Departamento de Matemática Aplicada
Universidad Rey Juan Carlos de Madrid
Amplicación de Matemáticas Aplicadas
Alexandru Iosif
(Curso 2022 - 2023)

Tema 2 - Parte 1

1. Considere las líneas $l_1: \ 2x + y = 1$ y $l_2: \ 3x - y = 0$ y calcule su intersección:

   (a) Usando elementos geometría cartesiana en el plano euclídeo $\mathbb{R}^2$.

   (b) Usando elementos de geometría proyectiva en $\mathbb{P}^2$.

   Compruebe que los dos resultados coiciden e interprete, en el caso proyectivo, el resultado en $\mathbb{R}^3$.

2. Intersecte las líneas paralelas $l_1: \ x + y = 0$ y $l_2: \ x + y = 1$ en $\mathbb{P}^2$. Interprete el resultado en $\mathbb{R}^3$.

3. Calcule la línea que pasa por los puntos

   (a) $(1, 2)^T, \ (2, 1)^T \in \mathbb{R}^2$.

   (b) $(1, 1, 0)^T, \ (2, 2, 1)^T \in \mathbb{P}^2$.

4. (a) Demuestre que el punto de intersección de las líneas l y l' es $l \times l'$.

   (b) Utilice el resultado anterior y el principio de la dualidad para demostrar que la línea que pasa a través de los puntos x y x' es $x \times x'$.

5. Considere la ecuación de circunferencia de radio unidad $x^2 + y^2 = 1$. Transfórmela en una ecuación homogénea, haciendo el cambio de variables $x = x_1/x_3$ e $y = x_2/x_3$. Es posible deshomogeneizar la nueva ecuación para obtener la ecuación de una hipérbole en el plano euclídeo?

6. Calcule la dual de la cónica $x^2 - y^2 = 1$.

7. Sea

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Demuestre que que H es la matriz de cierta transformación proyectiva a la que denotamos por h.

(b) Considere la línea $l: \; 2x + y = 3$. Escoja un punto cualquiera, $x \in l$. Calcule $h(x)$ y $h(l)$.

(c) Demuestre que $h(x) \in h(l)$.

(d) Sea C la circunferencia unidad centrada en el origen de coordenadas. Calcule $h(C)$.