

## Task 4

Конечный автомат можно представить в виде ориентированного графа. Его ребра подписаны символами алфавита, который принимает автомат. Вершины можно поделить на 3 вида: начальная, терминальные, промежуточные.

Исходя из этих данных попробуем создать язык для описания любого такого автомата.

Сначала введем несколько вспомогательных определений. Ограничим количество состояний в любом конечном графе некоторой условной константой  $k$  («максимальное» число состояний в самом большом конечном автомате). Множество вершин графа -  $Q = \{q_0, q_2, \dots, q_k\}$ . Размер «наибольшего» алфавита, принимаемого конечным автоматом -  $m$ . Множество символов алфавита принимаемого автоматом -  $N = \{n_1, n_2, \dots, n_m\}$ . Также введем множество состояний  $C = \{I, T\}$ .

Путь алфавитом в нашем языке будет следующее множество, задаваемое декартовым произведением  $(Q, C, N, Q, C)$ . Соответственно каждая декартова пятерка - один символ алфавита. Данная пятерка описывает одно ребро графа: (состояние откуда, спецификация состояния откуда, символ для перехода, состояние куда, спецификация состояния куда).

Rem: так как начальное состояние в графе только одно, зафиксируем его за вершиной  $q_0$ .

Примеры описания автоматов на заданном языке:

- (a) Конечный полный автомат, распознающий язык строк над алфавитом  $\{0, 1\}$ , в которых число 0 встречается четное число раз.

Здесь строится биекция между  $0 = n_1, 1 = n_2$ .

$$(q_0, T, n_1, q_1, I)(q_1, I, n_2, q_1, I)(q_1, I, n_1, q_0, T)(q_0, T, n_2, q_0, T)$$

- (b) Полный конечный детерминированный автомат, распознающий язык неотрицательных чисел без лидирующих нулей.

Здесь строится биекция между  $0 = n_1, 1 = n_2, 2 = n_3, 3 = n_4, 4 = n_5, 5 = n_6, 6 = n_7, 7 = n_8, 8 = n_9, 9 = n_{10}$ .

$$\begin{aligned} &(q_0, I, n_2, q_1, T)(q_0, I, n_3, q_1, T)(q_0, I, n_4, q_1, T)(q_0, I, n_5, q_1, T) \\ &(q_0, I, n_6, q_1, T)(q_0, I, n_7, q_1, T)(q_0, I, n_8, q_1, T)(q_0, I, n_9, q_1, T) \\ &(q_0, I, n_{10}, q_1, T)(q_1, T, n_1, q_1, T)(q_1, T, n_2, q_1, T)(q_1, T, n_3, q_1, T) \\ &(q_1, T, n_4, q_1, T)(q_1, T, n_5, q_1, T)(q_1, T, n_6, q_1, T)(q_1, T, n_7, q_1, T) \\ &(q_1, T, n_8, q_1, T)(q_1, T, n_9, q_1, T)(q_1, T, n_{10}, q_1, T)(q_0, I, n_1, q_2, T) \\ &(q_2, T, n_1, q_3, I)(q_2, T, n_2, q_3, I)(q_2, T, n_3, q_3, I)(q_2, T, n_4, q_3, I) \\ &(q_2, T, n_5, q_3, I)(q_2, T, n_6, q_3, I)(q_2, T, n_7, q_3, I)(q_2, T, n_8, q_3, I) \\ &(q_2, T, n_9, q_3, I)(q_2, T, n_{10}, q_3, I)(q_3, I, n_1, q_3, I)(q_3, I, n_2, q_3, T) \\ &(q_3, I, n_3, q_3, I)(q_3, I, n_4, q_3, I)(q_3, I, n_5, q_3, I)(q_3, I, n_6, q_3, I) \\ &(q_3, I, n_7, q_3, I)(q_3, I, n_8, q_3, I)(q_3, I, n_9, q_3, I)(q_3, I, n_{10}, q_3, I) \end{aligned}$$

- (c) Конечный полный автомат, распознающий язык строк над алфавитом  $a, b, c$ , заканчивающихся на  $a$ .

Здесь строится биекция между  $a = n_1, b = n_2, c = n_3$ .

$$(q_0, I, n_1, q_1, T)(q_1, T, n_2, q_0, I)(q_1, T, n_3, q_0, I)(q_0, I, n_2, q_0, I)(q_0, I, n_3, q_0, I)$$