ANÁLISIS NUMÉRICO I/ ANÁLISIS NUMÉRICO

Licenciatura en Matemática/ Ciencias de la Computación

FAMAF, UNC — Año 2017

TRABAJO DE LABORATORIO N° 2

1. Escribir una función en OCTAVE que implemente el método de bisección para hallar una raíz de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ en el intervalo $[a, b]$. La función debe llamarse "`rbisec`", y tener como entrada los argumentos (fun, I, e, m), donde "fun" es una función que dado x retorna $f(x)$, $I = [a, b]$ es un intervalo en $\mathbb{R}$, e es la tolerancia deseada del error y m es el número máximo de iteraciones permitidas. El algoritmo debe finalizar en la k-ésima iteración si $|f(x_k)| < e$ o si $k \geq m$. La salida debe ser $[hx, hf]$ donde $hx = [x_1, \ldots, x_N]$ es el histórico de puntos medios y $hf = [f(x_1), \ldots, f(x_N)]$ el histórico de los respectivos valores funcionales.

2. Utilizar la función del ejercicio anterior para:

   a) encontrar la menor solución positiva de la ecuacón $2x = \tan(x)$ con un error menor a 10^{-5} en menos de 100 iteraciones. ¿Cuántas iteraciones son necesarias cuando comenzamos con el intervalo $[0{,}8\,,\,1{,}4]$? Usar la siguiente sintaxis:
   `octave>[hx, hy] = rbisec(@fun_ej2a, I, e, m)`

   b) Encontrar una aproximación a $\sqrt{3}$ con un error menor a 10^{-5}. Para esto, considere la función $f(x) = x^2 - 3$ (que debe llamarse "`fun_ej2b`").
   `octave>[hx, hy] = rbisec(@fun_ej2b, I, e, m)`

   c) Graficar conjuntamente f y los pares $(x_k, f(x_k))$ para las dos funciones anteriores y con al menos dos intervalos iniciales distintos para cada una.

3. Escribir una función en OCTAVE que implemente el método de Newton para hallar una raíz de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ partiendo de un punto inicial x_0. La función debe llamarse "`rnewton`", y tener como entrada $(\text{fun}, x0, e, m)$ donde "fun" es una función que dado x retorna $f(x)$ y $f'(x)$, $x0$ es un punto inicial en $\mathbb{R}$, e es la tolerancia deseada del error y m es el número máximo de iteraciones permitidas. El algoritmo debe finalizar en la k-ésima iteración si vale alguna de las siguientes:

$$\frac{|x_k - x_{k-1}|}{|x_k|} < e, \qquad |f(x_k)| < e, \qquad k \geq m.$$

   La salida debe ser $[hx, hf]$ donde $hx = [x_1, \ldots, x_N]$ es el histórico de puntos generados y $hf = [f(x_1), \ldots, f(x_N)]$ el histórico de los respectivos valores funcionales.

4. Escribir una función en OCTAVE que aproxime $\sqrt[3]{a}$ con un error menor a 10^{-6}. Para ello, haga una variable global a (use el comando `global`) y llame al método de Newton del ejercicio anterior para la función $f(x) = x^3 - a$. Utilizar las funciones "`rnewton`" y "`fun_ej4`".

5. Escribir una función en OCTAVE que implemente el método de Iteración de Punto Fijo para hallar un punto fijo de $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ partiendo de un punto inicial x_0. La función debe llamarse "`ripf`", y tener como entrada $(\text{fun}, x0, e, m)$ donde "fun" es una función que dado x retorna $\varphi(x)$, $x0$ es un punto en $\mathbb{R}$, e es la tolerancia deseada del error y m es el número máximo de iteraciones permitidas. El algoritmo debe finalizar en la k-ésima iteración si $|x_k - x_{k-1}| < e$ o $k \geq m$. La salida debe ser hx donde $hx = [x_1, \ldots, x_N]$ es el histórico de puntos generados.

6. Se quiere usar la fórmula de iteración $x_{n+1} = 2^{x_n - 1}$ para resolver la ecuación $2x = 2^x$. Utilizar la función del ejercicio anterior para investigar si converge; y en caso afirmativo, estudiar hacia quévalores lo hace para distintas elecciones de x_0, tomando un número máximo de 100 iteraciones y un error menor10^{-5}. Usar la siguiente sintaxis:
   `octave>[hx] = ripf(@fun_ej6, x0, e, m)`

7. Se desea conocer la gráfica de una función u definida implícitamente: $u(x) = y$ donde y es solución de
$$y - e^{-(1-xy)^2} = 0.$$
Implementar tres versiones de esta función, hallando el valor de y con los métodos de los ejercicios**??**, **??** y **??**. Los valores iniciales y tolerancias usadas por los distintos métodos deben ser escogidos de manera que cualquier usuario pueda graficar u en el intervalo $[0, 1{,}5]$ sin inconvenientes.