Problema 1

Una avioneta vuela a una altitud de 3000 metros sobre el nivel del mar. Su vuelo es a altitud constante y a una velocidad también constante de 180 km/h. Las características de la aeronave son las siguientes:

- Superficie alar: 16 m^2
- Cuerda media aerodinámica: 1,5 m
- Masa de la aeronave: 1080 kg

Calcular:

a. La densidad del aire
b. El número de Mach de vuelo
c. El número de Reynolds del ala
d. La diferencia de presión que habrá entre intradós y extradós

Soluciones:
a. 0,909 kg/m^3
b. 0,152
c. $3{,}79 \cdot 10^6$
d. 661 Pa

a) La densidad del aire.

$T = T_0 - 6'5\ h/1000 = 288'15 - 6'5\ 3000/1000 = 268'65\ K$

$P = P_0 (1 - 0'0065\ h/T_0)^{5'2561} = 1'012 \cdot 10^5 (1 - 0'0065\ 3000/288'15)^{5'2561} = 70020'95647\ Pa$

$\rho = P/RT = 70020'95647 / 287'05 \cdot 268'65 = 0'9079953882\ kg/m^3$

b) El número de Mach de vuelo.

$a = \sqrt{\gamma R T} = \sqrt{1'4 \cdot 287'05 \cdot 268'65} = 328'5762857\ m/s$

$M = V/a = 50/328'5762857 = 0'1521716636$

c) El número de Reynolds del ala.

$Re = \rho V L_{cuerda}/\mu = 0'9079953882 \cdot 50 \cdot 1'5 / 1'8 \cdot 10^{-5} = 3'783314118 \cdot 10^6$

d) La diferencia de presión que habrá entre intradós y extradós.

$L = W = m \cdot g = 1080 \cdot 9'8 = 10584\ N$

$L = (P_{intradós} - P_{extradós}) \cdot S \rightarrow 10584 = (P_{intradós} - P_{extradós}) \cdot 16$

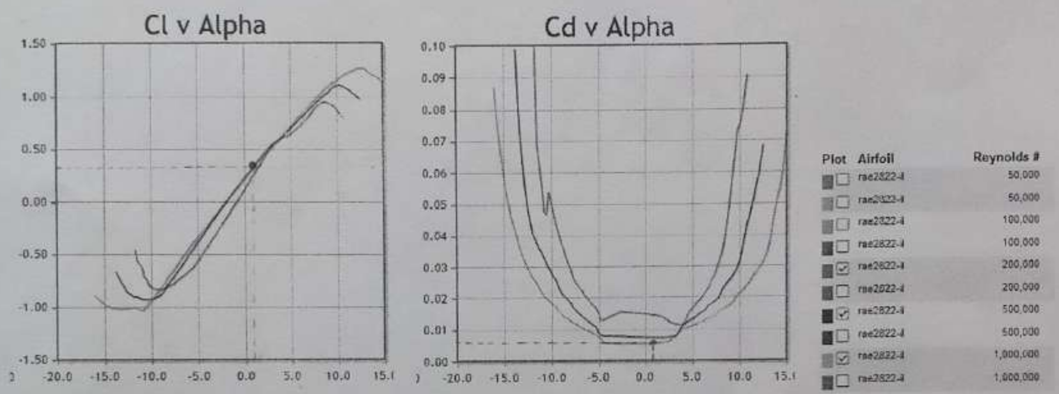
$(P_{intradós} - P_{extradós}) = 10584/16 = 661'5\ Pa$

Problema 2

Un avión comercial de transporte vuela en crucero a una altitud de 35000 ft y a una velocidad de M=0,85. Las características de la aeronave son las siguientes:

- Superficie alar: 100 m^2
- Cuerda media aerodinámica: 3,8 m
- Masa de la aeronave: 40000 kg

El ala tiene un perfil aerodinámico RAE2822, cuyas curvas polares son las siguientes:



Calcular:

a. La velocidad de vuelo
b. El ángulo de ataque necesario para mantener el vuelo
c. La resistencia aerodinámica del ala
d. Velocidad de entrada en pérdida de la aeronave

Soluciones:

a. 252 m/s
b. 0,74°
c. 7240 N
d. 128,5 m/s

a) La velocidad de vuelo.

$T = T_0 - 6'5\ ^{h}/_{1000} = 288'15 - 6'5\ ^{10668}/_{1000} = 218'808\ K$

$P = P_0\left(1 - 0'0065\ ^{h}/_{T_0}\right)^{5'2561} = 1'012\cdot10^5\left(1 - 0'0065\ ^{10668}/_{288'15}\right)^{5'2561} = 23811'41644\ Pa$

$\rho = {}^{P}/_{RT} = {}^{23811'41644}/_{287'05\cdot218'808} = 0'3791093388\ {}^{kg}/_{m^3}$

$a = \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{1'4\cdot287'05\cdot218'808} = 296'5339289\ {}^{m}/_{s}$

$M = {}^{V}/_{a} \Rightarrow V = M\cdot a = 0'85\cdot296'5339289 = 252'0538396\ {}^{m}/_{s}$

b) El ángulo de ataque necesario para mantener el vuelo.

$L = W = m\cdot g = 40000\cdot9'8 = 392000\ N$

$C_L = {}^{L}/_{1/2\,\rho SV^2} = {}^{392000}/_{1/2\cdot0'3791093388\cdot100\cdot252'0538396^2} = 0'325510457$

Mirando la gráfica y sabiendo que $C_L = 0'325510457$, se tiene que ¿ $\alpha = 0'74°$.

c) La resistencia aerodinámica del ala.

Mirando la gráfica C_D v α y sabiendo que $\alpha = 0'74°$, se tiene que ¿ $C_D = 0'006$

$C_D = {}^{D}/_{1/2\,\rho SV^2} \Rightarrow D = 1/2\,\rho SV^2 C_D = 1/2\cdot0'3791093388\cdot100\cdot252'0538396^2\cdot0'006 =$
$= 7225'574323\ N$

d) Velocidad de entrada en pérdida de la aeronave.

$V_S = \sqrt{{}^{2W}/_{\rho S C_{L\,MAX}}} = \sqrt{{}^{2\cdot392000}/_{0'3791093388\cdot100\cdot1'25}} = 128'6236363\ {}^{m}/_{s}$

Problema 3

Un ultraligero realiza un vuelo horizontal a un ángulo de ataque de 6° en condiciones ISA a nivel del mar. Las características geométricas de la aeronave son las siguientes:

- Superficie alar: 18 m^2
- Cuerda media aerodinámica: 1 m
- Masa de la aeronave: 500 kg
- Superficie del estabilizador horizontal: 2 m^2
- Cuerda media aerodinámica del estabilizador horizontal: 0,5 m
- Distancia entre el centro aerodinámico del ala y el del estabilizador horizontal: 4 m

El ala tiene un perfil aerodinámico Aquilasm-il cuyas curvas polares se pueden consultar en el siguiente enlace:

http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=aquilasm-il

El estabilizador de horizontal tiene un perfil aerodinámico NACA0010, cuyas curvas polares se pueden consultar en:

http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=naca0010-il

Calcular:

a. La velocidad de vuelo, suponiendo que toda la sustentación procede del ala.
b. El momento sobre el centro aerodinámico.
c. El ángulo de ataque al que debe situarse el estabilizador horizontal para que el avión sea estable longitudinalmente.

Soluciones:

a. 20,87 m/s
b. -308,7 Nm
c. -0,7 °

a) La velocidad de vuelo, suponiendo que toda la sustentación procede del ala.

$L = W = m \cdot g = 500 \cdot 9'8 = 4900\ N$

Sabiendo que $\alpha = 6°$, viendo la gráfica se puede obtener que $C_L = 1'01$.

$C_L = L / \frac{1}{2} \rho_0 S V^2 \Rightarrow V = \sqrt{L / \frac{1}{2} \rho_0 S C_L} = \sqrt{4900 / \frac{1}{2} \cdot 1'225 \cdot 18 \cdot 1'01} = 20'97722585\ m/s$

b) El momento sobre el centro aerodinámico.

Curva de la gráfica: $Re = \rho_0 V L_{cuerda} / \mu = 1'225 \cdot 20'97722585 \cdot 1 / 1'8 \cdot 10^{-5} = 1'427616759 \cdot 10^6$

Viendo la gráfica, se sabe que $C_{MCA} = -0'064$. Por lo tanto: $C_{MCA} = M_{CA} / \frac{1}{2} \rho_0 S V^2 L_{cuerda} \Rightarrow$

$\Rightarrow M_{CA} = \frac{1}{2} \rho_0 S V^2 L_{cuerda} C_{MCA} = \frac{1}{2} \cdot 1'225 \cdot 18 \cdot 20'97722585^2 \cdot 1 \cdot (-0'064) = -310'4950495\ Nm$

c) El ángulo de ataque al que debe situarse el estabilizador horizontal para que el avión sea estable longitudinalmente.

$M_{CA} = L_{tail} \cdot d_{tail} \Rightarrow -310'4950495 = L_{tail} \cdot 4 \Rightarrow L_{tail} = -310'4950495 / 4 = -77'62376238\ N$

$C_L = -77'62376238 / \frac{1}{2} \cdot 1'225 \cdot 2 \cdot 20'97722585^2 = -0'144$

Curva de la gráfica: $Re = \rho_0 V L_{cuerda} / \mu = 1'225 \cdot 20'97722585 \cdot 0'5 / 1'8 \cdot 10^{-5} = 7'138083796 \cdot 10^5$

Viendo la gráfica, se sabe que $\alpha = -0'7°$

Problema 4

Calcular el alcance y la autonomía de las aeronaves presentadas en los Problemas 3 y 4, considerando sólo el ala al calcular la eficiencia.

a. Aeronave comercial (Problema 2):
   - Masa de combustible: 12000 kg
   - Consumo específico de los motores: $1\cdot10^{-3}$ s^{-1}

b. Ultraligero (Problema 3):
   - Masa de combustible: 50 kg
   - Consumo específico de los motores: $5\cdot10^{-4}$ s^{-1}

Soluciones:

a. 4854 km y 5 h 21 min

b. 439,8 km y 5h 51 min

a) Aeronave comercial (Problema 2): $m_{combustible} = 12000$ kg, $C_j = 1\cdot10^{-3}$ s^{-1}

Datos Problema 2: $L = 392000$ N, $\rho = 0'3791093388$ kg/m^3, $S = 100$ m^2, $V = 252'0538396$ m/s

Condiciones iniciales ($W_i = 392000$ N):

$C_L = L/\frac{1}{2}\rho S V^2 = 392000/\frac{1}{2}\cdot 0'3791093388\cdot 100\cdot 252'0538396^2 = 0'325510457$

Sabiendo que $C_L = 0'325510457$, se tiene que: $\alpha = 0'74°$, $C_D = 0'005$ y $C_L/C_D = 65'1020914$

Condiciones finales ($W_f = W_i - m_{combustible}\cdot g = 392000 - 12000\cdot 9'8 = 274400$ N):

$C_L = L/\frac{1}{2}\rho S V^2 = 274400/\frac{1}{2}\cdot 0'3791093388\cdot 100\cdot 252'0538396^2 = 0'2278573199$

Sabiendo que $C_L = 0'2278573199$, se tiene que: $\alpha = -2°$, $C_D = 0'006$ y $C_L/C_D = 37'97621998$

$(C_L/C_D)_{inicial} + (C_L/C_D)_{final}/2 = 65'1020914 + 37'97621998/2 \Rightarrow (C_L/C_D)_{med} = 51'53915569$

$R = V/C_j\,(C_L/C_D)_{med}\ln(W_i/W_f) = 252'0538396/1\cdot10^{-3}\cdot 51'53915569\cdot\ln(392000/274400) =$

$= 4633436'536$ m $= 4633'436536$ km

$E = 1/C_j\,(C_L/C_D)_{med}\ln(W_i/W_f) = 1/1\cdot10^{-3}\cdot 51'53915569\cdot\ln(392000/274400) =$

$= 18382'72547$ s $= 5'10$ h $\Rightarrow$ 5 h y 6 min

b) Ultraligero (Problema 3): $m_{combustible} = 50$ kg, $C_j = 5\cdot10^{-4}$ s^{-1}

Datos Problema 3: $L = 4900$ N, $\rho_0 = 1'225$ kg/m^3, $S = 18$ m^2, $V = 20'97722585$ m/s

Condiciones iniciales ($W_i = 4900$ N):

$C_L = L/\frac{1}{2}\rho_0 S V^2 = 4900/\frac{1}{2}\cdot 1'225\cdot 18\cdot 20'97722585^2 = 1'01$

Sabiendo que $C_L = 1'01$, se tiene que: $\alpha = 6°$, $C_D = 0'008$ y $C_L/C_D = 126'25$

Condiciones finales ($W_f = W_i - m_{combustible}\cdot g = 4900 - 50\cdot 9'8 = 4410$ N):

$C_L = L/\frac{1}{2}\rho_0 S V^2 = 4410/\frac{1}{2}\cdot 1'225\cdot 18\cdot 20'97722585^2 = 0'909$

Sabiendo que $C_L = 0'909$, se tiene que: $\alpha = 4°$, $C_D = 0'008$ y $C_L/C_D = 113'625$

$(C_L/C_D)_{inicial} + (C_L/C_D)_{final}/2 = 126'25 + 113'625/2 \Rightarrow (C_L/C_D)_{med} = 119'9375$

$R = V/C_j\,(C_L/C_D)_{med}\ln(W_i/W_f) = 20'97722585/5\cdot10^{-4}\cdot 119'9375\cdot\ln(4900/4410) =$

$= 530164'8484$ m $= 530'1648484$ km

$E = 1/C_j\,(C_L/C_D)_{med}\ln(W_i/W_f) = 1/5\cdot10^{-4}\cdot 119'9375\cdot\ln(4900/4410) =$

$= 25273'35369$ s $= 7'02$ h $\Rightarrow$ 7 h, 1 min

Problema 5

Un helicóptero monomotor con rotor de cola simple tiene las siguientes características:

- Masa del helicóptero: 3175 kg
- Diámetro del rotor principal: 10,97 m
- Potencia máxima del motor: 820 kW

Calcular:

a. La velocidad inducida para un vuelo a punto fijo a 1000 pies de altitud (condiciones ISA).
b. Qué porcentaje de la potencia máxima del motor es necesaria para volar en las condiciones de a).
c. Cuál es la altitud máxima de vuelo a punto fijo (suponiendo que el motor siempre es capaz de proporcionar la misma potencia).

Soluciones:
a. 11,76 m/s
b. 55,8 %
c. 10856 m

a) La velocidad inducida para un vuelo a punto fijo a 1000 pies de altitud (condiciones ISA).

$A = \pi R^2 = \pi \cdot 5'485^2 = 94'51552184\ m^2$

$L = W = m \cdot g = 3175 \cdot 9'8 = 31115\ N$

$T = T_0 - 6'5\ h/1000 = 288'15 - 6'5\ 304'8/1000 = 286'1688\ K$

$P = P_0 (1 - 0'0065\ h/T_0)^{5'2561} = 1'012 \cdot 10^5 (1 - 0'0065\ 304'8/288'15)^{5'2561} = 97595'87041\ Pa$

$\rho = P/RT = 97595'87041 / 287'05 \cdot 286'1688 = 1'188096203\ kg/m^3$

$V_i = \sqrt{W/2\rho A} = \sqrt{31115/2 \cdot 1'188096203 \cdot 94'51552184} = 11'77043552\ m/s$

b) ¿Qué porcentaje de la potencia máxima del motor es necesaria para volar en las condiciones de a)?

$P_i = \sqrt{W^3/2\rho A} = \sqrt{31115^3/2 \cdot 1'188096203 \cdot 94'51552184} = 366'2371013\ kW$

$P_{motor} = P_i \cdot 1'25 = 366'2371013 \cdot 1'25 = 457'7963766\ kW$

$P_{motor}/P_{max.motor} = 457'7963766/820 = 0'5582882641 = 55'82882641\ \%$

c) ¿Cuál es la altitud máxima de vuelo a punto fijo?

Problema 6

Estamos diseñando un dron para el que disponemos de un motor de potencia 200W, y rotores con un radio de 11 cm. Si queremos levantar 2 kg de peso en condiciones ISA a nivel del mar, ¿cuántos rotores deberá llevar el dron?

Solución:
4 rotores

$$A = \pi R^2 = \pi \cdot 0'11^2 = 0'03801327111 \ m^2$$

$$L = W = m \cdot g = 2 \cdot 9'8 = 19'6 \ N$$

$$P_{motor} = N \cdot P_i \cdot 1'15 \Rightarrow 200 = N \cdot P_i \cdot 1'15 \Rightarrow P_i = 200/1'15N = 173'9130435/N$$

$$P_i = \sqrt{(W/N)^3/2\rho_0 A} \Rightarrow 173'9130435/N = \sqrt{(19'6/N)^3/2 \cdot 1'225 \cdot 0'03801327111} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(173'9130435/N\right)^2 = (19'6/N)^3/2 \cdot 1'225 \cdot 0'03801327111 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30245'7467/N^2 = 7529'536/N^3/0'09313251422 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2816'862435/N^2 = 7529'536/N^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N^3/N^2 = N = 7529'536/2816'862435 = 2'673022263$$

Como el número de rotores tiene que ser par : $N = 2'673022263 \simeq 4$