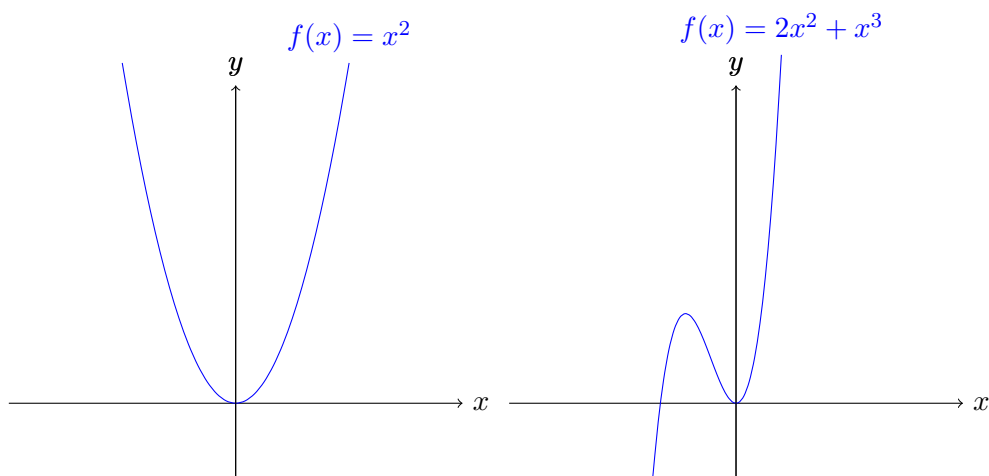


Departamento de Matemática Aplicada
Universidad Rey Juan Carlos de Madrid
Amplificación de Matemáticas Aplicadas
Alexandru Iosif
(Curso 2022 - 2023)

TEMA 3 - PARTE 2: DESCENSO POR GRADIENTE

1. Considere las siguientes funciones



(a) Elija una $x^{(0)}$ inicial adecuada y una $\alpha > 0$ tales que, usando el método del descenso por gradiente,

$$x^{(k+1)} = x^{(x)} - \alpha f'(x^{(k)}),$$

encuentre una aproximación $x^{(j)}$ del valor de x correspondiente al mínimo local, de forma que $|f(x^{(j)}) - f(x^{(j+1)})| < 0.25$.

(b) Elija una $x^{(0)}$ inicial adecuada y una $\alpha > 0$ tales que el método del descenso por gradiente diverja.

2. Use el método del mayor descenso para encontrar el mínimo de $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2}$, con $x^{(0)} = (1, 0)$.

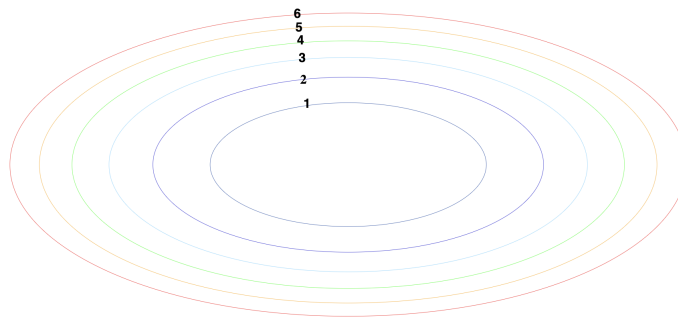
Ayuda: convierta el problema en un problema unidimensional y calcule el mínimo unidimensional analíticamente.

3. Convierta el problema de encontrar la solución del siguiente sistema de ecuaciones en un problema de descenso por gradiente:

$$\begin{cases} (x + y)^3 = 1, \\ xy = 0.25. \end{cases}$$

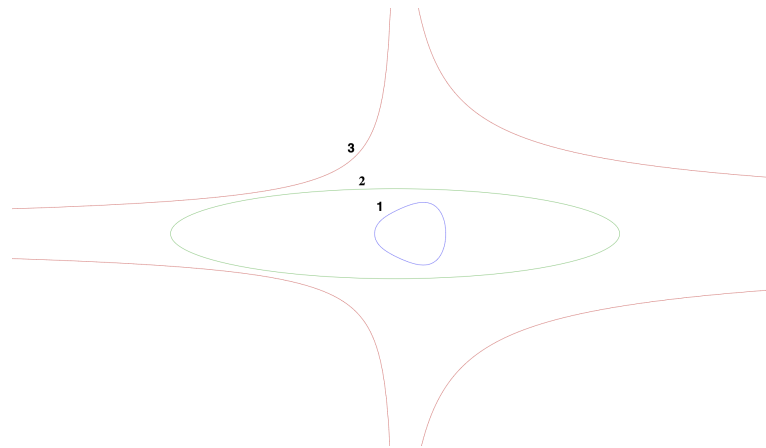
Para $\mathbf{x}^{(0)} = (1, 1)$ y $\alpha = 0.1$, calcule $f(\mathbf{x}^{(0)})$ y $f(\mathbf{x}^{(1)})$. Pruebe con $\mathbf{x}^{(0)} = (0.51, 51)$. Resuelva el sistema de ecuaciones analíticamente y compare los resultados anteriores. ¿Qué observa?

4. La siguiente gráfica representa las curvas de nivel de cierta superficie $z = f(x, y)$ (donde cada número representa una altitud constante z).



En la curva de nivel de altitud $z = 6$, represente:

- (a) Todos los puntos y las correspondientes trayectorias a partir de los cuales el método de mayor descenso converge al mínimo de la función $f(x, y)$ en una sola iteración.
 - (b) Un punto desde el cual la convergencia del método de mayor descenso es lenta. Represente las trayectorias y explique por qué son tal como las representa.
5. La siguiente gráfica representa las curvas de nivel de cierta superficie $z = f(x, y)$ (donde cada número representa una altitud constante z).



En la curva de nivel de altitud $z = 3$, represente:

- (a) Un punto desde el cual la convergencia del método de mayor descenso al mínimo se da en dos pasos. Represente las trayectorias y explique por qué son tal como las representa.
- (b) ¿Hay algún punto sobre la curva de nivel de altitud $z = 3$ desde el cual la convergencia por método de mayor descenso se da en un paso?