

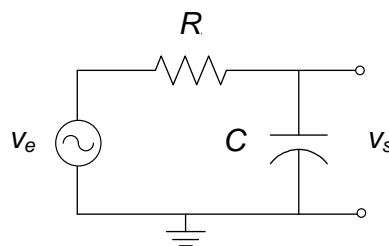
## EJERCICIOS TEMA 3

### Respuesta temporal de sistemas de primer orden

**Problema 3.1.** Demuestra si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas:

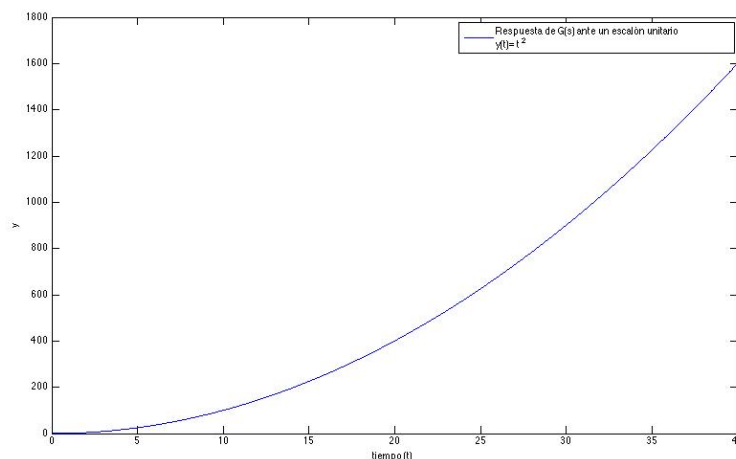
- La respuesta de un sistema una entrada rampa se obtiene integrando la respuesta a la entrada escalón en el dominio del tiempo.
- La respuesta de un sistema a una entrada impulso se obtiene derivando la respuesta a la entrada escalón en el dominio del tiempo.

**Problema 3.2.** Dado el circuito de la figura, con  $R=1\text{ k}\Omega$  y  $C=20\text{ }\mu\text{F}$ :



- Calcula la función de transferencia  $G(s)=V_s/V_e$ . ¿De qué orden es el sistema?
- Determina sus polos y la ganancia estática. ¿Es un sistema estable o inestable? ¿Por qué?
- Para una tensión de entrada  $v_e(t)$  de 1 V en  $t=0$  (escalón unitario), halla la constante de tiempo  $T$ , el tiempo de subida  $t_r$  y el tiempo de asentamiento  $t_s$ .
- Extrae la expresión de la tensión de salida  $v_s(t)$  en el dominio del tiempo.
- Si la tensión de entrada  $v_e(t)$  es de 10 V en  $t=0$  (escalón de amplitud  $A=10$ ), indica si hay algún cambio en la constante de tiempo  $T$ , el tiempo de subida  $t_r$  o el tiempo de asentamiento  $t_s$ .
- Si ahora  $R=10\text{ k}\Omega$  y  $C=5\text{ mF}$ , recalcula la constante de tiempo  $T$ , el tiempo de subida  $t_r$  y el tiempo de asentamiento  $t_s$  para la entrada  $v_e(t)$  de 1 V en  $t=0$ . Compáralos con los obtenidos en c) y justifica las diferencias.

**Problema 3.3.** La respuesta de un sistema a una entrada escalón unitario  $r(t)=u_0(t)$  en el dominio del tiempo es  $y(t)=t^2 \cdot u_0(t)$ , como se muestra en la figura. Calcula la función de transferencia  $G(s)$  de dicho sistema y sus polos. ¿Es un sistema estable o inestable?



## Respuesta temporal de sistemas de segundo orden

**Problema 3.4.** Halla los polos de las siguientes funciones de transferencia de sistemas de segundo orden e indica cuáles son estables. Para ellos, encuentra su ganancia estática, frecuencia natural, coeficiente de amortiguamiento y, en los casos que corresponda, el factor de decrecimiento y la frecuencia amortiguada. Di qué tipo de respuesta a una entrada escalón tendrá cada uno de ellos:

$$a) G_1(s) = \frac{100}{s^2 + 12s + 400}$$

$$b) G_2(s) = \frac{3600}{s^2 + 90s + 900}$$

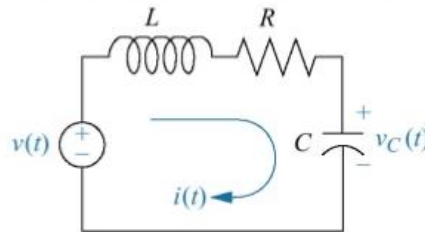
$$c) G_3(s) = \frac{75}{s^2 + 30s + 225}$$

$$d) G_4(s) = \frac{625}{s^2 + 625}$$

$$e) G_5(s) = \frac{128}{s^2 - 16s + 64}$$

$$f) G_6(s) = \frac{25}{s^2 - 25}$$

**Problema 3.5.** Dado el circuito de la figura, con  $R=1,5 \text{ k}\Omega$ ,  $L=100 \text{ H}$  y  $C=100 \text{ }\mu\text{F}$ :



- Calcula la función de transferencia  $G(s)=V_C(s)/V(s)$ . ¿De qué orden es el sistema?
- Determina sus polos y la ganancia estática. ¿Es un sistema estable o inestable? ¿Por qué?
- ¿Qué tipo de respuesta tendrá ante una tensión de entrada  $v_e(t)$  de 1 V en  $t=0$  (escalón unitario)? Halla la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento.
- Calcula el tiempo de subida  $t_r$ , tiempo de asentamiento  $t_s$  y, si procede, el tiempo de pico, el valor de pico y la sobreelongación o sobreoscilación (%OS, en %).

Puedes usar las expresiones siguientes:

$$\text{Porcentaje de sobreoscilación: } M_p = e^{\frac{-\pi}{\tan \theta}} 100$$

$$\text{Valor de pico: } y_p = y_\infty \left(1 + \frac{M_p}{100}\right)$$

$$\text{Tiempo de pico: } t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$\text{Tiempo de subida: } t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_d}$$

$$\text{Tiempo de establecimiento: } t_s \approx \frac{4}{\sigma}$$

**Problema 3.6.** Diseñar un sistema de segundo orden, es decir, obtener su función de transferencia para que cumpla con las siguientes especificaciones:

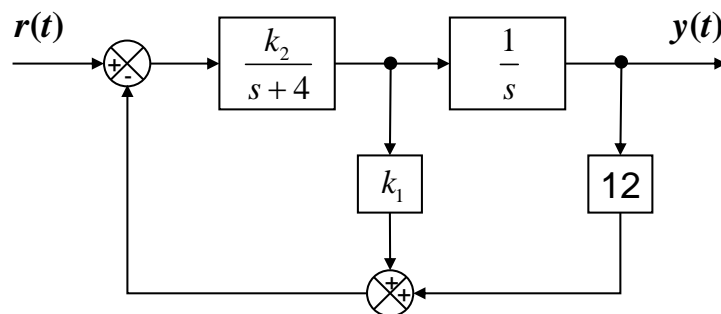
- Ganancia estática igual a 2.
- Frecuencia natural de 5 rad/s.
- Coefficiente de amortiguamiento igual a 0.1.

**Problema 3.7.** Diseñar un circuito RLC serie usando una resistencia de  $10\ \Omega$  que cumpla con las siguientes especificaciones:

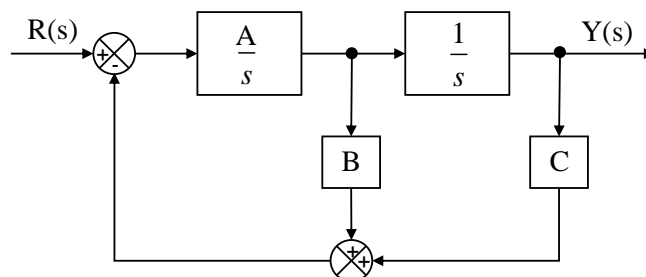
- Sobreelongación del 25%.
- Tiempo de asentamiento de 3,89 segundos.

**Problema 3.8.** ¿Es posible diseñar un circuito eléctrico RLC que cumpla con las mismas especificaciones que el problema anterior, y que además tenga un valor final en régimen permanente igual a 3 V cuando se somete a una entrada escalón de 1 V?

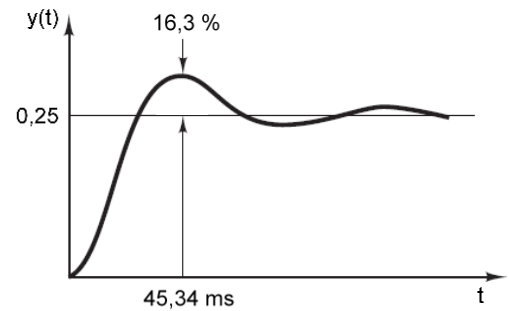
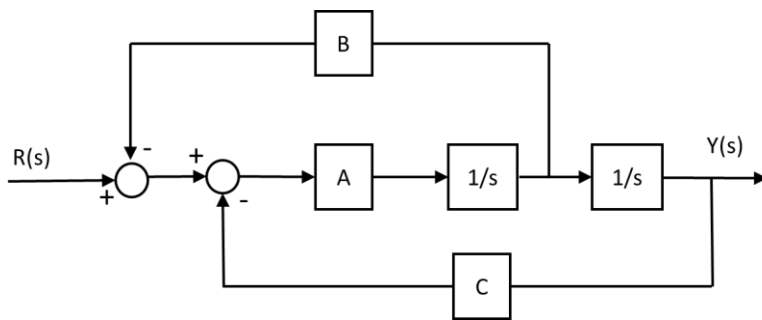
**Problema 3.9.** Dado el sistema de la figura, en el que la entrada  $r(t)$  es un escalón unitario, determinar el valor de  $K_1$  y  $K_2$  para que el sistema tenga un coeficiente de amortiguamiento de 0,5 y un tiempo de asentamiento de 1 s.



**Problema 3.10.** Determina el valor de las constantes  $A$ ,  $B$  y  $C$  del sistema de la figura para que la respuesta  $y(t)$  a una entrada  $r(t)$  -escalón unitario- sea críticamente amortiguada, se establezca en régimen permanente en un valor igual a  $1/2$  y tenga un tiempo de establecimiento de 0,4 segundos.



**Problema 3.11.** Diseña el sistema de control de la figura, determinando el valor de las constantes  $A$ ,  $B$  y  $C$ , para que su respuesta  $y(t)$  a una entrada  $r(t)$  -escalón unitario- sea la que aparece en la figura de la derecha.



### Estabilidad en estado estacionario: Criterio de Routh-Hurwitz

**Problema 3.12.** Determina si los sistemas dados por las siguientes funciones de transferencia son estables utilizando el criterio de Routh-Hurwitz. En caso de ser inestables, indica cuántos polos tienen en el semiplano complejo positivo:

a)  $G_1(s) = \frac{1}{s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + 1}$

d)  $G_4(s) = \frac{8}{2s^3 + s^2 - 3s + 10}$

b)  $G_2(s) = \frac{5}{s^3 + 2s^2 + s + 2}$

e)  $G_5(s) = \frac{1}{s^5 + 2s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 11s + 10}$

c)  $G_3(s) = \frac{1}{s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 + 25s + 50}$

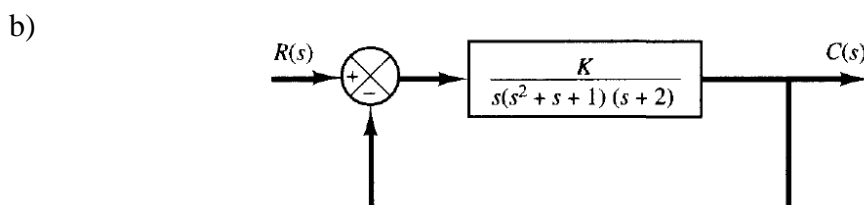
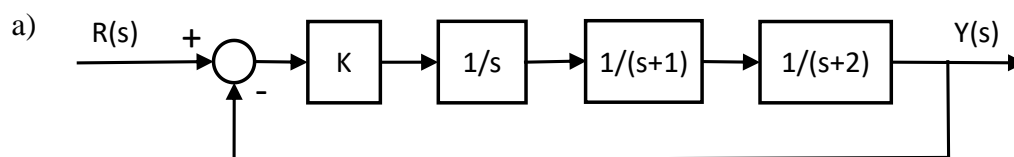
f)  $G_6(s) = \frac{1}{s^5 + s^4 + 4s^3 + 24s^2 + 3s + 63}$

**Problema 3.13.** Utiliza el criterio de Routh-Hurwitz para hallar la relación necesaria entre los coeficientes de un sistema genérico de tercer orden y sin ceros para que dicho sistema sea estable.

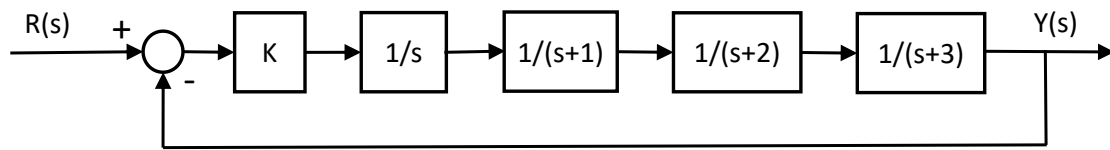
**Problema 3.14.** Utiliza el criterio de Routh-Hurwitz para hallar el rango de ganancia  $K$  ( $K > 0$ ) para el que el sistema representado por la siguiente función de transferencia es estable, marginalmente estable e inestable.

$$G(s) = \frac{100}{s^3 + 30s^2 + 200s + Ks + 40K}$$

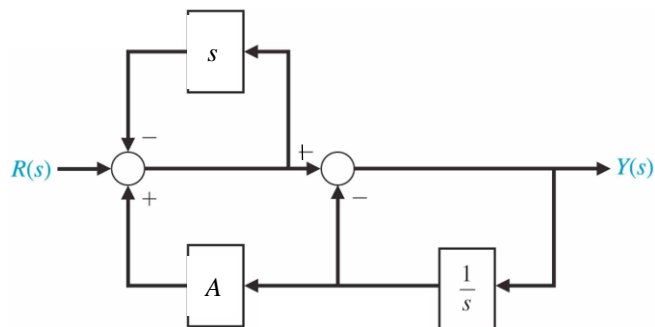
**Problema 3.15.** ¿Para qué rango de valores de  $K$  se puede asegurar que los sistemas dados por los siguientes diagramas de bloques son estables?



c)

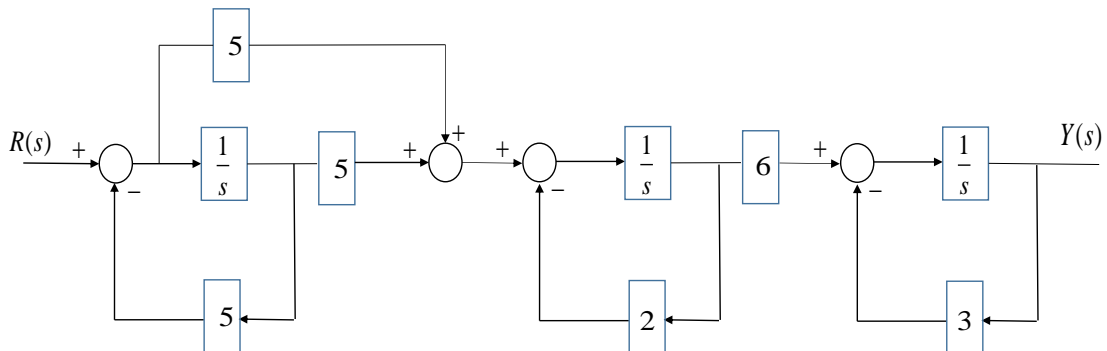


**Problema 3.16.** Estudia la estabilidad del sistema de la figura en función de los valores de la constante  $A$ .



**Problema 3.17.** Dado el sistema de la figura:

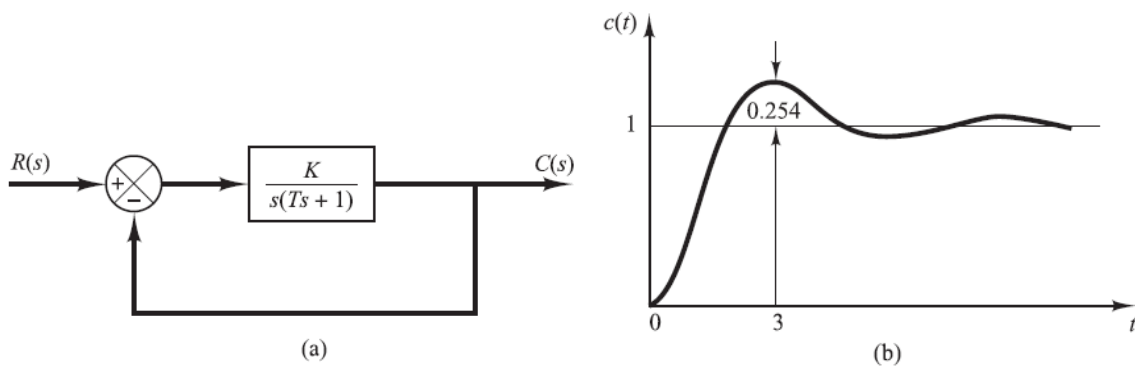
- Indica si es un sistema estable o inestable y por qué.
- Calcula  $y(t)$  para una entrada impulso unitario. ¿Cuánto vale  $y(t)$  en régimen estacionario?



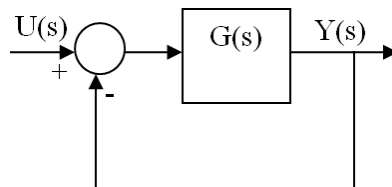
### Precisión y error en régimen estacionario

**Problema 3.18.** Cuando el sistema de la figura izquierda está sujeto a una entrada escalón unitario, su salida  $c(t)$  es la que se aprecia en la figura derecha.

- Determina los valores de las constantes  $K$  y  $T$ .
- Calcula el error estacionario del sistema ante la entrada escalón unitario.
- Calcula el error estacionario del sistema ante una entrada rampa unitaria.



**Problema 3.19.** Dados el sistema en lazo cerrado con realimentación unitaria cuya función en lazo abierto  $G(s)$  es la que se indica en cada apartado, determina el tipo de sistema y los errores estacionarios a las siguientes entradas unitarias: 1) escalón; 2) rampa; y 3) parábola.



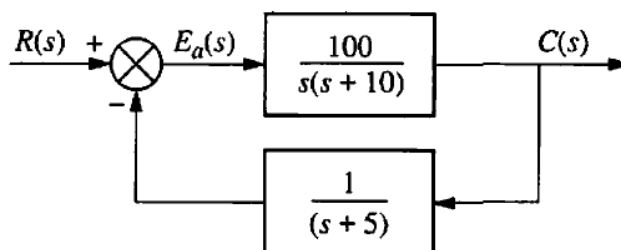
a)  $G(s) = \frac{50}{(1+0.1s)(1+2s)}$

c)  $G(s) = \frac{K}{s(1+0.1s)(1+0.5s)}$

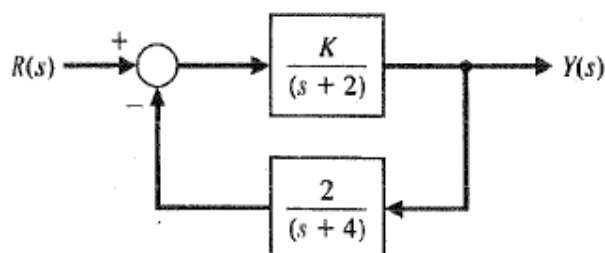
b)  $G(s) = \frac{2}{s(s^2+4s+200)}$

d)  $G(s) = \frac{K(1+2s)(1+4s)}{s^2(s^2+2s+10)}$

**Problema 3.20.** Calcula el error verdadero en estado estacionario del sistema de control con realimentación no unitaria de la figura, frente a una entrada escalón, rampa y parábola.

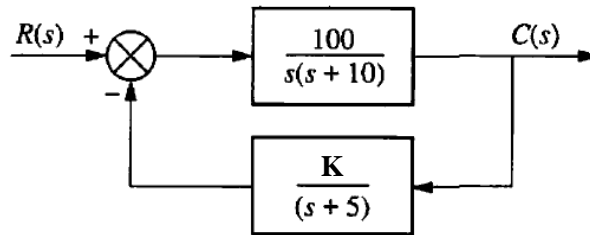


**Problema 3.21.** Calcula el error verdadero en estado estacionario del sistema de control con realimentación no unitaria de la figura, frente a una entrada escalón. ¿Hay algún valor de  $K$  para el que dicho error sea nulo?

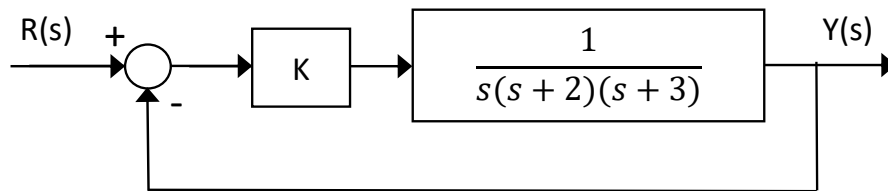


**Problema 3.22.** Para el sistema de control de la figura, con una ganancia  $K$  en la realimentación:

- Estudia la estabilidad del sistema en función de los valores de la ganancia  $K$  de la realimentación.
- Calcula el error verdadero en estado estacionario del sistema frente a una entrada escalón. ¿Hay algún valor de  $K$  para el que dicho error sea nulo?

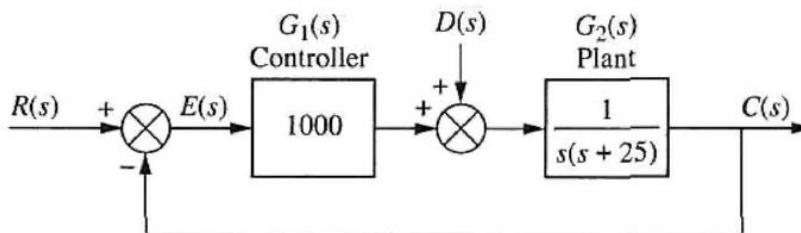


**Problema 3.23.** Dado el sistema de control de la figura, calcula el valor de  $K$  para que el error de velocidad del mismo sea a) del 30% y b) del 10%. ¿Es el sistema de control estable para los valores de  $K$  obtenidos?



**Problema 3.24.** Encuentra la componente del error de posición de los sistemas siguientes debida a una perturbación  $D(s)$  de tipo escalón unitario.

a)



b)

