RESUMEN TEORÍA FUNDAMENTOS DE LA AUTOMÁTICA:

[] TEMA 2: MODELADO DE SISTEMAS DINÁMICOS (FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS, FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA Y DIAGRAMAS DE BLOQUES)

} 2.1 TRANSFORMADA DE LAPLACE

Transformada de Laplace (definición): $F(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-st} dt$

Transformada inversa de Laplace (definición): $f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} F(s) e^{st} ds$

$\delta(t)$ (unit impulse)	1
$u(t)$ (unit step)	$\frac{1}{s}$
t (unit ramp)	$\frac{1}{s^2}$
t^n (n>-1)	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$\sin bt$	$\frac{b}{s^2+b^2}$
$\cos bt$	$\frac{s}{s^2+b^2}$

$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-\xi^2}\, t \quad (\xi<1)$
$\frac{\omega_n^2}{s(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)}$	$1-\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin\left(\omega_n \sqrt{1-\xi^2}\, t+\theta\right)$ where $\theta = \cos^{-1}\xi \quad (\xi<1)$
$\frac{df(t)}{dt}$	$sF(s)-f(0)$
$\int_0^t f(t)dt$	$\frac{1}{s}F(s)$
$f(t-a)$	$e^{-as}F(s)$

Teorema del valor inicial: $\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} sF(s)$

Teorema del valor final: $\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sF(s)$

} 2.2 DESCOMPOSICIÓN EN FRACCIONES SIMPLES

Raíces reales simples: $\frac{5s+10}{s(s+3)(s+5)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+3)} + \frac{C}{(s+5)}$

Raíces reales múltiples: $\frac{5s+10}{(s+3)^2} = \frac{A}{(s+3)} + \frac{B}{(s+3)^2}$

Raíces complejas simples: $\frac{5s+10}{s(s^2+1)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{(s^2+1)}$

} 2.3 MODELADO DE SISTEMAS ELÉCTRICOS Y MECÁNICOS

Component	Voltage-current	Current-voltage	Voltage-charge	Impedance $Z(s) = V(s)/I(s)$
Capacitor	$v(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau$	$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$	$v(t) = \frac{1}{C}q(t)$	$\frac{1}{Cs}$
Resistor	$v(t) = Ri(t)$	$i(t) = \frac{1}{R}v(t)$	$v(t) = R\frac{dq(t)}{dt}$	R
Inductor	$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$	$i(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v(\tau)d\tau$	$v(t) = L\frac{d^2q(t)}{dt^2}$	Ls

SISTEMAS MECÁNICOS TRASLACIÓN	masa, M, F(t), x(t)	$F(t) = M\frac{d^2}{dt^2}x(t)$	F: fuerza M: masa x: desplazamiento
	K, F(t), x(t), resorte	$F(t) = K \cdot x(t)$	F: fuerza K: constante del muelle x: desplazamiento
	B, F(t), x(t), amortiguador	$F(t) = B\frac{d}{dt}x(t)$	F: fuerza B: coeficiente de fricción viscosa x: desplazamiento
SISTEMAS MECÁNICOS ROTACIÓN	Momento de inercia, I, T(t), θ(t)	$T(t) = I\frac{d^2}{dt^2}\theta(t)$	T: par I: momento de inercia θ: desplazamiento angular
	Rigidez, K, T(t), θ(t)	$T(t) = K \cdot \theta(t)$	T: par K: constante del muelle θ: desplazamiento angular
	Rozamiento viscoso, B, T(t), θ(t)	$T(t) = B\frac{d}{dt}\theta(t)$	T: par B: coeficiente de fricción viscosa θ: desplazamiento angular
SISTEMAS MECÁNICOS ENGRANAJES	N_1, r_1, $\theta_1(t)$, N_2, r_2, $\theta_2(t)$	$\frac{T_1(t)}{T_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\theta_2(t)}{\theta_1(t)}$ $r_1\theta_1 = r_2\theta_2$	T: par N: número de dientes θ: desplazamiento angular r: radio

Función de transferencia de un sistema eléctrico RLC: $G(s) = \frac{1/LC}{s^2+R/Ls+1/LC}$

Función de transferencia de un sistema eléctrico con tensión Vs(s): $G(s) = \frac{Vs(s)}{Ve(s)} = \frac{Componente\ en\ Vs(s)}{\Sigma(todos\ los\ componentes)}$

Constante de tiempo de un sistema eléctrico: ϒ = RC, criterio del 95% (3ϒ), 98% (4ϒ), 99% (5ϒ).

Constante de movimiento: $x(t) = x(0) * e^{-\zeta\omega nt}[cos(\omega dt) + \frac{\zeta}{1-\zeta^2}sen(\omega dt)]$.

Función de transferencia para un circuito con elementos en paralelo (impedancia):

$G(s) = \frac{1}{\Sigma(1/Comp)} = \frac{1}{(1/Comp1)+...+(1/CompN)}$ o $\frac{Comp1 * ... * CompN}{Comp1 + ... + CompN}$

Función de transferencia de un sistema mecánico básico: $G(s) = \frac{1}{Ms^2+fvs+K}$

Condiciones iniciales no nulas: $\frac{d^2x(t)}{dt^2} = s^2X(s) - sx(0) - \frac{dx(t)}{dt}$; $\frac{dx(t)}{dt} = sX(s) - x(0)$.

} 2.4 ÁLGEBRA DE BLOQUES

Bloques en cascada: x

Realimentación: $G(s) = \frac{G}{1 \mp GH}$

Mover punto de suma a la derecha: x

Mover punto de suma a la izquierda: //

Mover punto de bifurcación a la izquierda: x

Mover punto de bifurcación a la derecha: //

[] TEMA 3 (PARTE 1): IDENTIFICACIÓN DE LA RESPUESTA TEMPORAL DE SISTEMAS DE CONTROL (RESPUESTA TRANSITORIA)

} 3.1.1 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA Y ESTABILIDAD

Función de transferencia (estructura): $G(s) = \frac{Ceros}{Polos}$, donde el denominador se denomina "polinomio característico".

Estabilidad: Estable (todos los polos en el semiplano izquierdo), inestable (algún polo en el semiplano derecho), marginalmente / críticamente estable (uno o más polos en el eje imaginario).

} 3.1.2 SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

Función de transferencia de un sistema de primer orden: $G(s) = \frac{K}{1+Ts}$

Parámetros característicos: K (ganancia estática / valor en régimen permanente), T (constante de tiempo), σ=1/T (factor de decrecimiento), ts=4T (tiempo de asentamiento).

} 3.1.3 SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN

Función de transferencia de un sistema de segundo orden: $G(s) = \frac{K\omega n^2}{s^2+2\zeta\omega n+\omega n^2}$

Elementos de la función de transferencia: K (ganancia estática), ωn (frecuencia natural no amortiguada), ζ (coeficiente de amortiguamiento), $\sigma = \zeta\omega n$ (factor de decrecimiento), $\omega d = wn\sqrt{1-\zeta^2}$ (frecuencia amortiguada).

} 3.1.4 ESTABILIDAD DE UN SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN

Sistema sobreamortiguado (ζ>1): $s = -\zeta\omega n \pm \omega n\sqrt{\zeta^2 - 1}$
Sistema críticamente amortiguado (ζ=1): $s = -\zeta\omega n$
Sistema subamortiguado (0<ζ<1): $s = -\zeta\omega n \pm j\omega n\sqrt{1-\zeta^2}$
Sistema oscilador (ζ=0): $s = \pm j\omega n$
Sistema inestable (ζ<0): $s = -\zeta\omega n \pm j\omega n\sqrt{\zeta^2 - 1}$

} 3.1.5 PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE UN SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN

Tiempo de establecimiento: $ts = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{\zeta\omega n}$

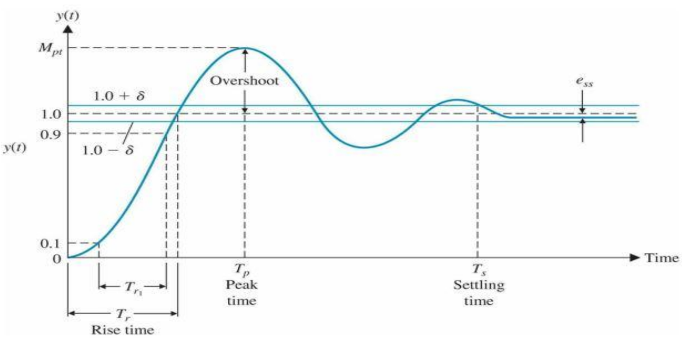
Tiempo de subida: $tr = \frac{\pi-\vartheta}{\omega d} = \frac{\pi-cos^{-1}(\zeta))}{\omega n\sqrt{1-\zeta^2}}$

Tiempo de pico: $tp = \frac{\pi}{\omega d} = \frac{\pi}{\omega n\sqrt{1-\zeta^2}}$

Valor de pico: $Yp = 1 + Mp$

Sobreoscilación: $Mp = e^{-\frac{\pi\sigma}{\omega d}} = e^{-\frac{\pi}{tg(\vartheta)}}$

PROPIEDAD Mp: e^x = k => x*ln(e) = ln(k)



[] TEMA 3 (PARTE 2): IDENTIFICACIÓN DE LA RESPUESTA TEMPORAL DE SISTEMAS DE CONTROL (RESPUESTA ESTACIONARIA)

} 3.2.1 CRITERIO DE ESTABILIDAD DE ROUTH HURWITZ

Criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz: Si algún coeficiente del polinomio característico es nulo o negativo el sistema es inestable; pero si todas las raíces son negativas, o lo que es lo mismo, todos los coeficientes del polinomio característico existen y son positivos, aplicamos el criterio de Routh-Hurwitz.

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2	$\frac{-\begin{vmatrix} a_4 & a_2 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}}{a_3} = b_1$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_4 & a_0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = b_2$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_4 & 0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = 0$
s^1	$\frac{-\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1} = c_1$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$
s^0	$\frac{-\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = d_1$	$\frac{-\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$

} 3.2.2 CASOS ESPECIALES

El primer elemento de una fila es nulo: Se sustituye por un número muy pequeño cercano a él ($\pm\varepsilon$) y se continúa realizando el método.

La fila completa es nula: Se construye la fila derivando el polinomio de la fila superior.

Índice de estabilidad del sistema: Una vez se ha hallado el valor de K positivo que hace que todos los elementos de la fila sean 0, se tiene que el sistema es estable para 0 < K < valor, críticamente estable para K = valor, e inestable para K > valor y K < 0.

NOTA: Hay casos en los que la primera cota no está en 0, y deben sustituirse por otro valor de K positivo que también cumple la condición que hace que todos los elementos de la fila sean 0.

} 3.2.3 ERROR (FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA Y TIPOS)

Error real o verdadero: $\lim_{s \to 0} \; s * Entrada * \left(1 - \frac{GH}{1 \mp GH}\right)$

Error de actuación o de control: $\lim_{s \to 0} \; s * Entrada * \frac{1}{1 \mp GH}$

IMPORTANTE: Número de polos en el origen de la planta = Tipo del sistema, y ambos errores coinciden cuando H(s) = 1.

Tipo 0	$\lim_{s\to 0} G(s)H(s) = K$	$k_p = \lim_{s\to 0} G(s)H(s)$	$e_{ss} = \frac{M}{1+k_p}$
Tipo 1	$\lim_{s\to 0} G(s)H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K}{s}$	$k_v = \lim_{s\to 0} s \cdot G(s)H(s)$	$e_{ss} = \frac{M}{k_v}$
Tipo 2	$\lim_{s\to 0} G(s)H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K}{s^2}$	$K_a = \lim_{s\to 0} s^2 \cdot G(s)H(s)$	$e_{ss} = \frac{M}{k_a}$

	Constantes			Error para diferentes entradas		
Tipo	k_p	k_v	k_a	Salto	Rampa	Parábola
0	K	0	0	M/(1+K)	∞	∞
1	∞	K	0	0	M/K	∞
2	∞	∞	K	0	0	M/K

} 3.2.4 ERROR FRENTE A PERTURBACIÓN

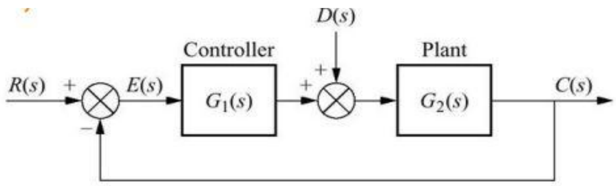
Función de transferencia de un sistema con perturbación: $E(s) = \frac{1}{1+G1(s)G2(s)H(s)}R(s) - \frac{G2(s)}{1+G1(s)G2(s)H(s)}D(s)$

Sistema con perturbación: $C(s) = Cr(s) + Cd(s) = \frac{G1(s)G2(s)}{1+G1(s)G2(s)H(s)}R(s) + \frac{G2(s)}{1+G1(s)G2(s)H(s)}D(s)$

Error frente a perturbación:

$$e(\infty) = er(\infty) + ed(\infty) = \lim_{s\to 0} s * \frac{1}{1+G1(s)G2(s)H(s)}R(s) - \lim_{s\to 0} s * \frac{G2(s)}{1+G1(s)G2(s)H(s)}D(s)$$

Error frente a perturbación de tipo escalón: $ed(\infty) =- \frac{1}{\lim_{s\to 0}\frac{1}{G2(s)} + \lim_{s\to 0} G1(s)}$



[] TEMA 4: ANÁLISIS Y DISEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL MEDIANTE EL MÉTODO DEL LUGAR DE LAS RAÍCES (LDR)

} 4.1 CONDICIONES IMPORTANTES

Condición de ángulo: $G(s)H(s) = \pm\ 180(2K + 1)$ donde K = 0, 1, 2, ...

Condición de magnitud (sustituir s por los polos): $|G(s)H(s)| = 1/K$ (importante saber que i^2= -1).

} 4.2 PROPIEDADES DE CONSTRUCCIÓN DEL LUGAR DE LAS RAÍCES

Paso 1 (Identificación y ubicación de polos y ceros en lazo abierto): Polos y ceros de la función G(s)*H(s).
Paso 2 (Número de ramas): max(nºpolos,nºceros) de la función G(s)*H(s).
Paso 3 (Identificación de segmentos sobre el eje real): Segmentos que tienen un número impar de polos y ceros a su derecha.
Paso 4 (Cálculo de asíntotas): Número de asíntotas (nºpolos-nºceros), ángulos (1 asíntota => 180º; 2 asíntotas => 90º, 270º; 3 asíntotas => 60º, 180º, 300º; 4 asíntotas => 45º, 135º, 225º, 315º), centroide (σ= $\frac{(Suma\ polos)-(Suma\ ceros)}{nºpolos - nºceros}$).
Paso 5 (Puntos de corte con el eje imaginario): 1+G(s)H(s) (aplicar Routh-Hurwitz, obtener el valor de K que anule una fila y obtener los valores de s que anulan el polinomio superior a la fila de ceros).
Paso 6 (Puntos de ruptura o salida del eje real): 1+G(s)H(s)=0 (hallar K, derivarla y hallar los valores de s que cumplan con dK/ds=0).
Paso 7 (Ángulos de salida / llegada de las raíces): Polos complejos (σ + $\Sigma ángulos\ polos$ - $\Sigma ángulos\ ceros$ = ±180), ceros complejos (σ + $\Sigma ángulos\ ceros$ - $\Sigma ángulos\ polos$= ±180) donde σ es el ángulo que tenemos que calcular.

} 4.3 COMPENSADORES DE ADELANTO Y RETARDO

Efectos de adición: Polos (desplaza el LDR a la derecha y disminuye su estabilidad), ceros (desplaza el LDR a la izquierda y aumenta su estabilidad).

Compensador de adelanto-retardo: Gc(s) = Kc$\frac{s+zc}{s+pc}$, donde, donde el compensador de adelanto el cero se encuentra más cerca del origen que el polo, mientras que en el de retardo es justo lo contrario.

[] TEMA 5: ACCIONES BÁSICAS DE CONTROL (CONTROLADORES PID)

} 5.1 EFECTOS DE CADA CONTROLADOR

CL RESPONSE	RISE TIME	OVERSHOOT	SETTLING TIME	S-S ERROR
Kp	Decrease	Increase	Small Change	Decrease
Ki	Decrease	Increase	Increase	Eliminate
Kd	Small Change	Decrease	Decrease	Small Change

} 5.2 TIPOS DE CONTROLADORES (ECUACIÓN Y FUNCIONES)

Controlador PID: Dominio de t (Kp*e(t)+Ki*$\int_{0}^{t}$e(t)+Kd*$\frac{de(t)}{dt}$), dominio de s (Kp*E(s)+Ki*$\frac{E(s)}{s}$+Kd*sE(s)).

Controlador PID (Ti y Td): G(s) = Kp*(1+$\frac{1}{Ti*s}$+Td*s) = Kp*$\frac{Ti*Td*s^2+Ti*s+1}{Ti*s}$, donde Ti=Kp/Ki y Td=Kp/Kd.
Controlador P: Ganancia K.
Controlador PD: Cero en -1/Td.
Controlador PI: Polo en el origen y cero en -1/Ti (anula el error en estado estacionario).
Controlador PID: Polo en el origen y dos ceros (-1/Ti y -1/Td) (anula el error en estado estacionario).

} 5.3 MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS

Primer método de Ziegler-Nichols: T (constante de tiempo), L (tiempo de retardo experimental).

Tipo de controlador	K_p	Ti	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Segundo método de Ziegler-Nichols: Pcr (periodo de oscilación crítico), Kcr (ganancia crítica).

Tipo de controlador	K_p	Ti	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Tipos de respuesta: Transitoria (ubicación de polos dominantes en lazo cerrado), estacionaria (tipo de sistema / ganancia en lazo abierto).
No cumple transitorio: Añadir un polo en lazo abierto (controlador PD).
No cumple estacionario: Añadir un polo en el origen y un cero a ⅙ de la distancia de los polos dominantes (controlador PI).
No cumple transitorio ni estacionario: Ubicar polos y ceros según el error y el tipo del sistema.