Universidad Rey Juan Carlos

Tema 5. Controladores PID

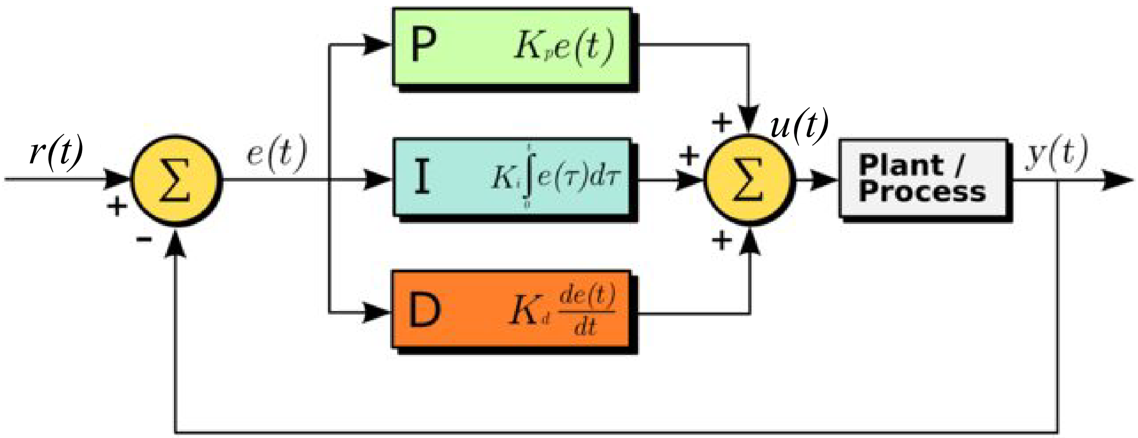
Índice

- Acciones básicas de control de un PID: acción proporcional (P), integral (I) y derivativa (D)
- Controladores PI, PD y PID
- Diseño de controladores PID mediante el lugar de las raíces
- Métodos empíricos. Método de Ziegler-Nichols en lazo abierto y en lazo cerrado

Acciones de control de un controlador PID

Un controlador PID es un tipo de regulador o compensador que aplica una señal de control ***u(t)*** a la planta que es una combinación lineal de acciones proporcional, integral y derivativa de la señal de error ***e(t)***.

- Las acciones P, I y D están en paralelo (suma), con una ganancia diferente
- **Casos particulares más usados:**
  - Proporcional (**P**)
  - Proporcional-Derivativa (**PD**)
  - Proporcional-Integral (**PI**)
  - Proporcional-Integral-Derivativa (**PID**)



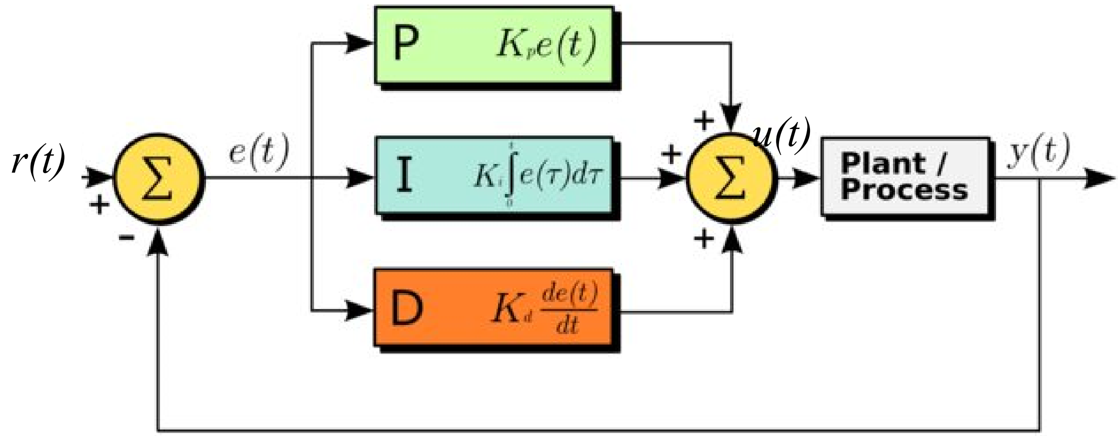
$$u(t) = \overbrace{K_p e(t)}^{\text{Proportional}} + \overbrace{K_i \int_0^t e(\tau)d\tau}^{\text{Integral}} + \overbrace{K_d \frac{d}{dt} e(t)}^{\text{Derivative}}$$

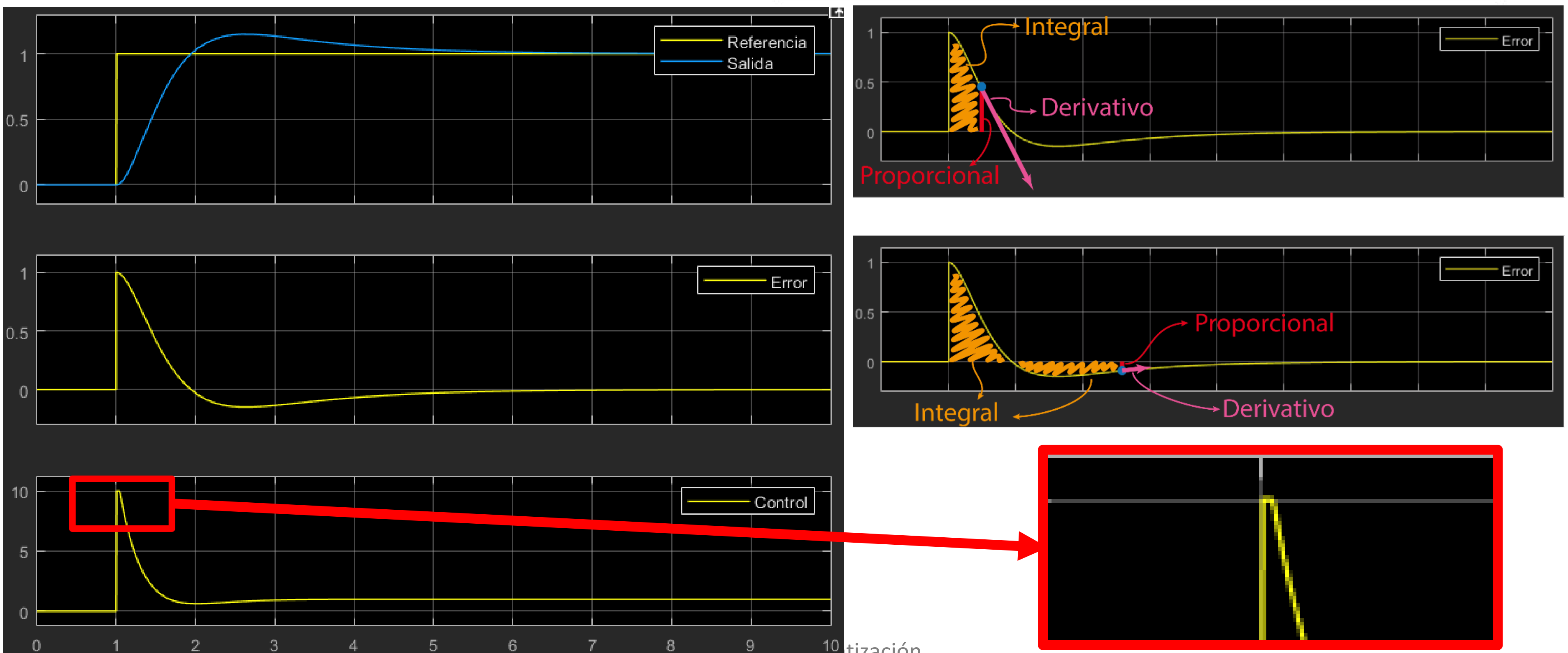
"Más de la mitad de los controladores industriales que se utilizan hoy en día utilizan esquemas de control PID o PID modificado"

OGATA: INGENIERÍA DE CONTROL MODERNA, 5a. Ed (2010)

Acciones de control de un controlador PID

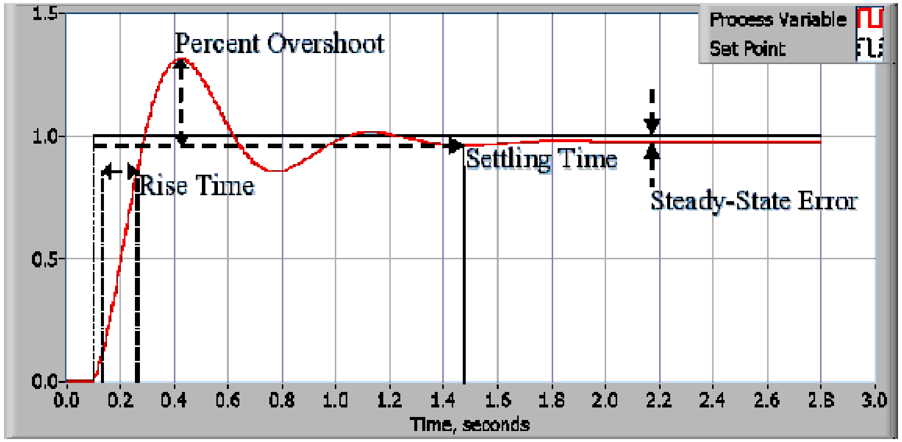
$$u(t)=\overbrace{K_p e(t)}^{\text{Proportional}}+\overbrace{K_i\int_0^t e(\tau)d\tau}^{\text{Integral}}+\overbrace{K_d\frac{d}{dt}e(t)}^{\text{Derivative}}$$





Características de un controlador PID

¿Qué efecto tiene la subida de la ganancia individual de cada una de las acciones (K_p, K_i, K_d) en la respuesta temporal del sistema en Lazo Cerrado a una entrada escalón?

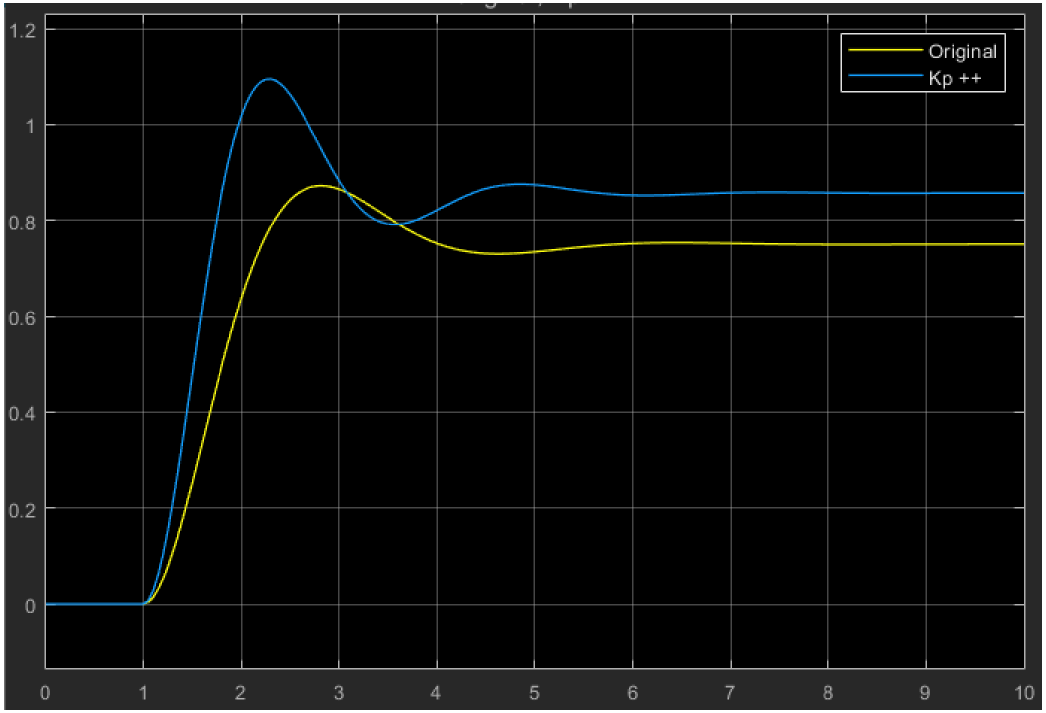


CL RESPONSE	RISE TIME	OVERSHOOT	SETTLING TIME	S-S ERROR
Kp	Decrease	Increase	Small Change	Decrease
Ki	Decrease	Increase	Increase	Eliminate
Kd	Small Change	Decrease	Decrease	Small Change

Características de un controlador PID

¿Qué efecto tiene la subida de la ganancia individual de cada una de las acciones (K_p, K_i, K_d) en la respuesta temporal del sistema en Lazo Cerrado a una entrada escalón?

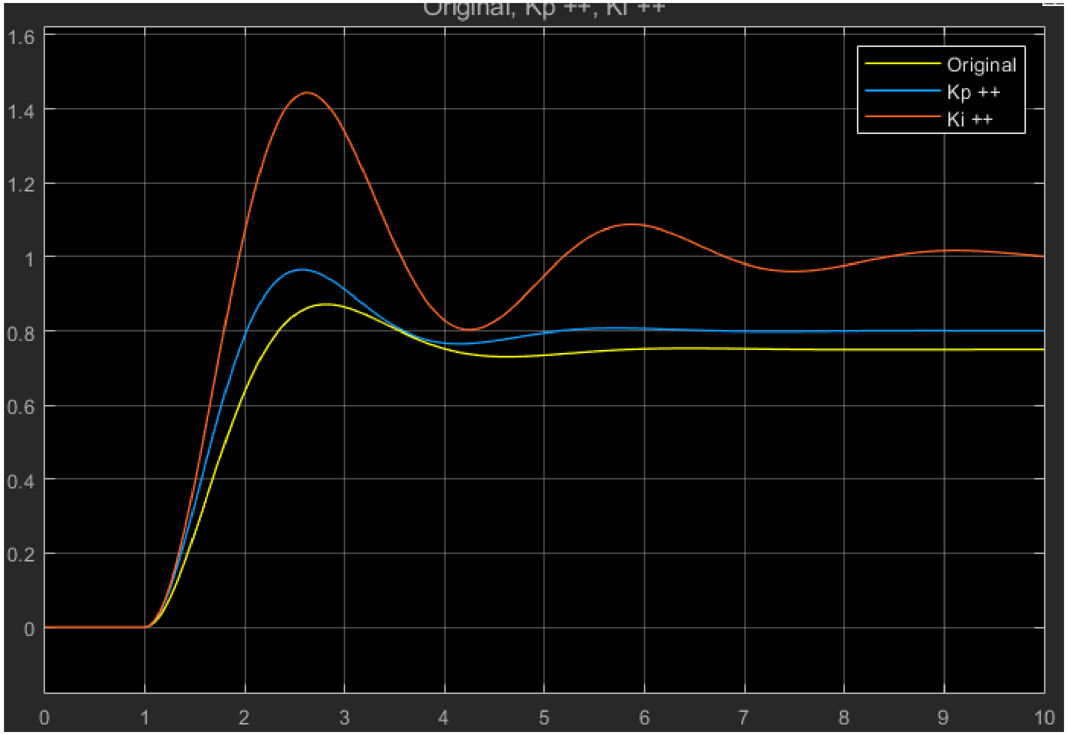
CL RESPONSE	RISE TIME	OVERSHOOT	SETTLING TIME	S-S ERROR
Kp ↑	Decrease	Increase	Small Change	Decrease
Ki	Decrease	Increase	Increase	Eliminate
Kd	Small Change	Decrease	Decrease	Small Change



Características de un controlador PID

¿Qué efecto tiene la subida de la ganancia individual de cada una de las acciones (K_p, K_i, K_d) en la respuesta temporal del sistema en Lazo Cerrado a una entrada escalón?

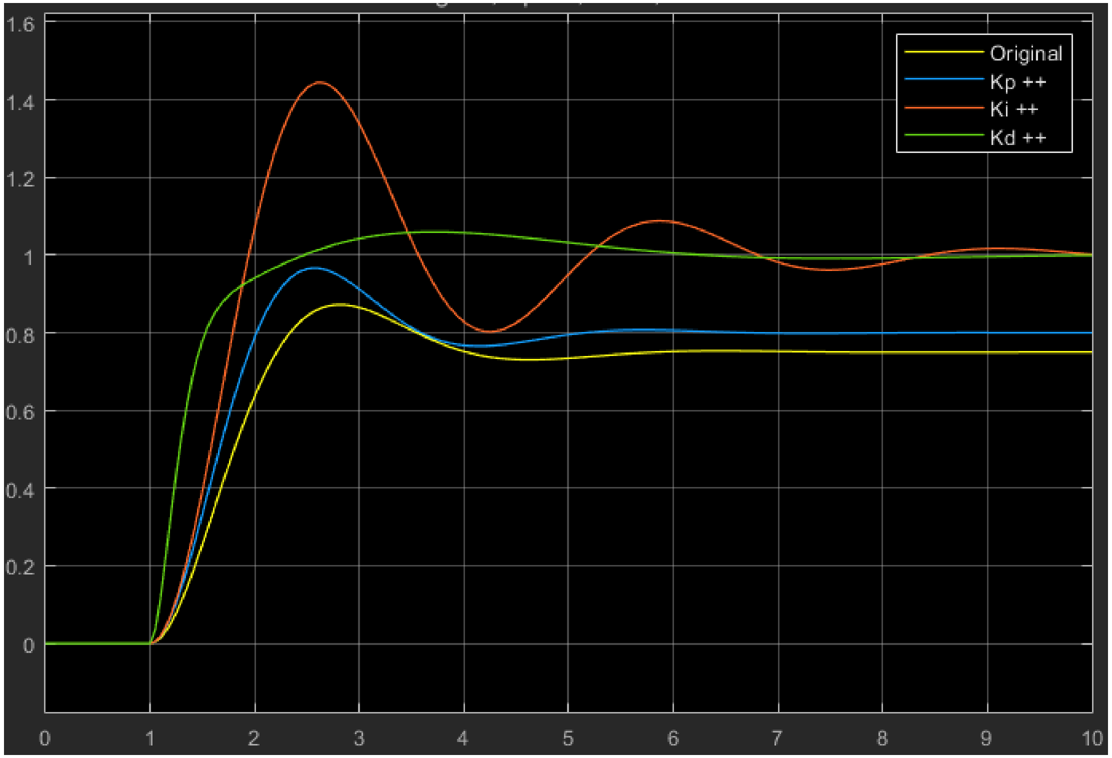
CL RESPONSE	RISE TIME	OVERSHOOT	SETTLING TIME	S-S ERROR
Kp	Decrease	Increase	Small Change	Decrease
Ki	Decrease	Increase	Increase	Eliminate
Kd	Small Change	Decrease	Decrease	Small Change



Características de un controlador PID

¿Qué efecto tiene la subida de la ganancia individual de cada una de las acciones (K_p, K_i, K_d) en la respuesta temporal del sistema en Lazo Cerrado a una entrada escalón?

CL RESPONSE	RISE TIME	OVERSHOOT	SETTLING TIME	S-S ERROR
Kp	Decrease	Increase	Small Change	Decrease
Ki	Decrease	Increase	Increase	Eliminate
Kd	Small Change	Decrease	Decrease	Small Change

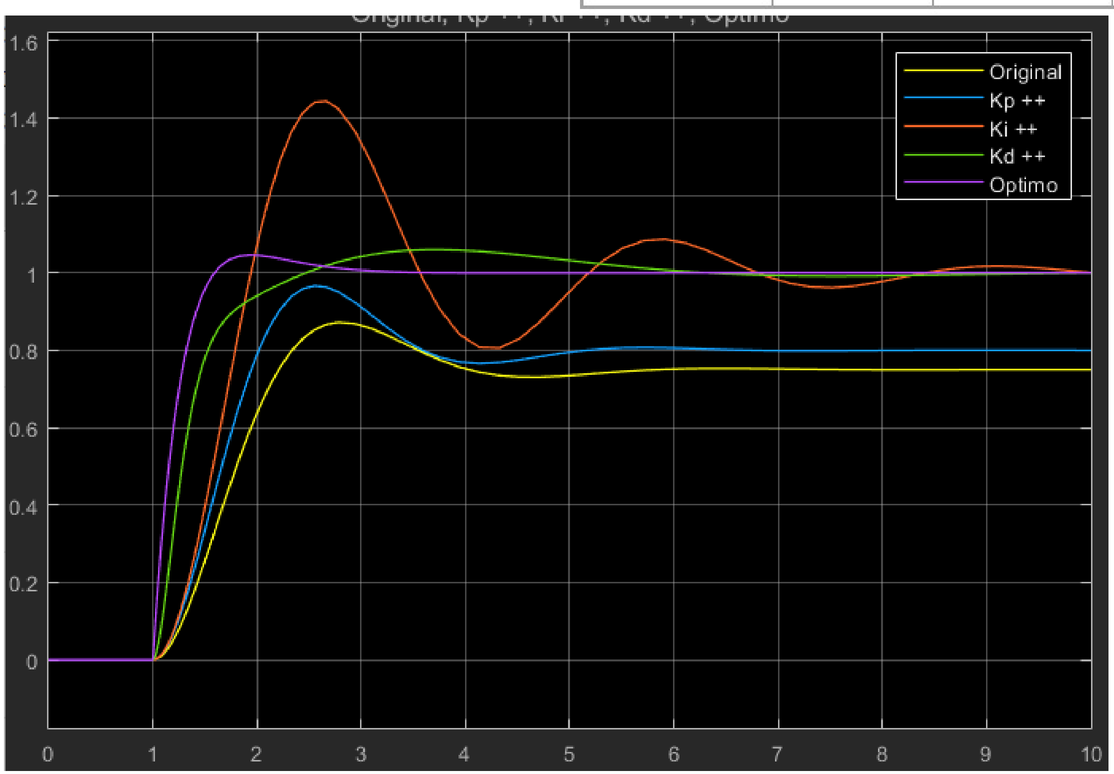


Universidad Rey Juan Carlos

Características de un controlador PID

¿Qué efecto tiene la subida de la ganancia individual de cada una de las acciones (K_p, K_i, K_d) en la respuesta temporal del sistema en Lazo Cerrado a una entrada escalón?

CL RESPONSE	RISE TIME	OVERSHOOT	SETTLING TIME	S-S ERROR
Kp	Decrease	Increase	Small Change	Decrease
Ki	Decrease	Increase	Increase	Eliminate
Kd	Small Change	Decrease	Decrease	Small Change



Función de transferencia del controlador PID

- El algoritmo de control PID en el dominio del tiempo es:

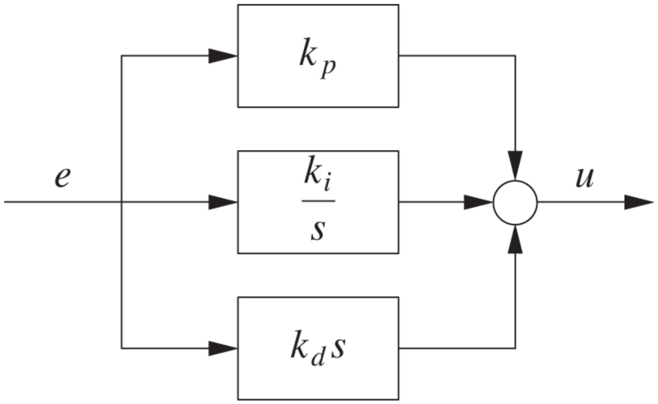
$$u(t) = u_P(t) + u_I(t) + u_D(t) = K_P \cdot e(t) + K_I \cdot \int_0^t e(t)dt + K_D \cdot \frac{de(t)}{dt}$$

- En el dominio de Laplace (dominio "s"), aplicando la transformada de Laplace a la expresión anterior:

$$U(s) = K_P \cdot E(s) + K_I \cdot \frac{E(s)}{s} + K_D \cdot sE(s)$$

- La función de transferencia $G_c(s)$ de un controlador PID completo es entonces:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P + K_I \cdot \frac{1}{s} + K_D \cdot s$$



Controladores PD, PI y PID prácticos

- En vez de definir tres ganancias individuales K_p, K_i, K_d, en la práctica se suele usar una única ganancia K_P junto con dos nuevas constantes T_i, T_d:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P + K_I \cdot \frac{1}{s} + K_D \cdot s$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{G_c(s) = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) = K_P \frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s}}$$

- T_i y T_d se denominan constantes de tiempo integral y derivativa respectivamente:

$$\boxed{T_I = \frac{K_P}{K_I} \qquad T_D = \frac{K_D}{K_P}}$$

Controladores PD, PI y PID prácticos

$$T_I = \frac{K_P}{K_I} \qquad T_D = \frac{K_D}{K_P}$$

$$G_c(s) = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$

- **Controlador P:**

$$T_I = \infty \quad y \quad T_D = 0 \quad \Rightarrow \quad G_c(s) = K_P$$

- **Controlador PD:**

$$T_I = \infty \quad \Rightarrow \quad G_c(s) = K_P \cdot (1 + T_D s)$$

  ✓ Tiene un cero en "-1/T_D"

- **Controlador PI:**

$$T_D = 0 \quad \Rightarrow \quad G_c(s) = K_P \cdot \frac{1 + T_I s}{T_I s}$$

  ✓ Tiene un polo en el origen "0" y un cero en "-1/T_I"

- **Controlador PID:**

$$G_c(s) = K_P \cdot \frac{1 + T_I s + T_I T_D s^2}{T_I s}$$

  ✓ Tiene un polo en el origen "0" y dos ceros en función de T_I y T_D

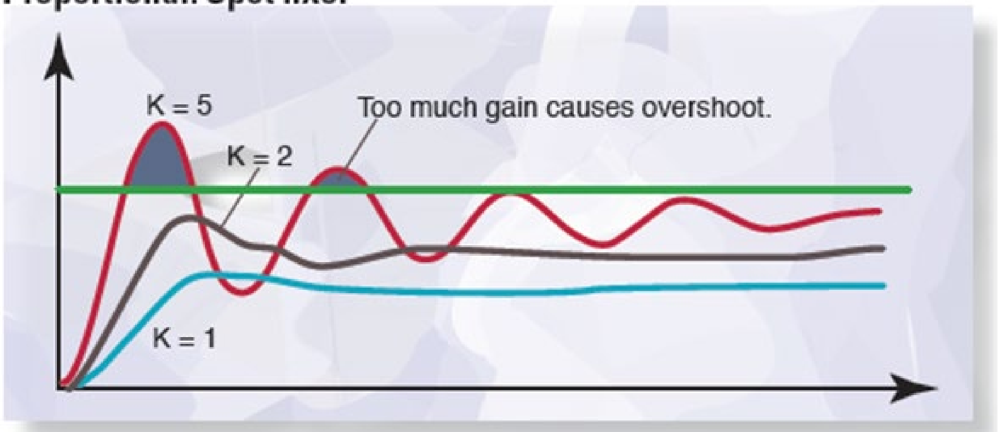
Acción proporcional. Controlador P

La acción u(t) de un control proporcional P:

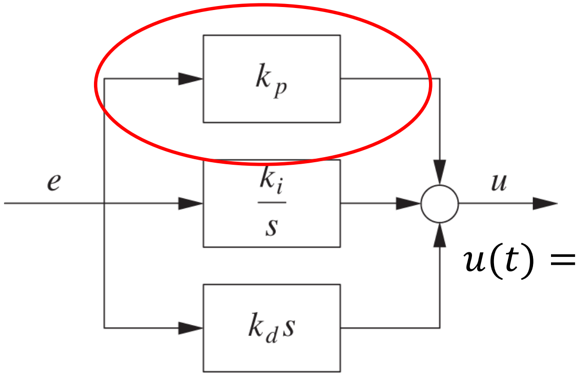
- Es proporcional a la señal de error e(t) a través de la constante K_P.
- Aumenta la ganancia estática del sistema, disminuyendo el error en estado estacionario.
- Aumentar la ganancia generalmente reduce la estabilidad relativa del sistema, aumentando las oscilaciones en la respuesta.

http://machinedesign.com/sensors/introduction-pid-control

Proportional: Spot fixer



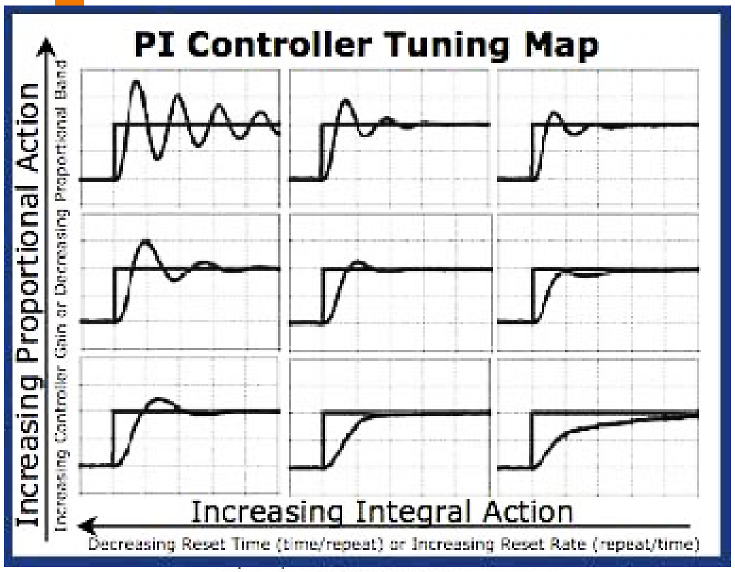
Larger proportional gain or error increases output from the proportional factor. Caution: Setting proportional gain too high can cause a controller to repeatedly overshoot its setpoint.

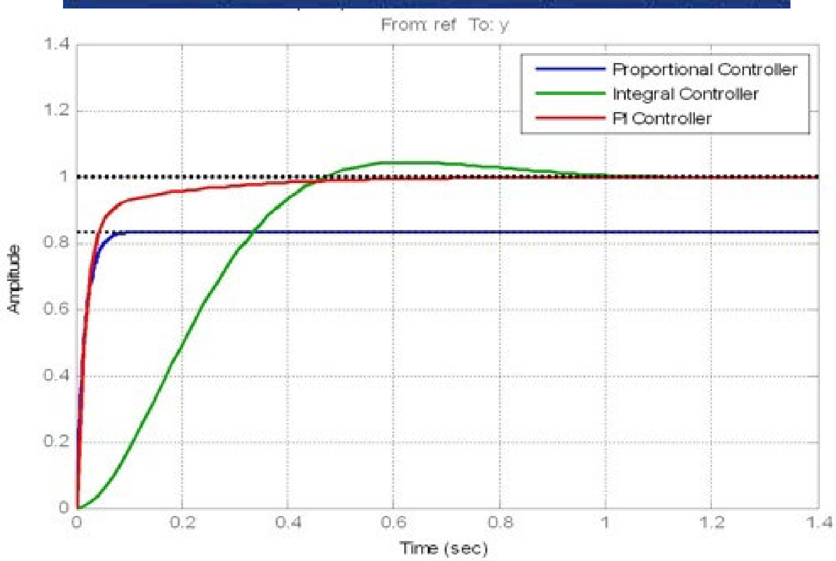


$$u(t) = K_P \cdot e(t)$$

Acción integral. Controlador proporcional integral PI

$$G_c(s) = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \cancel{T_D s}\right)$$



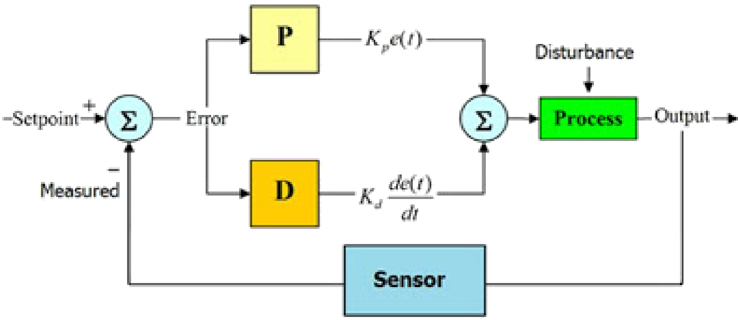


La acción de *Control Integral* I,

- Aumenta en una unidad el tipo del sistema, lo que minimiza el error en estado estacionario.
- La incorporación del polo en el origen aumenta la inestabilidad.
- Generalmente se utiliza junto con el control P (controlador proporcional integral PI)
- Un controlador PI (polo en el origen y cero en -1/Ti) sigue aumentando el tipo del sistema (*reduce a cero el error*).
- Eligiendo adecuadamente **Kp** y **Ti** mejora el amortiguamiento (reduce la sobreelongación, aumenta la estabilidad relativa), aunque generalmente incrementa el tiempo de subida (disminuye el ancho de banda)

Acción derivativa. Controlador PD

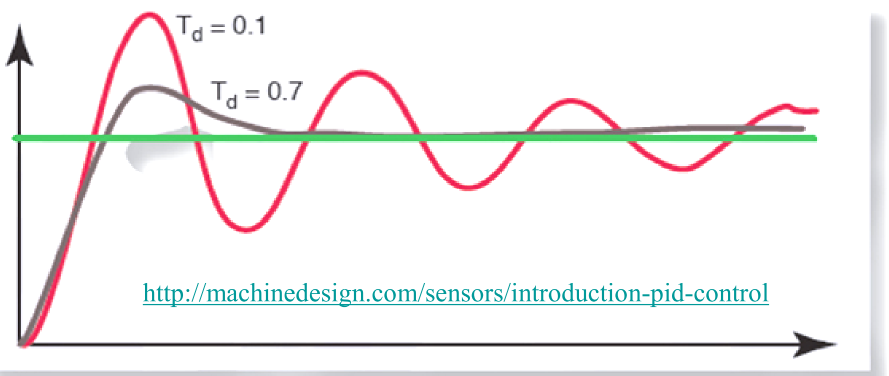
$$G_c(s) = K_P \cdot (1 + T_D s)$$



Una acción de control derivativa D responde a la velocidad del cambio del error y produce:

- Corrección significativa antes de que la magnitud del error se vuelva demasiado grande.
- Debido a que D opera sobre la velocidad de cambio del error, y no sobre el error, este regulador nunca se usa solo. (Generalmente PD o PID).
- Un controlador PD no altera el TIPO de sistema, es decir, no afecta en forma directa al error en estado estable

Derivative: Pattern correction



The derivative factor is the least understood and used of the three factors. It accounts for and corrects present error versus error at last check.

Un PD añade un cero (que hace más estable al sistema) y una nueva ganancia K_D.

Mejora el amortiguamiento (reduce la sobreelongación)

Produce sistemas más rápidos, (reduce los tiempos tr y ts e incrementa el ancho de banda)

Diseño de reguladores PID: posibilidades

Métodos empíricos

- Permiten calcular un valor razonable para el PID cuando no se tiene un modelo del sistema a controlar.
  - Método **Ziegler-Nichols** en bucle abierto
  - Método **Ziegler-Nichols** en bucle cerrado

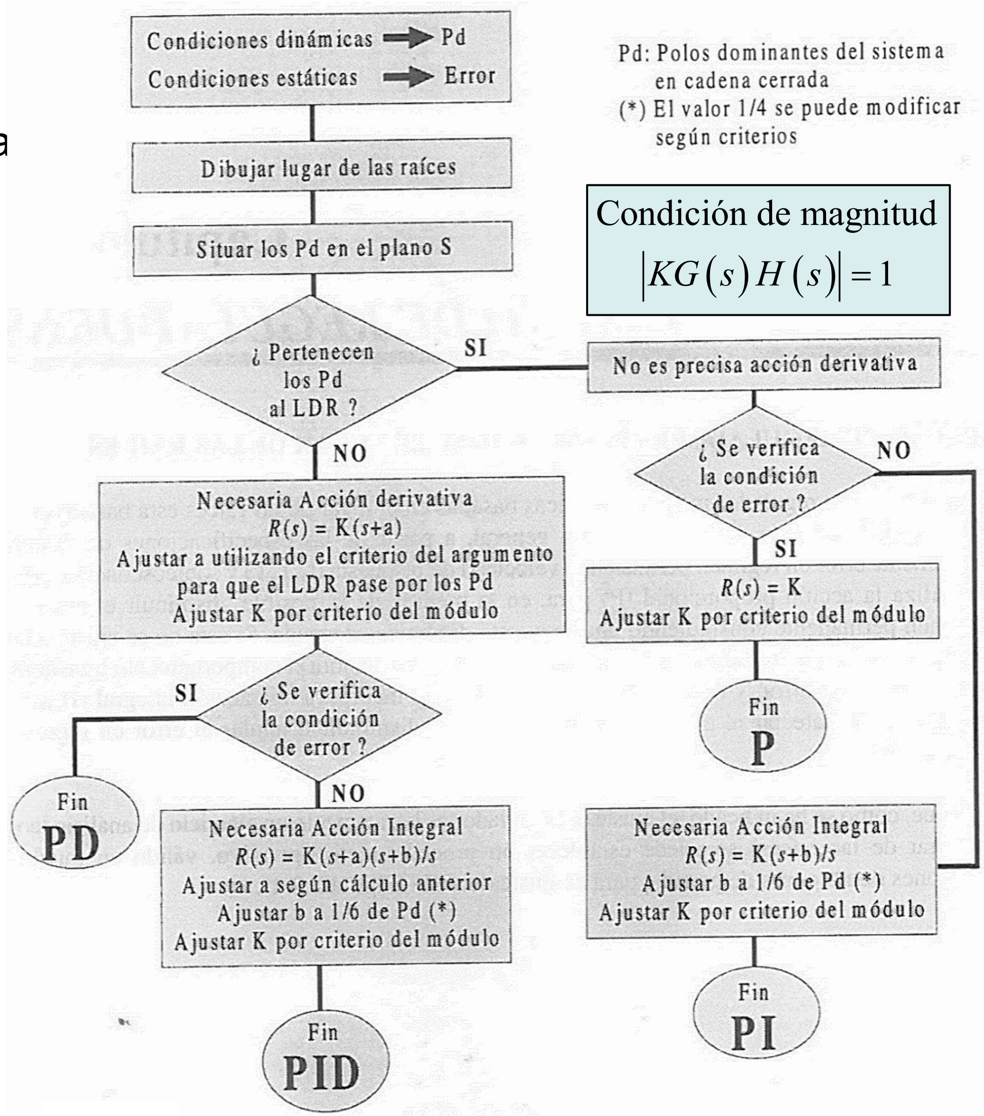
Métodos analíticos

- Fijar los polos deseados del sistema en bucle cerrado, según requisitos de funcionamiento, y despejar los parámetros del regulador. Se necesita un modelo matemático del sistema.
  - Diseño basado en el lugar de las raíces **(LGR)**

Diseño de reguladores PID mediante LDR

Se parte de las especificaciones de diseño, errores en régimen permanente, velocidad de respuesta (t_p,t_r,t_s) y sobreoscilación (M_p).

- Se utiliza acción proporcional (P) para disminuir el error en régimen permanente.
- Si es necesario se introduce la acción derivativa (D) que mejora el régimen transitorio pero suele aumentar el error.
- Si es necesario se incorpora una acción integral (I), para tratando de no afectar al régimen dinámico, disminuir o anular el error en régimen permanente.



Ajuste de un regulador PID mediante técnicas basadas en el lugar de las raíces.

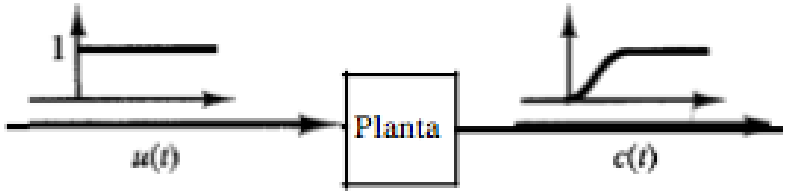
"Control de Sistemas Continuos". Problemas Resueltos. A. Barrientos

- Cuando el modelo analítico de la planta no se conoce, y por ello no se pueden utilizar los métodos de diseño como el LDR, es cuando los controles PID resultan más útiles, ya que se pueden “sintonizar” utilizando reglas empíricas.

- **Ziegler y Nichols** propusieron unas reglas de sintonía para determinar la ganancia Kp y las constantes de tiempo Ti y Td basándose en las características de la respuesta transitoria de una planta dada.

➢ PRIMER MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS:

- Basado en la respuesta transitoria **experimental** en lazo abierto c(t) de la planta ante una entrada escalón:



Universidad Rey Juan Carlos

Método de Ziegler-Nichols en lazo abierto

- Si la planta no tiene integradores ni polos complejos conjugados, la respuesta temporal tendrá "forma en S" (primer orden con retardo).
- De dicha respuesta se extrae el tiempo de retardo experimental "L" y la constante de tiempo "T":
- La tabla indica los Kp, Ti y Td del controlador tipo PID que resultan óptimos para la planta:

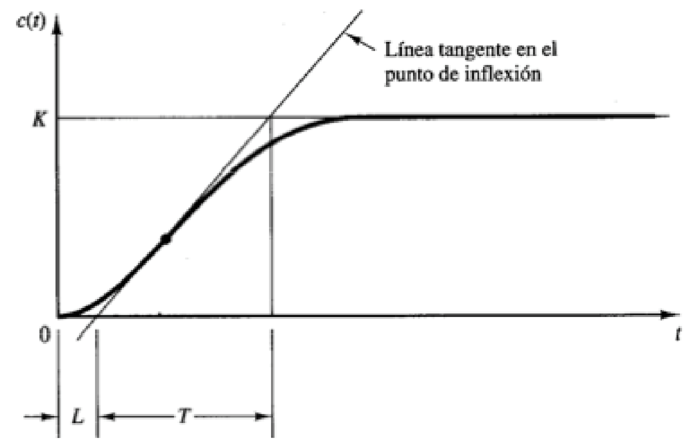
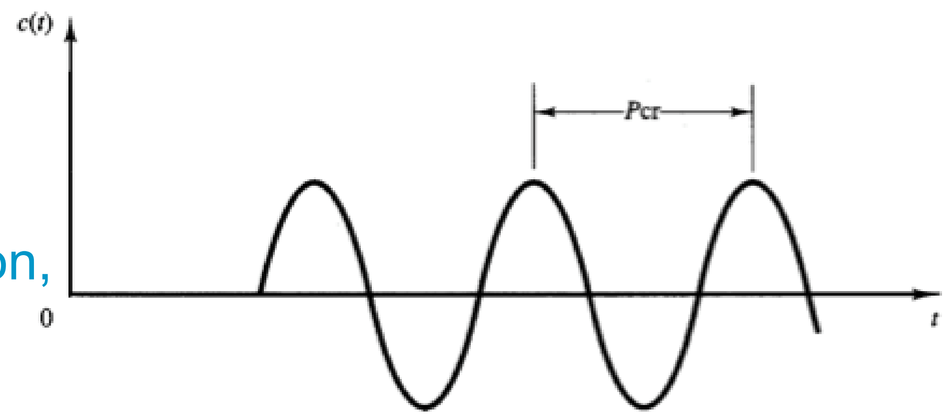


Tabla 10–1 Regla de sintonización de Ziegler-Nichols basada en la respuesta escalón de la planta (primer método)

Tipo de controlador	K_p	Ti	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

SEGUNDO MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS:

- Basado en la ***respuesta oscilatoria experimental*** en lazo cerrado de la planta.
- En primer lugar se debe utilizar un controlador únicamente proporcional, incrementando Kp hasta un valor crítico, ***Kcr***, para el que la planta presente oscilaciones sostenidas de amplitud constante (sistema no amortiguado):
- De dicha respuesta experimental en lazo cerrado se extrae el periodo de la oscilación, Pcr.



- **Si la planta no presenta respuesta oscilatoria para ningún valor de Kp, este método no se puede usar.**

Segundo método de Ziegler-Nichols (lazo cerrado)

- A partir de los valores de la ganancia crítica Kcr y el periodo crítico Pcr se determinan los valores óptimos del controlador tipo PID (Kp, Ti, Td) en base a la siguiente tabla:

Regla de sintonización de Ziegler-Nichols basada en la ganancia crítica K_{cr} y en el periodo crítico P_{cr} (segundo método)

Tipo de controlador	K_p	Ti	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

- Este segundo método resulta también útil cuando se conoce el modelo (función de transferencia) de la planta, obteniendo en ese caso la ganancia crítica Kcr y el periodo crítico Pcr del lugar de las raíces del sistema.