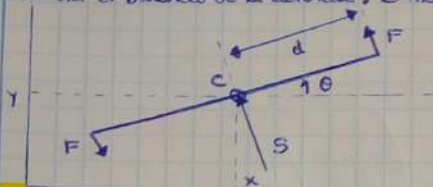


## Resumen Ingeniería del Control primer cuatrimestre '13

### Problemas entregables 8

#### 1) Despegue y aterrizaje vertical de aeronaves

Considere el modelo plano simplificado del sistema para despegue y aterrizaje vertical de una aeronave representada en la figura, en la que la aeronave está representada por una barra. La posición del centro de masas de la aeronave,  $c = (x, y)^T$ , el ángulo de balanceo de la aeronave,  $\theta$  y sus derivadas temporales son las variables de estado del sistema. La fuerza de empuje  $S$ , aplicada al centro de masa de la aeronave, y las fuerzas  $F$  aplicadas a las puntas de las alas, son las entradas de control  $U_1$  y  $U_2$  del sistema, respectivamente. La fuerza de empuje  $S$  mantiene el nivel del avión. Las fuerzas  $F$ , que siempre actúan en sentido contrario para controlar el balanceo de la aeronave. El modelo dinámico de este sistema es:



$$\ddot{x} = -1/m \sin(\theta) s$$

$$\ddot{y} = -g + 1/m \cos(\theta) s$$

$$\ddot{\theta} = 2d/J F$$

$$\text{Momento de inercia baricéntrica de la aeronave } J = 10000 \text{ [Kg m}^2\text{]}$$

$$\text{Masa de la aeronave } m = 30000 \text{ [Kg]}$$

$$d = 5.5 \text{ [m]}$$

$$\text{Aceleración de la gravedad } g = 9.81 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

#### 1) Demostrar las ecuaciones del modelo dinámico utilizando el método de Lagrange.

$$L = T - V = (1/2 m \dot{x}^2 + 1/2 m \dot{y}^2 + 1/2 J \dot{\theta}^2) - (mgy)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow m \ddot{x} = -\sin(\theta) s \Rightarrow \ddot{x} = -1/m \sin(\theta) s$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow m (\ddot{y} + g) = \cos(\theta) s \Rightarrow \ddot{y} = -g + 1/m \cos(\theta) s$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow J \ddot{\theta} = 2dF \Rightarrow \ddot{\theta} = 2d/J F$$

#### 2) Calcular la representación del espacio de estados del sistema, suponiendo que $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)^T$ ,

donde las distancias se miden en [m], ángulos en [rad], velocidades lineales en [m/s] y velocidades angulares en [rad/s].

$$x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ 1/m \sin(x_3) U_1 \\ -g + 1/m \cos(x_3) U_1 \\ 2d/J U_2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S \\ F \end{pmatrix}$$