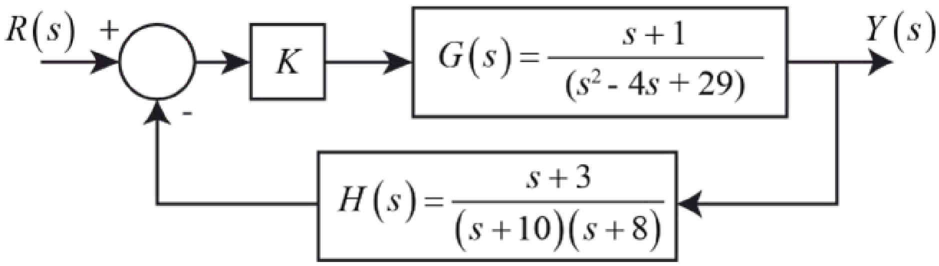
# Práctica 4 - Ejercicio 1

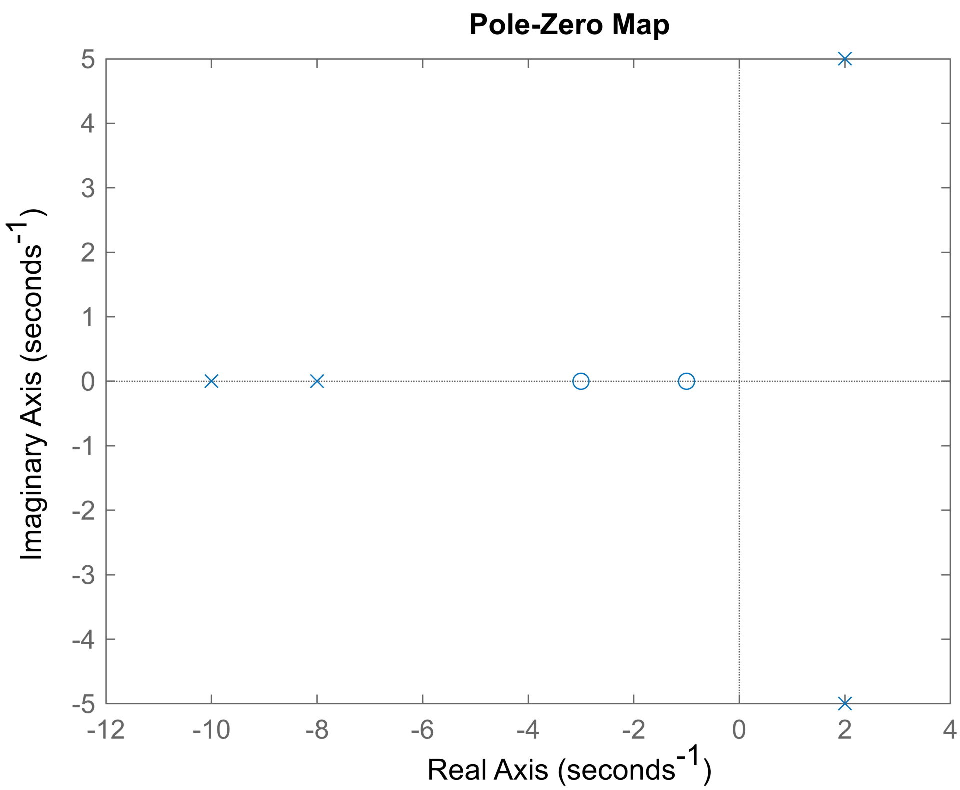
***Dado el sistema representado por la siguiente figuraDado el sistema representado por la siguiente figura:***




- ***Dibuje el lugar de las raíces de G(s), a mano y siguiendo las reglas de construcción del mismo. Los cálculos necesarios para obtener puntos de dispersión y confluencia, cortes con el eje imaginario, ángulos de salida y ángulos de llegada, serán realizados utilizando Matlab (2.5 ptos)***

<u>Paso 1:</u> polos y ceros en lazo abierto:

```
s=tf('s');
G=(s+1)/(s^2-4*s+29);
H=(s+3)/((s+10)*(s+8));

G_LA=G*H;
polos_LA=pole(G_LA);
zeros_LA=zero(G_LA);

pzmap(G_LA)
```




Paso 2: número de ramas. El sistema tienen cuatro ramas por ser el número mayor de polos o ceros.

Paso 3: los segmentos del eje real que pertenecen al lugar de las raíces son los comprendidos entre ambos ceros reales y entre ambos polos reales.

Paso 4: asíntotas

```
nAsintotas=length(polos_LA)-length(zeros_LA)
```

```
nAsintotas = 2
```

```
for i=0:nAsintotas-1
    phiAsintotas(i+1)=(2*i+1)*180/nAsintotas;
end
phiAsintotas
```

```
phiAsintotas = 1×2
    90   270
```

```

%Centroide
sigmaAsintotas=(sum(polos_LA)-sum(zeros_LA))/nAsintotas
```

```
sigmaAsintotas = -5.0000
```

Paso 5: Corte con el eje imaginario

```
[numG, denG]=tfdata(G);
[numH, denH]=tfdata(H);

syms s K

G_symb=poly2sym(cell2mat(numG), s)/poly2sym(cell2mat(denG), s)
```

G_symb =

$$\frac{s+1}{s^2-4\,s+29}$$

```
H_symb=poly2sym(cell2mat(numH), s)/poly2sym(cell2mat(denH), s)
```

H_symb =

$$\frac{s+3}{s^2+18\,s+80}$$

```

G_LC_symb=collect(K*G_symb/(1+K*G_symb*H_symb))
```

G_LC_symb =

$$\frac{K\,s^3+(19\,K)\,s^2+(98\,K)\,s+80\,K}{s^4+14\,s^3+(K+37)\,s^2+(4\,K+202)\,s+3\,K+2320}$$

```

[numLC, denLC]=numden(G_LC_symb);

coef_denLC=coeffs(denLC, s, 'all') %Devuelve los coeficientes para aplicar el criterio de routh
```

coef_denLC = $\begin{pmatrix} 1 & 14 & K+37 & 4\,K+202 & 3\,K+2320 \end{pmatrix}$

```

%Resuelvo el criterio de Routh
a1=coef_denLC(1);
a2=coef_denLC(3);
a3=coef_denLC(5);
b1=coef_denLC(2);
b2=coef_denLC(4);

c1=((b1*a2)-(b2*a1))/b1
```

c1 =

$$\frac{5\,K}{7}+\frac{158}{7}$$

```
c2=((b1*a3)-(0*a1))/b1
```

c2 = $3\,K+2320$

```
d1=((c1*b2)-(c2*b1))/c1
```

d1 =

$$-\frac{42\,K-\left(\frac{5\,K}{7}+\frac{158}{7}\right)\,(4\,K+202)+32480}{\frac{5\,K}{7}+\frac{158}{7}}$$

```
%Valores de K que hacen el sistema criticamente estable
K_crit=double(solve(d1==0, K));

j=0;
for i=1:length(K_crit)
    if K_crit(i)>0
        j=j+1;
        aux(j)=K_crit(i);
    end
end

K_crit=aux; %Valores de K crítica mayores que 0 (valores lógicos para el LDR)

%Resuelvo  el polinomio auxiliar para determinar puntos de corte
poly_Aux=subs((c1*s^2+c2), K, K_crit);
ptos_Corte=double(solve(poly_Aux==0, s))
```

```
ptos_Corte = 2×1 complex
   0.0000 - 5.8856i
   0.0000 + 5.8856i
```

Por tanto, el lugar de las raíces corta al eje imaginario en s=+/-5.88j

Paso 6: puntos de ruptura

```
%Expresión simbólica de G*H
deriv_GH=collect(diff(G_symb*H_symb,s))
```

deriv_GH =

$$\frac{-2\,s^5-26\,s^4-124\,s^3-72\,s^2+4418\,s+8674}{s^8+28\,s^7+270\,s^6+1440\,s^5+11665\,s^4+79908\,s^3+212484\,s^2+937280\,s+5382400}$$

```
%Busco máximos y mínimos del producto (igualo la derivada a 0)
ptosRuptura=double(subs(solve(deriv_GH==0, s)))
```

```
ptosRuptura = 5×1 complex
  -2.0490 + 0.0000i
   4.5808 + 0.0000i
  -3.3016 - 6.3915i
  -3.3016 + 6.3915i
  -8.9286 + 0.0000i
```

Los puntos de ruptura tienen que pertenecer al Lugar de las Raices que se encuentra sobre el eje real. Por tanto, de los valores obtenidos de la derivada, los puntos en cuestión son: s=-2.05 y s=-8.93.

<u>Paso 7:</u> ángulo de salida de polos complejos

El polo imaginario sobre el que se va a trabajar es el 3º elemento del vector polos_LA

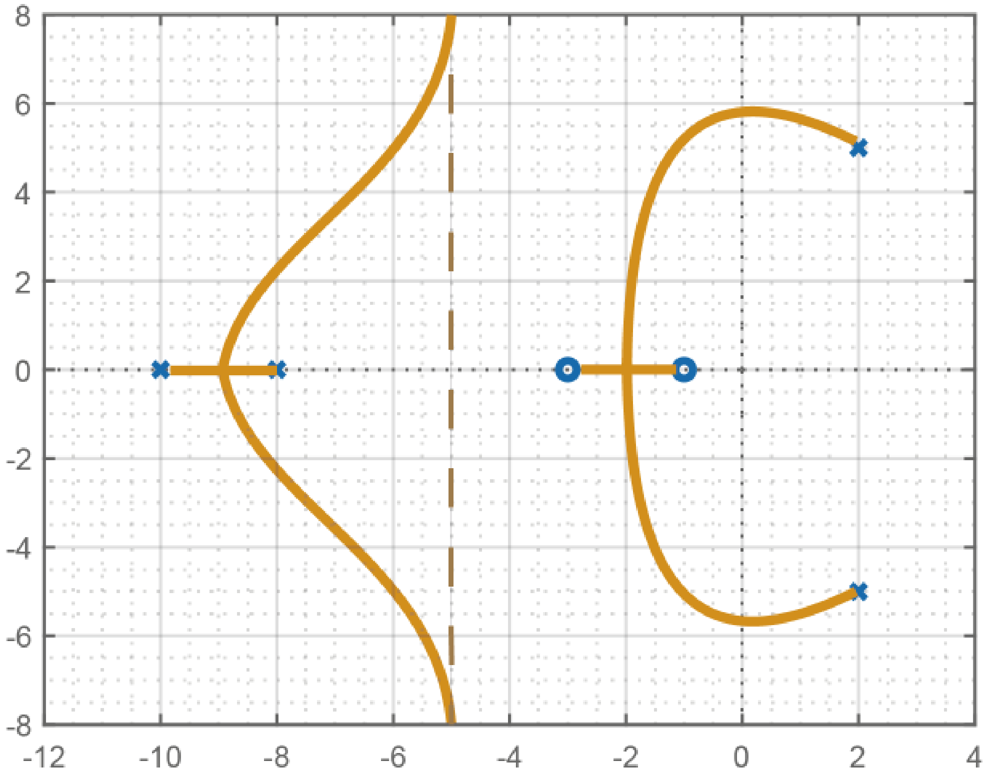
```
complexPole=polos_LA(3);
polos_LA_ang=polos_LA([1:2, 4:end])
```

```
polos_LA_ang = 3×1 complex
 -10.0000 + 0.0000i
  -8.0000 + 0.0000i
   2.0000 - 5.0000i
```

```

ang_polos=0;
for i=1:length(polos_LA_ang)
    aux=atan((imag(complexPole)-imag(polos_LA_ang(i)))/(real(complexPole)-real(polos_LA_ang(i))
    ang_polos=ang_polos+aux;
end

ang_zeros=0;
for i=1:length(zeros_LA)
    aux=atan((imag(complexPole)-imag(zeros_LA(i)))/(real(complexPole)-real(zeros_LA(i))));
    ang_zeros=ang_zeros+aux;
end

ang_complexPole=(pi-ang_polos+ang_zeros)*180/pi
```

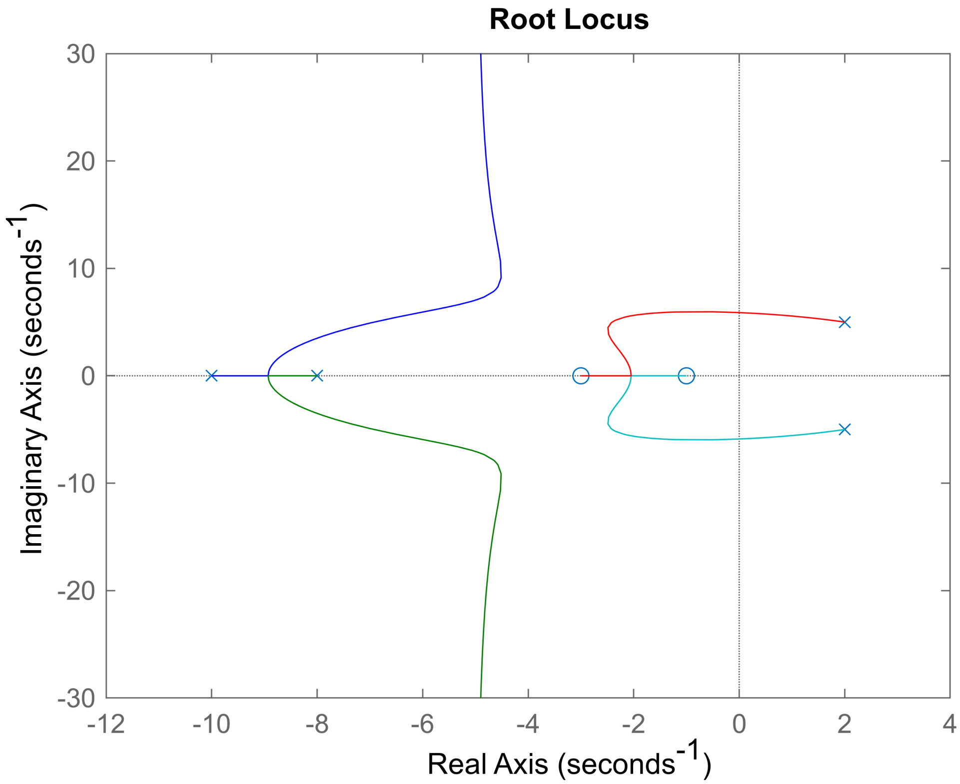
```
ang_complexPole = 144.8513
```

Con toda la información calculada, el lugar de las raíces se representaría como en la figura siguiente:




- ***Compare el resultado obtenido con el procedimiento manual con el lugar de las raíces calculado directamente con Matlab. ¿Existen diferencias?, ¿A qué podrían ser debidas? (0.5 ptos)***

```
rlocus(G*H)
```




Existe una discrepancia evidente en el entorno de los puntos de ruptura. Aunque el procedimiento analítico permite calcular los puntos de ruptura en el eje real, es imposible conocer a priori la forma que tomarán las ramas en su camino hacia las asíntotas o hacia los polos en lazo abierto.