

Departamento de Matemática Aplicada
Universidad Rey Juan Carlos de Madrid
Aplicación de Matemáticas Aplicadas
Alexandru Iosif
(Curso 2022 - 2023)

TEMA 1 - PARTE 2: TRANSFORMADA DE FOURIER

1. Calcule la transformada de Fourier de

(a) una señal triangular $f(t)$ definida en el intervalo $[0, \pi)$ por

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}t & \text{si } 0 \leq t < \frac{\pi}{2}, \\ -\frac{2}{\pi}t + 2 & \text{si } \frac{\pi}{2} \leq t < \pi. \end{cases}$$

(b) una señal triangular $f(t)$ definida en el intervalo $[-\pi/2, \pi/2)$ por

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}t + 1 & \text{si } -\frac{\pi}{2} \leq t < 0, \\ -\frac{2}{\pi}t + 1 & \text{si } 0 \leq t < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

(Ayuda: traslade la función del apartado anterior.)

(c) la función $f(t) = 1$.

(d) la distribución $\delta(t)$.

(e) de la función $u(t)$

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ 1/2 & \text{si } t = 0, \\ 1 & \text{si } t > 0. \end{cases}$$

(f) la función rectangular

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } |t| > 1/2, \\ 1/2 & \text{si } |t| = 1/2, \\ 1 & \text{si } |t| < 1/2. \end{cases}$$

2. Demuestre que, si a es un número real no nulo, entonces

$$\mathcal{F}(\delta(t+a) + \delta(t-a)) = 2\cos(a\omega).$$

3. Represente la gráfica de la función

$$\mathcal{F}(\text{rect}(t) \cos(10t)).$$

4. Demuestre que

(a) $f(t) * \delta(t) = f(t).$

(b) $\mathcal{F}(f(t) * \delta(t)) = F(\omega)$

5. Calcule la siguientes convoluciones de dos maneras distintas:

i. Usando la definición ii. Usando la transformada de Fourier.

(a) $e^{-at}u(t) * e^{-bt}u(t).$

(b) $u(t) * u(t).$

(c) $e^{-at}u(t) * e^{-at}u(t).$

(d) $tu(t) * u(t)$

(e) $\sin(t)u(t) * \cos(t)u(t).$