdot x_5 = 30$

Для ограничения с неравенством **добавляем дополнительную переменную** x_6.

Перепишем ограничения в каноническом виде:

$x_1 - 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + x_6 = 6$

$x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 + x_4 = 24$

$2 \cdot x_1 + x_2 - 4 \cdot x_3 + 2 \cdot x_5 = 30$

Ищем начальное базисное решение:

Ограничение 1 содержит неравенство, базисной будет добавленная дополнительная переменная x_6

Столбец 4 является частью единичной матрицы. Переменная x_4 входит в начальный базис

В пятом столбце все значения кроме третьего равны нулю. Поэтому в качестве третьей базисной переменной берём x_5, предварительно разделив третью строку на 2.

Симплекс-таблица

базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
x_6	1	-2	2	0	0	1	6
x_4	1	2	1	1	0	0	24
?	2	1	-4	0	2	0	30

После преобразования получаем следующую таблицу:

x_4	1	2	1	1	0	0	24
x_5	1	$\frac{1}{2}$	-2	0	1	0	15

Если такой столбец отсутствует, то для формирования базиса необходимо применить исключение Гаусса для первого ненулевого столбца, который ещё не является базисным. Для этого вся строка делится на элемент в найденном столбце, а из остальных строк вычитается полученная строка, разделённая на значение, стоящее в этом же столбце. После этой операции все значения вне данной строки будут обнулены, и столбец можно будет считать базисным.

▾ Пример 3

$4 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 \to \max$
$2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3 \le 240$
$4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 160$
$4 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 \le 200$
Для каждого ограничения с неравенством **добавляем дополнительные переменные** x_4 и x_5.
Перепишем ограничения в каноническом виде:
$2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3 + x_4 = 240$
$4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 160$
$4 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 + x_5 = 200$

Ищем начальное базисное решение:
Ограничение 1 содержит неравенство, базисной будет добавленная дополнительная переменная x_4
Ограничение 3 содержит неравенство, базисной будет добавленная дополнительная переменная x_5

Начальная симплекс-таблица

базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_4	2	3	6	1	0	240
?	4	2	4	0	0	160
x_5	4	6	8	0	1	200

Для определения второй базисной переменной ищем первый ненулевой столбец, который ещё не является базисным. Первый столбец не нулевой и не является базисным. Выполняем исключение Гаусса: делим строку 2 на 4, а из первой и третьей строк вычитаем вторую, умноженную на соответствующий элемент в первом столбце.

базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_4	2	3	6	1	0	240
x_1	4	2	4	0	0	160
x_5	4	6	8	0	1	200

После исключения получаем следующую таблицу:

базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_4	0	2	4	1	0	160
x_1	1	$\frac{1}{2}$	1	0	0	40

симплекс-таблицу. Она строится следующим образом:

- Для удобства в первой строке можно записать коэффициенты C_i целевой функции (для дополнительных переменных эти коэффициенты равны нулю)
- Вторая строка формирует шапку таблицы. В ней первый столбец называется базис, а остальные перечисляют основные переменные $x_1..x_n$ и дополнительные $x_{n+1}..x_{n+k}$
- Затем построчно перечисляются базисные переменные и коэффициенты ограничений

Схематично начальная таблица будет выглядеть примерно так:

C	c_1	c_2	...	c_n	0	0	...	0	0
базис	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	...	$\mathbf{x_n}$	$\mathbf{x_{n+1}}$	$\mathbf{x_{n+2}}$	...	$\mathbf{x_{n+k}}$	**b**
$\mathbf{x_{e_1}}$	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	a_{1n+1}	a_{1n+2}	...	a_{1n+k}	b_1
$\mathbf{x_{e_2}}$	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	a_{2n+1}	a_{2n+2}	...	a_{2n+k}	b_2
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$\mathbf{x_{e_m}}$	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	a_{mn+1}	a_{mn+2}	...	a_{mn+k}	b_m

Избавляемся от отрицательных свободных коэффициентов

После приведения к каноническому виду или после алгебраических преобразований при формировании базиса некоторые из свободных коэффициентов (b_i) могли стать отрицательными, что не позволяет перейти к дальнейшим вычислениям. Чтобы избавиться от отрицательных значений b необходимо:

- Найти строку, в которой находится максимальное по модулю значение b. Пусть это будет строка i;
- Найти максимальный по модулю элемент в этой строке. Пусть он находится в столбце j;
- Строку i разделить на элемент, стоящий на пересечении i-ой строки и j-го столбца;
- Из каждой оставшейся строки k вычесть строку i, умноженную на элемент строки k и столбца j;
- Переменную, соответствующую найденному столбцу j, сделать базисной (добавить в базис вместо переменной, находящейся в строке i).

Этот шаг необходимо повторять до тех пор, пока все отрицательные b не станут положительными или в строке не останется отрицательных элементов. Если строка с максимальным по модулю b_i не содержит отрицательных элементов, то такая задача не имеет решений и на этом алгоритм заканчивает свою работу. В противном случае все b_i положительны и алгоритм переходит к следующему этапу — расчёту дельт.

▸ Пример 4

Расчёт дельт

Дельты — это параметры, на основании которых проверяется оптимальность текущего решения и улучшается функция. Они рассчитываются для каждой из переменных ограничений и записываются последней строкой таблицы.

Для расчёта дельт используется следующая формула: $\Delta_i = c_{e_1} \cdot a_{1i} + c_{e_2} \cdot a_{2i} + \ldots + c_{e_m} \cdot a_{mi} - c_i$. Проще говоря, чтобы вычислить дельту по заданной i-ой переменной, нужно перемножить коэффициенты условий в i-ом столбце на коэффициенты целевой функции при соответствующих базисных переменных, сложить эти произведения и вычесть из полученной суммы коэффициент целевой функции столбца i.

▸ Пример 5

Проверка плана на оптимальность

После того как дельты рассчитаны, необходимо проверить оптимальность текущего плана. Критерий оптимальности формулируется следующим образом:
При максимизации функции: *текущее решение считается оптимальным, если в таблице отсутствуют отрицательные дельты*.
При минимизации функции: *текущее решение считается оптимальным, если в таблице отсутствуют положительные дельты*.

▸ Пример 6

Если текущий план оптимален, то алгоритм завершает свою работу. Значениям переменных соответствуют значения столбца свободных коэффициентов b. Если свободной переменной нет в базисе, то её значение считается нулевым. Значение целевой функции, принимаемой на данном наборе, находится в строке с дельтами в том же столбце. Если какое-либо из значений столбца b отрицательно, то решения задачи не существует.

Переход к более оптимальному решению

Если текущий план оказался не оптимальным, то алгоритм ищет столбец с наименьшей (с наибольшей, если ищется минимум) дельтой. После чего вычисляются симплекс-отношения Q. Для этого значения свободных коэффициентов делятся на ненулевые коэффициенты из найденного столбца. Если результат деления получается отрицательным, то такие отношение игнорируются.

Среди найденных симплекс-отношений ищется строка, в которой находится симплекс-отношение с наименьшим значением. Если таких отношений нет, то алгоритм останавливает свою работу, так как *целевая функция не ограничена и решения не существует*.

▸ Пример 7

В противном случае строка с наименьшим отношением считается разрешающей и, аналогично избавлению от отрицательных свободных коэффициентов, делится на разрешающий элемент, расположенный в найденных столбце и строке, и из остальных строк вычитается найденная строка, разделённая на значения, стоящие в этом же столбце соответствующей строки. Переменная, стоящая в разрешающем столбце заменяет базисную переменную, находящуюся в найденной строке.

После этого вычисляются новые дельты и проверяется новый план. Так продолжается до тех пор пока не будет выполнен критерий

РЕКЛАМ
Тест: твоё направл в Алабу
Что тебя ждёт
Преимущ

РЕКЛАМ
AI-ассисте GigaCod улучшае качеств кода

Метод искусственного базиса

Очень часто при решении задачи линейной оптимизации бывает довольно сложно выполнять алгебраические преобразования над коэффициентами ограничений для поиска начального базиса. Для упрощения вычислений существует альтернативный метод решения, называемый **методом искусственного базиса**. Его суть заключается в том, что вместо того, чтобы искать базис среди имеющихся основных и дополнительных переменных, ввести так называемые **искусственные переменные**, которые сформируют начальный базис. Возможно, звучит сложно и непонятно, но сейчас мы всё объясним.

Подготовительный этап

Аналогично базовому симплекс-методу для всех ограничений с неравентством вводятся дополнительные переменные, причём для ограничений с ≥ они берутся с коэффициентом -1, а для ограничений с ≤ с коэффициентом 1. Ограничения с равенством остаются без изменений. Если свободный коэффициент какого-либо из ограничений меньше нуля, то такое ограничение умножается на -1 (знак неравенства при этом меняется на противоположный). После этого приступают к поиску базиса.

▸ Пример 9

Формирование начального базиса

Для того, чтобы сформировать начальный базис в первую очередь можно поискать столбец, у которого одно значение равно единице, а все значения остальные значения равны нулю, и сделать соответствующую переменную базисной для этой строки. Однако такое случается довольно редко, поэтому проще сразу перейти к следующему пункту. Для всех ограничений, не имеющих базисной переменной, добавляем искусственную переменную с коэффициентом 1. В целевую функцию добавляем эту же переменную с коэффициентов **-M**, если ищется максимум или с коэффициентом **M**, если ищется минимум. **M** всего лишь является очень большим числом.

▸ Пример 10

Расчёт дельт и проверка плана на оптимальность

После того, как начальный базис сформирован необходимо вычислить дельты. Дельты вычисляются полностью аналогично базовому методу: $\Delta_i = c_{e_1} \cdot a_{1i} + c_{e_2} \cdot a_{2i} + ... + c_{e_m} \cdot a_{mi} - c_i$. Единственным отличием будет тот факт, что результат может содержать значения с M. Когда дельты будут получены необходимо проверить текущий опорный план на оптимальность (см. проверку плана на оптимальность в базовом симплекс-методе). Если план оптимален, то алгоритм завершает свою

Programforyou — это сообщество, в котором Вы можете подтянуть свои знания по программированию, узнать, как эффективно решать те или иные задачи, а также воспользоваться нашими онлайн сервисами.

Copyright © 2017 - 2025 Programforyou - помощь с программированием | programforyou.ru