RESUMEN MÓDULO II ROBÓTICA AÉREA:

ÍNDICE DE CONTENIDOS:

[] TEMA 1: PRINCIPIOS DE AERODINÁMICA

} 1.1 CONCEPTOS GENERALES

Presión (p): Magnitud física que expresa la fuerza ejercida por un cuerpo sobre la unidad de superficie y cuya unidad en el sistema internacional es el Pascal (1 Pa = 1 N/m²).
Densidad (ρ): Magnitud física que expresa la relación entre la masa y el volumen de un cuerpo, y cuya unidad en el sistema internacional es el kilogramo por metro cúbico (kg/m³).
Temperatura (T): Magnitud física que expresa el grado o nivel de calor de los cuerpos o del ambiente, y cuya unidad en el sistema internacional es el Kelvin (K).
Ley de los gases perfectos: p = ρ * R * T, donde R = 287,05 J/kg*K para el aire.

} 1.2 ATMÓSFERA ESTÁNDAR INTERNACIONAL (ISA)

Temperatura de la troposfera: $T = T_o - 6,5 * \frac{h}{1000}$, donde h es la altura a la que vuela la aeronave.

Presión de la troposfera: $p = p_o * (1 - 0,0065 * \frac{h}{T_o})^{5,2561}$

Densidad de la troposfera: $\rho = \frac{p}{RT}$

Condiciones ISA a nivel del mar: p_o = 1.012*10^5 Pa, T_o = 288,15 K, ρ_o = 1,225 Kg/m³, R = 287 J/Kg*k.

} 1.3 VELOCIDAD

Líneas de corriente: Trayectoria que sigue una partícula de fluido cuya velocidad es tangente a la trayectoria en cada punto.
Velocidad de la luz: c = 299792458 m/s ≈ 3*10^8 m/s

Velocidad del sonido (a = 340,27 m/s): a = $\sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\gamma RT}$ =, donde γ = 1,4 (coeficiente adiabático del aire).

} 1.4 NÚMEROS ADIMENSIONALES

Número de Mach (indica si el aire se comprime): $M = \frac{Velocidad\ de\ vuelo}{Velocidad\ del\ sonido} = \frac{V}{a}$

Número de Reynolds (indica si predominan los esfuerzos inerciales o viscosos): $R_e = \frac{Fuerzas\ inerciales}{Fuerzas\ viscosas} = \frac{\rho * V * L}{\mu}$, donde $\mu = 1,8 * 10^{-5}$ Pa*s es la viscosidad dinámica y L es la longitud característica del objeto.

} 1.5 PRINCIPIO DE BERNOULLI

Definición: En un fluido incompresible y sin fuerzas externas donde la energía del fluido permanece constante a lo largo de su trayectoria / línea de corriente.

Fórmula: $p + \frac{1}{2} * \rho * V^2 + \rho * g * z = p + \frac{1}{2} * \rho * V^2$, donde la altura (z) y la gravedad (g) son constantes.

} 1.6 COEFICIENTES AERODINÁMICOS

Sustentación: $L = \frac{1}{2} * \rho * S * V^2 * C_L$

Coeficiente de sustentación: $C_L = \frac{Sustentación}{Presión\ dinámica\ disponible} = \frac{L}{\frac{1}{2} * \rho * S * V^2}$

Resistencia: $D = \frac{1}{2} * \rho * S * V^2 * C_D$

Coeficiente de resistencia: $C_D = \frac{Resistencia}{Presión\ dinámica\ disponible} = \frac{D}{\frac{1}{2} * \rho * S * V^2}$

Momento en el centro aerodinámico: $M_{MCA} = \frac{1}{2} * \rho * S * V^2 * c$, donde c es la longitud de la cuerda.

Coeficiente de momentos: $C_{MCA} = \frac{Momento\ sobre\ el\ CA}{Presión\ dinámica\ disponible\ por\ cuerda} = \frac{M_{CA}}{\frac{1}{2} * \rho * S * V^2 * c}$

Momento en el centro aerodinámico: M < 0 (picado), M = 0 (estabilizado o trim), M > 0 (encabritado).

[] EJERCICIOS TEMA 1: PRINCIPIOS DE AERODINÁMICA

} EJERCICIO 1

Calcular la densidad del aire en ISA 1000 ft (304,8 m).

DATOS:

h = 304,8 m (1 pie = 0,3048 m, 1 m = 3,28084 pies)

T_o = 288,15 K

p_o = 1.012*10⁵ Pa

ρ_o = 1,225 Kg/m³

R = 287,05 J/kg*K

SOLUCIÓN:

$T = T_o - 6,5 * \frac{h}{1000} = 288,15 - 6,5 * \frac{304,8}{1000} = 286,17\,K$

$p = p_o * (1 - 0,0065 * \frac{h}{T_o})^{5,2561} = 1.012 * 10^5 * (1 - 0,0065 * \frac{304,8}{288,15})^{5,2561} = 9,76 * 10^4\,Pa$

Primera opción: $\rho = \frac{p}{RT} = \frac{9,76*10^4}{287,05*286,17} = 1,189\,kg/m^3$

Segunda opción: $\rho^{(1000\,ft)} = \rho_o * \sigma = 1,225 * 0,9711 = 1,189\,kg/m^3$, donde σ es el valor de la densidad dado en la tabla de la ISA (columna Density).

} EJERCICIO 2

Volamos en un vuelo horizontal en una aeronave a 3000 m de altitud en condiciones ISA. La superficie alar de la aeronave es de 100 m². La velocidad de vuelo es constante a un número de Mach 0,3. La velocidad del aire en el extradós es de 120 m/s. La velocidad del aire en el intradós es de 85 m/s.

DATOS:

h = 3000 m	$V_{extradós}$ = 120 m/s	p_o = 1.012*10⁵ Pa
S = 100 m²	$V_{intradós}$ = 85 m/s	ρ_o = 1,225 Kg/m³
M = 0,3	T_o = 288,15 K	R = 287,05 J/kg*K

a) ¿Cuál es nuestra velocidad de vuelo?

$T = T_o - 6,5 * \frac{h}{1000} = 288,15 - 6,5 * \frac{3000}{1000} = 268,7\,K$

$p = p_o * (1 - 0,0065 * \frac{h}{T_o})^{5,2561} 1.012 * 10^5 * (1 - 0,0065 * \frac{3000}{288,15})^{5,2561} = 7,0 * 10^4\,Pa$

$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{7,0*10^4}{287,05*268,7} = 0,908\,kg/m^3$

$a = \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{1,4 * 287 * 268,7} = 328,58\,m/s$

$M = \frac{V}{a} => V = M * a = 0,3 * 328,58 = 98,57\,m/s$

b) ¿Cuál es la fuerza vertical resultante?

Línea de corriente que circula por el extradós: $p_{extradós} + \frac{1}{2} * \rho * V_{extradós}^2$

Línea de corriente que circula por el intradós: $p_{intradós} + \frac{1}{2} * \rho * V_{intradós}^2$

Igualamos ambas ecuaciones:

$p_{intradós} - p_{extradós} = \frac{1}{2} * \rho * (V_{extradós}^2 - V_{intradós}^2) = \frac{1}{2} * 0,908 * (120^2 - 85^2) = 3257\,Pa$

Fuerza vertical: $F_{vertical} = L = (p_{intradós} - p_{extradós}) * S = 3257 * 100 = 325700\,N$

c) ¿Cuál es la masa de la aeronave?

$L = W = m * g => m = \frac{L}{g} = \frac{325700}{9,8} = 33235\,kg$

d) Selecciona un perfil que nos permita volar en estas condiciones sin entrar en pérdida y con momentos respecto al centro aerodinámico cercano a 0.

C_L necesario para volar horizontalmente: $C_L = \frac{Sustentación}{Presión\ dinámica\ disponible} = \frac{L}{\frac{1}{2}*\rho*S*V^2} = \frac{325700}{\frac{1}{2}*0,908*100*98,57^2} = 0,69$

Seleccionar un perfil aerodinámico con ese C_L, mismo ángulo de ataque y con $|C_{MCA}| < 0.01$

Para saber qué curva mirar: $R_e = \frac{Fuerzas\ inerciales}{Fuerzas\ viscosas} = \frac{\rho*V*Longitud}{\mu} = \frac{0,908*98,57*5}{1,8*10^{-5}} = 2,49 * 10^7$

[] TEMA 2: AERONAVES DE ALA FIJA

} 2.1 EQUILIBRIO DE FUERZAS Y ESTABILIDAD LONGITUDINAL

Fuerzas en el eje x:

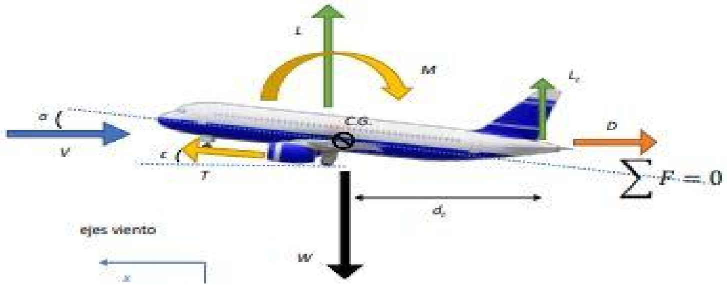
$F_x = T * cos(\varepsilon) - D = 0,\ si\ \varepsilon = 0 \ => T = D$

Fuerzas en el eje z:

$F_z = W - T * sen(\varepsilon) - L = 0,\ si\ \varepsilon = 0 \ => W = L$

Sumatorio de masas:

$\Sigma M = 0 => M_{ala} = L_t * d_t$

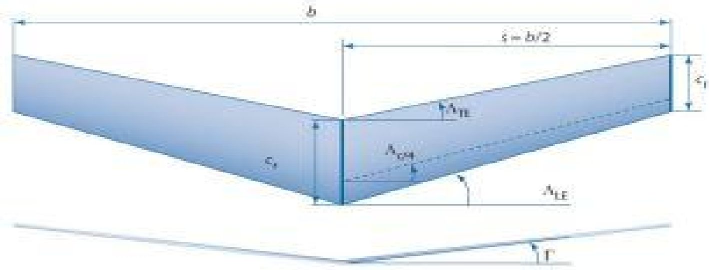


} 2.2 GEOMETRÍA DEL ALA

Cuerda Media Aerodinámica (MAC): $MAC = \frac{2}{S}\int_0^{b/2} c^2 dy$

Alargamiento: $AR = \frac{b^2}{S}$

Estrechamiento: $\lambda = \frac{c_t}{c_r}$



Otros elementos: Flecha (Λ), Diedro (Γ).

Elementos de control de vuelo (aumentan el C_L y el C_D): Flaps, slats móviles y slots fijos, y espóilers.

} 2.3 ACTUACIONES DE LA AERONAVE

Ascenso (primera imagen):

Fuerzas en el eje x:

$T = D + W * sen(\gamma)$

Fuerzas en el eje z:

$W * cos(\gamma) = L$

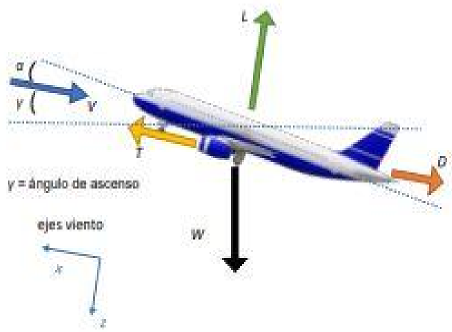
Descenso (segunda imagen):

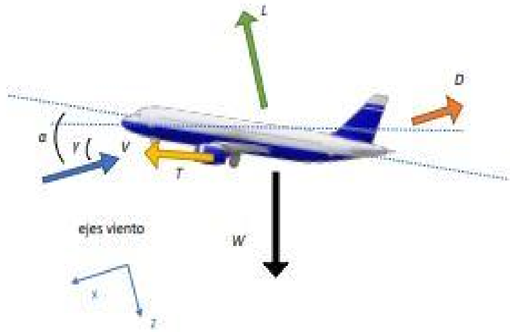
Fuerzas en el eje x:

$T + W * sen(\gamma) = D$

Fuerzas en el eje z:

$W * cos(\gamma) = L$





Despegue: $V_2 > 1,2 * V_s = 1,2 * \sqrt{\frac{2*W}{\rho*S*C_{Lmax}}}$, donde V_s es la velocidad de entrada en pérdida (stall).

Aterrizaje: $V_{TD} > 1,15 * V_s = 1,15 * \sqrt{\frac{2*W}{\rho*S*C_{Lmax}}}$

} 2.4 ACTUACIONES INTEGRALES

Peso no constante en vuelos de larga distancia: $\frac{dx}{dt} = V\ y\ \frac{dW}{dt} = - c_j * T$

Actuaciones integrales: $\frac{dx}{dW} = \frac{-V}{c_j*T}\ y\ \frac{dt}{dW} = - \frac{1}{c_j*T}$, donde c_j es el consumo de combustible.

Equilibrio de fuerzas (T = D y W = L): $(\frac{T}{W}) = \frac{D}{L} = \frac{\frac{1}{2}*\rho*S*V^2*C_D}{\frac{1}{2}*\rho*S*V^2*C_L} = \frac{C_D}{C_L} => T = W * \frac{C_D}{C_L}$

Alcance: $dx = \frac{-V}{c_j*T} * dW => R = \int_{inicio}^{fin} dx = \int_{inicio}^{fin} \frac{-V}{c_j*T} * dW$

Alcance: $R = - \int_{Wi}^{Wf} \frac{V}{c_j*T} * dW = \int_{Wi}^{Wf} \frac{V}{c_j*T} * dW = \int_{Wi}^{Wf} \frac{V}{c_j} * \frac{C_L}{C_D} * \frac{dW}{W} = \frac{V}{c_j} * (\frac{C_L}{C_D}) * ln(\frac{W_i}{W_f}) \ => K = \frac{V}{c_j} * (\frac{C_L}{C_D})$

Autonomía: $dt = \frac{1}{c_j*T} * dW => E = \int_{inicio}^{fin} dt = \int_{inicio}^{fin} \frac{1}{c_j*T} * dW$

Autonomía: $E = - \int_{Wi}^{Wf} \frac{1}{c_j*T} * dW = \int_{Wi}^{Wf} \frac{1}{c_j*T} * dW = \int_{Wi}^{Wf} \frac{1}{c_j} * \frac{C_L}{C_D} * \frac{dW}{W} = \frac{1}{c_j} * (\frac{C_L}{C_D}) * ln(\frac{W_i}{W_f})$

[] EJERCICIOS TEMA 2: AERONAVES DE ALA FIJA

} EJERCICIO 1

Con los datos y las mismas condiciones de vuelo que en los problemas del tema 1, se pide calcular la velocidad de entrada en pérdida (V_s), alcance (R) y autonomía (E).

DATOS:

Peso del combustible = 10000 kg

Consumo de combustible: $c_j = 2 * 10^{-3} s^{-1}$

a) Velocidad de entrada en pérdida.

$$V_s = \sqrt{\frac{2*W}{\rho*S*C_{Lmax}}} = \sqrt{\frac{2*325700}{0{,}908*100*1{,}4}} = 71{,}58\, m/s$$

Condiciones iniciales (W_i=325700 N): C_L = 0,69, α= 6º, C_D= 0,01, C_L/C_D = 69.

Condiciones finales (W_f=227700 N): C_L = 0,52, α= 5º, C_D= 0,009, C_L/C_D = 58.

Por lo tanto se tiene un c_L/c_D medio de 63,5.

b) Alcance (R).

$$R = \frac{V}{c_j} * (\frac{C_L}{C_D}) * ln(\frac{W_i}{W_f}) = \frac{98{,}57}{2*10^{-3}} * 63{,}5 * ln(\frac{325700}{227700}) = 1{,}12 * 10^{-6} m = 1120\, km$$

c) Autonomía (E).

$$E = \frac{1}{c_j} * (\frac{C_L}{C_D}) * ln(\frac{W_i}{W_f}) = \frac{1}{2*10^{-3}} * 63{,}5 * ln(\frac{325700}{227700}) = 1{,}137 * 10^{-4} s = 3{,}16\, h$$

[] TEMA 3: AERONAVES DE ALA ROTATORIA

} 3.1 FUERZAS AERODINÁMICAS EN EL HELICÓPTERO

Fuerzas en el ala/pala del helicóptero: C_D, D y C_{MCA}.

Fuerzas aerodinámicas en el helicóptero (ejes del viento): T (tracción del rotor en Newton), Ω (velocidad de rotación de las palas en rad/s), R (radio del motor en metros).

Vuelo en avance: La velocidad incidente (V) de la pala depende de si ésta avanza en el sentido de vuelo o si va en el contrario.

Vuelo a punto fijo (hover): La velocidad incidente (V) de la pala sólo depende de la velocidad de rotación (Ω) y del radio del rotor (R), donde T = L * b, donde b es el número de palas.

} 3.2 LA IMPORTANCIA DEL ROTOR DE COLA

Tercera ley de Newton (principio de acción-reacción): Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria, es decir, las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales y dirigidas en sentido opuesto.

Q: Par motor/torque transmitido por el motor para mover las palas, que produce un momento de rotación en el fuselaje, por lo que se necesita un rotor de cola para que el helicóptero no gire sin control.

} 3.3 CÁLCULO DE LA POTENCIA (HOVER)

Teoría del disco actuador: El aire es fluido ideal, sustituimos el rotor por un disco poroso de área A, la corriente afectada por el disco está delimitada por un tubo de corriente, el movimiento del fluido en el tubo de corriente se considera adimensional, se desprecian efectos de rotación de estela y efectos de punta de pala.

Ley de conservación de masa: $\rho * V * A = constante$

Ley de conservación de momento (Bernoulli): $p + \rho * \frac{1}{2} * V^2 = constante$

Tracción del rotor (diferencia entre presión y superficie): $T = (p_2 - p_1) * A$

Bernoulli en líneas de corriente: $p_\infty = p_i + \frac{1}{2} * \rho * V_1^2$; $p_2 + \frac{1}{2} * \rho * V_1^2 = p_\infty + \frac{1}{2} * \rho * V_3^2$

Aislamos p_∞: $p_1 + \frac{1}{2} * \rho * V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} * \rho * V_i^2 - \frac{1}{2} * \rho * V_3^2$

Agrupamos presiones: $p_2 - p_1 = \frac{1}{2} * \rho * V_3^2 = \frac{T}{A} \Rightarrow T = \rho * A * \frac{V_3^2}{2}$

Segunda ley de Newton: El cambio en la cantidad de movimiento es directamente proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime.

Aplicando la conservación de momento a todo el conjunto: $T = m \cdot * (V_3 - V_\infty) = \rho * A * V_i * V_3$

Igualamos ecuaciones: $\rho * A * \frac{V_3^2}{2} = \rho * A * V_i * V_3 \Rightarrow 2 * V_i = V_3$, resultando $T = 2 * \rho * A * V_i^2$

Velocidad inducida: $V_i = \sqrt{\frac{W}{2*\rho*A}}$

Potencia inducida: $P_i = T * V_i = \sqrt{\frac{W^3}{2*\rho*A}}$

Potencia del motor: $P_{motor} = P_i * 1,25$ (10% rotor de cola, 5% fuselaje y 10% resistencia en las palas).

} 3.4 CONTROLES DEL HELICÓPTERO

Pedales: Controlan el rotor de cola.

Colectivo: Aumenta/disminuye el ángulo de las palas todas a la vez.

Cíclico: Al aumentar el ángulo de ataque de las palas, aumentan sustentación y fuerza de tracción del rotor.

} 3.5 N ROTORES

Velocidad inducida: $V_i = \sqrt{\frac{W/N}{2*\rho*A}}$

Potencia inducida: $P_i = T * V_i = \sqrt{\frac{(W/N)^3}{2*\rho*A}}$

Potencia del motor: $P_{motor} = N * P_i * 1,15$ (5% fuselaje y 10% resistencia en las palas).

[] EJERCICIOS TEMA 3: AERONAVES DE ALA ROTATORIA

} EJERCICIO 1

Calcular la velocidad inducida y la potencia necesaria para el vuelo a punto fijo de un Robinson R66 con peso máximo al despegue, a una altitud de 1000 ft en condiciones ISA:

DATOS:

Altura: h = 1000 ft = 304,8 m

Peso de la aeronave (MTOW): $L = W = m * g = 1225 * 9,8 = 12017,3\ N$

Radio del rotor: $R = 198\ in * \frac{2,54\ cm}{1\ in} = 502,9\ cm = 5,03\ m$

Área del rotor: $A = \pi * R^2 = \pi * 5,03^2 = 79,5\ m^2$

Densidad: $\rho^{(1000\ ft)} = \rho_o * \sigma = 1,225 * 0,9711 = 1,189\ kg/m^3$

SOLUCIÓN:

Velocidad inducida: $V_i = \sqrt{\frac{W}{2*\rho*A}} = \sqrt{\frac{12017}{2*1,189*79,5}} = 7,97\ m/s$

Potencia inducida: $P_i = T * V_i = \sqrt{\frac{W^3}{2*\rho*A}} = \sqrt{\frac{12017^3}{2*1,189*79,5}} = 95,8\ kW$

Potencia del motor: $P_{motor} = P_i * 1,25 = 95,8 * 1,25 = 119,75\ kW$

Potencia máxima del motor: $P_{max.motor} = 167\ kW$

Potencia necesaria en el hover: $\frac{P_{motor}}{P_{max.motor}} = \frac{119,75}{167} = 0,717 = 71,7\%$

La potencia necesaria en hover es el 71,7% de la máxima.